



LA GEOMETRIE PRATIQUE,

TOME TROISIÉME.

LA GEOMETRIE PRATIQUE, TOME TROISIE'ME.

CONTENANT

La Planimétrie, ou la mesure des Superficies (ce qu'on appelle l'Arpentage) avec les Methodes de transfigurer, d'augmenter, & de diviser toutes sortes de Terres, Bois, &c.

Ouvrage enrichi de cinq cens Planches gravées en Taille-douce.

DEDIE' AU ROY.

Par ALLAIN MANESSON MALLET, Maistre de Mathématique des Pages de la Petite Ecurie de Sa Majesté, ci-devant Ingénieur & Sergent Major d'Artillerie en Portugal.



A PARIS,
Chez ANISSON Directeur de l'Imprimerie Royale, ruë de la Harpe.

M. DCCII.
AVEC PRIVILEGE DU ROY.



TABLE DES CHAPITRES

Contenus dans le troiſiéme Tome de la Géometrie Pratique.

LIVRE TROISIE'ME.

De la Planimetrie, ou Arpentage, qui traite de la Meſure des Superficies.

CHAPITRE PREMIER.

Table des Chapitres.

CHAPITRE II.

De la Planimetrie, ou Arpentage, qui montre à resoudre les differentes Multiplications qu'on propose en Géometrie Pratique, soit sans fractions ou avec fractions, selon la Methode que nous appellons des Ingénieurs, 51.

CHAPITRE III.

De la Planimétrie, ou Arpentage, qui montre à mesurer la superficie des Figures de trois costez, 81.

CHAPITRE IV.

CHAPITRE V.

De la Planimetrie, ou Arpentage, qui montre à mesurer la superficie des Figures Multilateres, 129.

CHAPITRE VI.

De la Planimetrie, ou Arpentage, qui montre à mesurer la superficie des Figures Circulaires, & Mixtes, 157.

CHAPITRE VIII.

De la Planimetrie, ou Arpentage, qui montre la methode de transfigurer la superficie des Figures Planes, 217.

CHAPITRE IX.

CHAPITRE X.



LA GEO-



LA GEOMETRIE PRATIQUE.

LIVRE TROISIE'ME.

De la Planimetrie, ou Arpentage, qui traite de la Mesure des Superficies.

CHAPITRE PREMIER.

Des Methodes de lever les Plans par l'usage de la Fausse Equerre, du Recipiangle, &c. & des differentes Methodes de copier les Plans.

LA PLANIMETRIE, que l'on nomme aussi l'Arpentage du nom d'Arpent, qui a été expliqué dans le premier Tome de cette Géometrie, & dont il est encore parlé au bas de la premiere page du Chapitre II. de ce troisiéme Tome, est en general l'art de mesurer toutes sortes de superficies, & de les diviser selon le nombre des personnes qui y ont interest; ce qu'on appelle ordinairement la *Gédeosie.*

Pour faciliter la pratique de cette Planimetrie, nous traiterons d'abord des methodes de lever les plans de toutes sortes de terrains, en avertissant le nouveau Géometre, qu'il est bon, avant de s'engager à y travailler en campagne, d'estre muni (s'il peut) de quelques plans vieux ou nouveaux des lieux à lever: ces plans étant d'un grand secours pour lui servir à débroüiller la figure du terrain à arpenter, qui est quelquefois à demi ruinée par les injures du temps.

DES FAUSSES EQUERRES ET DES RECIPIANGLES.

LA fausse équerre est une espece de grand compas fait de fer, ou de bois.

La fausse équerre de fer A, qui sert d'ordinaire aux Tailleurs de pierres, a ses branches longues chacune de deux pieds, plates & terminées en pointes ; & sa teste, qui est ronde, s'ouvre de telle grandeur qu'on desire.

La fausse équerre de Charpentier marquée B, qui est faite de bois, est d'ordinaire plus courte que celle des Tailleurs de pierres, & a ses extrémitez, qui forment sa teste, coupées à angles droits, afin qu'en les ouvrant selon le trait quarré, ils s'en puissent servir plus commodément pour équarrir leurs bois.

Le recipiangle marqué C, qu'on nomme aussi en Géometrie Pratique, fausse équerre, est fait de deux grandes régles de bois: qui ont les bords de leurs branches paralleles & attachez ensemble au milieu de leurs extrémitez par un clou à gorge, qui est rivé pour tenir ferme la teste de cet instrument.

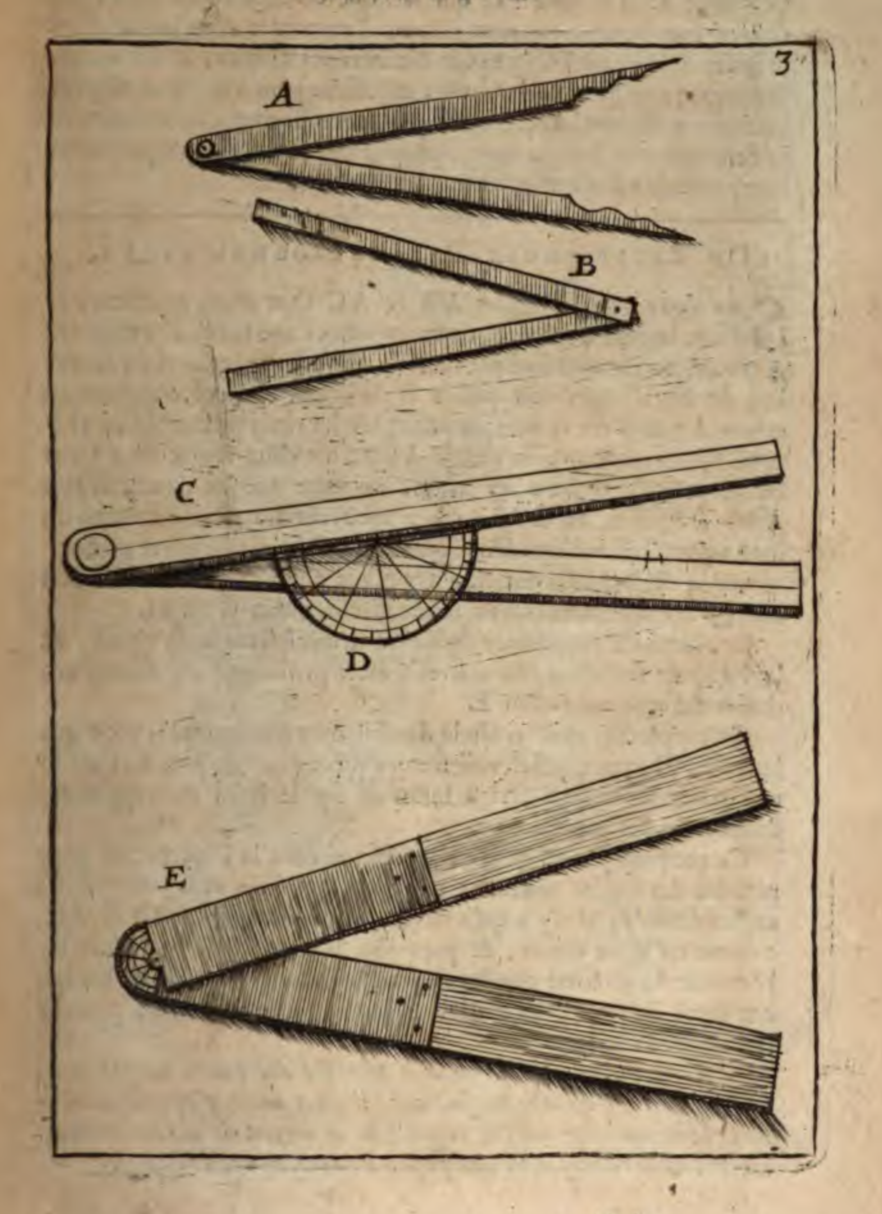
Quand on s'en sert pour prendre des angles saillans & rentrans ; on applique au point où se croisent ses branches, le centre d'un grand rapporteur de carton ou de corne de trois à quatre pouces de rayon, pour observer sur ce rapporteur D, combien les branches sont ouvertes ; ce qui donne l'ouverture de l'angle proposé : au defaut de cet instrument, on se sert des fausses équerres A, & B.

Le recipiangle E, que l'on nomme aussi mesure-angle, à cause qu'il sert à prendre l'ouverture des angles saillans & rentrans, se fait de bois, de cuivre, &c. il est composé de deux lames de léton, chacune épaisse d'environ une ligne, & longue d'un pied sur trois pouces de large : & mesme on les allonge quelquefois toutes deux avec des régles de bois.

A l'extrémité d'une des deux lames, & sur sa largeur est décrit un demicercle qu'on divise en 180 degrez ; & à l'extrémité de la seconde lame vers son milieu est ménagée une petite languette ou teste ronde, afin de l'attacher au centre du demicercle de l'autre lame par le moyen d'un clou à gorge qu'on y rive.

Les recipiangles que nous venons de donner, ont un avantage qu'on les peut faire à peu de frais. Mais les premiers marquez A B & C, ont ce defaut qu'il est difficile d'appliquer le centre d'un rapporteur precisément au point où se croisent leurs branches ; & que le marqué E ne peut porter qu'un petit demicercle,

Planche I.



à cauſe du peu de largeur que peut avoir la régle ſur laquelle on eſt obligé de le décrire : ce qui fait que ce demicercle ayant ſes degrez fort petits, ne peut donner l'ouverture d'un angle dans ſa juſte valeur, où l'on ne peut dicerner les demies, ni les quarts des degrez ; ce qui eſt néanmoins neceſſaire pour avoir preciſément l'ouverture des angles. C'eſt auſſi pour ces raiſons que nous donnons la deſcription & l'uſage du recipiangle par allelogrammique, dont le rapporteur eſt d'une grandeur raiſonnable.

Du Recipiangle Parallelogrammique.

Ses deux grandes régles AB & AC ſont d'une grandeur, & d'une largeur à volonté, & ſont jointes l'une ſur l'autre au point A par un clou à teſte rivé par deſſous. Elles ſont percées dans le milieu de leur largeur aux points D & E, également éloignez du centre A ; & à ces trous ſont attachées les deux petites régles DF & EF, de meſme qu'au centre A ; & ces deux régles ſont jointes au point F comme les autres, en ſorte que les quatre régles AD, DF, FE, & EA, (où ſe trouvent les quatre centres du mouvement) ſont d'égale longueur, pour former un quarré parfait.

Sur la régle EFG, qui eſt plus longue que l'autre petite DF, eſt attaché un rapporteur avec les deux charnieres G & H.

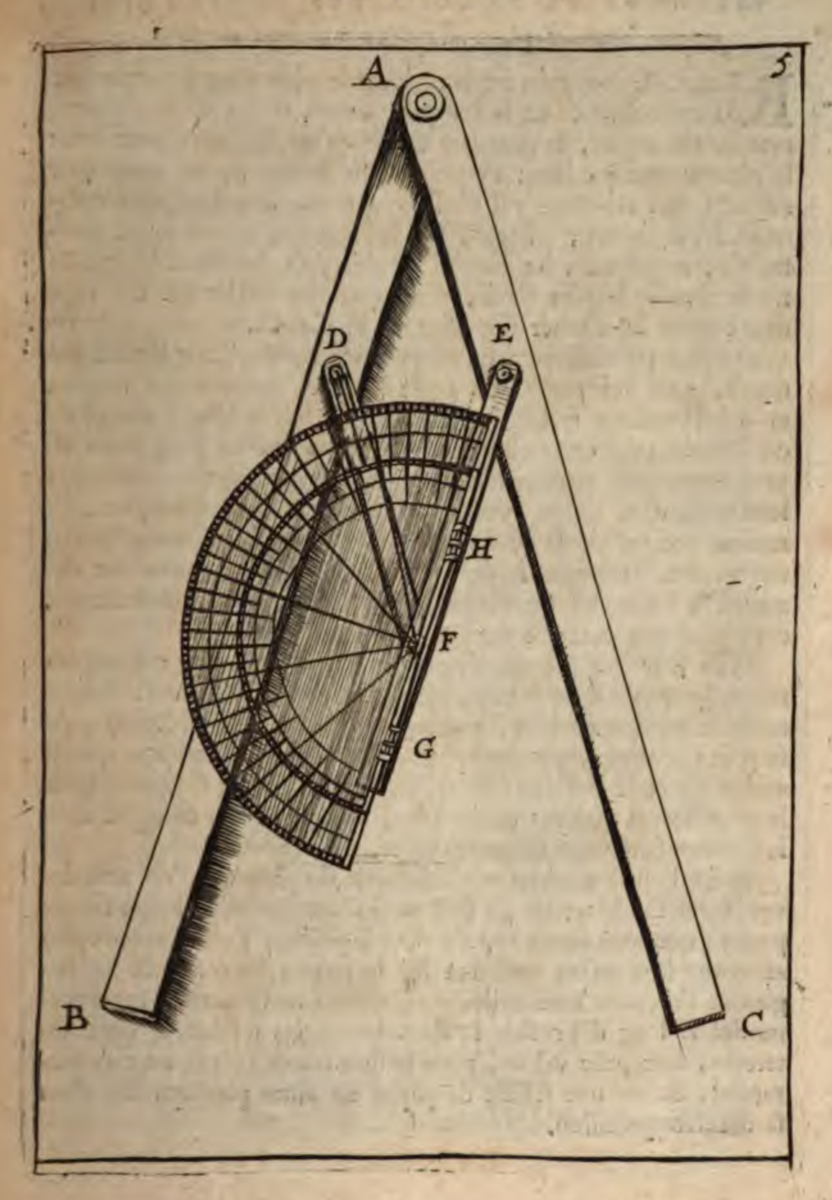
Le centre du rapporteur doit eſtre deſſus le centre du clou F, & la ligne de ſon diametre, ſi elle étoit prolongée, paſſeroit audeſſus du centre du clou E.

Ce rapporteur doit avoir le demidiametre un peu plus petit que le coſté FD, pour laiſſer voir ſur une piéce attachée prés du clou D une petite ligne, qui ſert à indiquer ſur le bord du rapporteur l'ouverture des angles.

Ce recipiangle, tel qu'il eſt repreſenté dans la Planche, eſt pour prendre des angles rentrans ; mais lors que l'on veut prendre des angles ſaillans, il n'y a qu'à ouvrir les grandes régles AB & AC, comme en ligne droite, & pour lors le centre F ſe va réünir ſur le centre A, en ſorte que les meſmes coſtez des grandes régles qui ont ſervi à prendre les angles rentrans, ſerviront auſſi à prendre les angles ſaillans.

Remarquez que lorſqu'on a à prendre des petits angles rentrans, & tous les angles ſaillans, il faut lever perpendiculairement le rapporteur ſur ſes regles par le moyen de ſes deux charnieres ; & le rabaiſſer enſuite pour voir l'ouverture de l'angle.

PLANCHE II.



METHODE DE TRACER DES ENCEINTES, *pour lever les plans des lieux qui sont ouverts.*

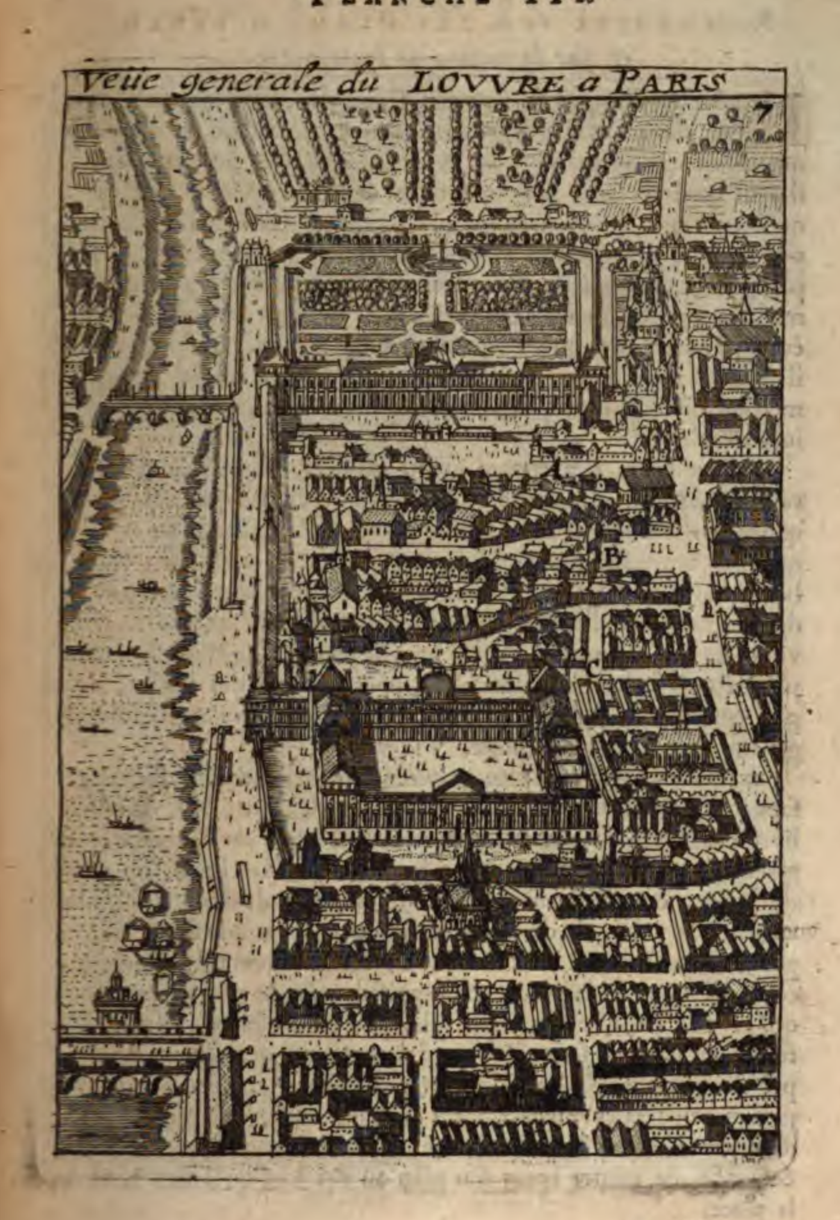
REGLE. Comme on ne peut lever le plan d'un lieu que par la connoissance de la longueur de ses costez & de l'ouverture de ses angles, la premiere chose qu'on doit faire pour lever le plan de quelque lieu; c'est d'en faire le tour, pour remarquer s'il est fermé ou non: s'il n'est point fermé comme sont d'ordinaire les hameaux, villages, &c. on lui fera une enceinte artificielle, en plantant les piquets le plus prés du lieu à lever, & sur le terrain le plus élevé, afin de tendre facilement des cordeaux pour lui former une enceinte artificielle.

De plus on observera qu'en plantant ces piquets, il n'est pas necessaire de les mettre en égale distance les uns des autres, ni que l'enceinte rectiligne qu'on forme soit toûjours composée de lignes égales entre-elles; la seule chose qu'on doit avoir en veuë en traçant cette enceinte, c'est qu'elle contienne principalement tout ce qu'on veut renfermer dans le plan à lever, & mesme quelque chose de ses environs, afin de mesurer en pieds, toises, &c. la longueur des costez, & prendre l'ouverture des angles de cette enceinte artificielle par le moyen des instrumens, comme il sera enseigné dans ce Chapitre.

Mais si le lieu à lever n'étoit ouvert qu'en partie, comme seroient les costez d'un bourg, chasteau, &c. ou mesme s'il se rencontroit plusieurs arbres, maisons, &c. à cet endroit, ainsi qu'il se peut remarquer, par exemple, au Chasteau du LOUVRE, qui est ouvert du costé des maisons A, B, C, &c. Alors il faudra lever le plan de ces maisons & des ruës, comme il sera enseigné dans la quatorziéme page de ce Chapitre.

Enfin l'on sera averti que l'enceinte du plan que l'on veut lever, étant sur le terrain, il faut en dessiner à veuë la figure sur un papier (que nous avons appellé dans le premier Tome, *memorial*) afin que lors qu'on mesurera sur le terrain les costez & les angles de l'enceinte artificielle, on écrive en mesme-temps sur le memorial le long des costez & dans les angles relatifs à ceux du terrain, leur juste valeur, pour ensuite tracer au net avec ce memorial, & sur une feüille de papier un autre plan qui soit dans sa derniere précision.

PLANCHE III.



REMARQUES SUR LES PLANS A LEVER, & *sur la mesure de leurs costez.*

IL est bon d'avertir le nouveau Géometre, que lors qu'il aura à lever des plans d'une grande étenduë, comme d'un territoire qui contient plusieurs villages, & dont les mesures sont differentes, il faut qu'il se serve par-tout d'une mesme mesure, sauf aprés qu'il aura mis son plan au net d'y representer differentes échelles, par rapport aux mesures usitées dans les lieux que contient son plan ; ces échelles étant faites, selon le rapport que ces differentes mesures ont entre-elles. De plus s'il se trouvoit quelque marais, étang, riviere, &c. qu'on ne pust mesurer actuellement à la main, il faudroit qu'il eust recours au Livre précedent de la Trigonometrie, où sont expliquées les methodes de mesurer les longueurs inaccessibles.

Le Géometre sera encore averti qu'il est impossible de lever correctement le plan d'une ville assiégée, par quelque instrument que ce puisse estre, comme par les boëtes à glaces, les miroirs, &c. qui sont des instrumens plus curieux pour se divertir dans un cabinet, ou dans un jardin, qu'utiles devant une place bien défenduë, à cause qu'elles ont ordinairement des travaux qui se couvrant les uns les autres, empeschent de pouvoir de loin connoistre précisément la longueur des costez, ni l'ouverture des angles, non pas mesme par les régles de la Trigonometrie, qui ne mesure en general que ce qui est visible.

Enfin si l'on veut absolument avoir le plan d'une ville assiégée, il faut comme nous avions déja dit à la fin du Chapitre XI. de nostre livre des *Travaux de Mars*, que le Géometre ou l'Ingénieur se glisse dans de telles places, sous le titre d'un Marchand, ou d'un transfuge, & que s'étant fait une longue habitude de connoistre les angles à la veuë, & de mesurer de son pas, ou à l'estime la longueur des costez, il leve le plan de chaque ouvrage, & mesme celui du corps de la place, en déguisant avec le plus de prudence qui lui sera possible (crainte d'estre pris pour espion) la veritable figure de la place sous plusieurs figures grotesques d'animaux, ou par des paysages, ballots de marchandises, arbres, &c. dont les parties principales lui serviront de memorial, comme le corps d'un arbre lui servira de courtine, les branches de flancs, faces, &c. afin de mettre aprés son plan au net lors qu'il sera hors de la place.



PLANCHE IV.

VEVE GENERALE DV LOVVRE ETANT ACHEVÉ

9

METHODE DE LEVER, PAR LE MOYEN D'UNE FAUSSE EQUERRE DU RECIPIANGLE, &c. *les lieux qui ont une enceinte de figure rectiligne.*

EXEMPLE. Soit à lever le plan du terrain A, dont on a dessiné à veuë la figure B C D E F G H, sur le memorial P, & où l'on a chiffré le long des costez relatifs à ceux du terrain, leur longueur, comme pour le costé B C 150. toises, C D 81. D E 73. E F 55. &c.

On aura d'abord l'ouverture des angles de ce terrain, comme de l'angle B H G, en l'enfermant avec les jambes d'une fausse équerre, d'un recipiangle, &c. Puis l'ayant retiré de l'angle en conservant son ouverture, on le posera en bas contre terre, comme en I, & on presentera le centre d'un rapporteur au point où se croisent les branches du recipiangle, & le diametre du rapporteur à l'uni du dedans de la branche K L, pour remarquer combien il y a de degrez du rapporteur interceptez depuis cette branches K L jusqu'à celle de M N, comme selon cet exemple 93. qu'on chiffrera dans l'angle relatif du memorial P.

Ensuite, pour avoir l'ouverture des angles rentrans, comme de celui de G F E, on enfoncera la teste du recipiangle dans le fond de cet angle, & on fera battre les deux branches de cet instrument contre les deux costez du mur qui forment l'angle. Puis en retirant cet angle, & en conservant son ouverture, on fera comme ci-dessus; c'est-à-dire, qu'on posera le centre d'un rapporteur où les jambes du recipiangle se croisent, & le diametre à l'uni d'une de ses branches, les degrez qui se rencontreront entre les deux branches, seront l'angle proposé G F E, sçavoir de 110. qu'on chiffrera au memorial à son angle relatif.

Mais si l'on veut se servir du mesure-angle, pour connoistre l'ouverture de l'angle saillant B H G, on enfermera cet angle par les branches du mesure-angle, & on observera sur le demicercle, qui est à l'extrémité de sa teste, le nombre des degrez qui y sont couverts, & ce nombre comme 93. sera l'ouverture de l'angle B H G. Mais si l'on vouloit avec le mesme mesure-angle connoistre l'angle rentrant G F E, il n'y auroit qu'à enfoncer la teste du receveur d'angles dans le fond de cet angle à connoistre, en faisant battre les deux jambes de cet instrument contre les costez qui forment l'angle G F E, les degrez, que la branche superieure couvrira, seront le nombre de ceux de l'ouverture de l'angle proposé G F E de 110.

PLANCHE V.



METHODE DE METTRE AU NET LE PLAN D'UN LIEU, *dont les costez & les angles sont chiffrez sur un memorial.*

EXEMPLE. On mettra au net le plan du terrain A de la page précedente, dont on a chiffré la valeur de tous ses costez & de tous ses angles sur le memorial P.

En tirant sur la feüille de papier, où l'on veut mettre le plan au net, la ligne A B pour lui servir d'échelle, que l'on divisera a volonté, comme en 150. parties ègales selon cet exemple.

Ensuite on tracera à volonté vers le haut de la feüille la ligne oculte ou blanche C D, que l'on terminera de C en E par 150. parties prises sur l'échelle A B, pour servir de base, & égaler les 150. toises du costé B C du terrain, marquées sur le memorial P.

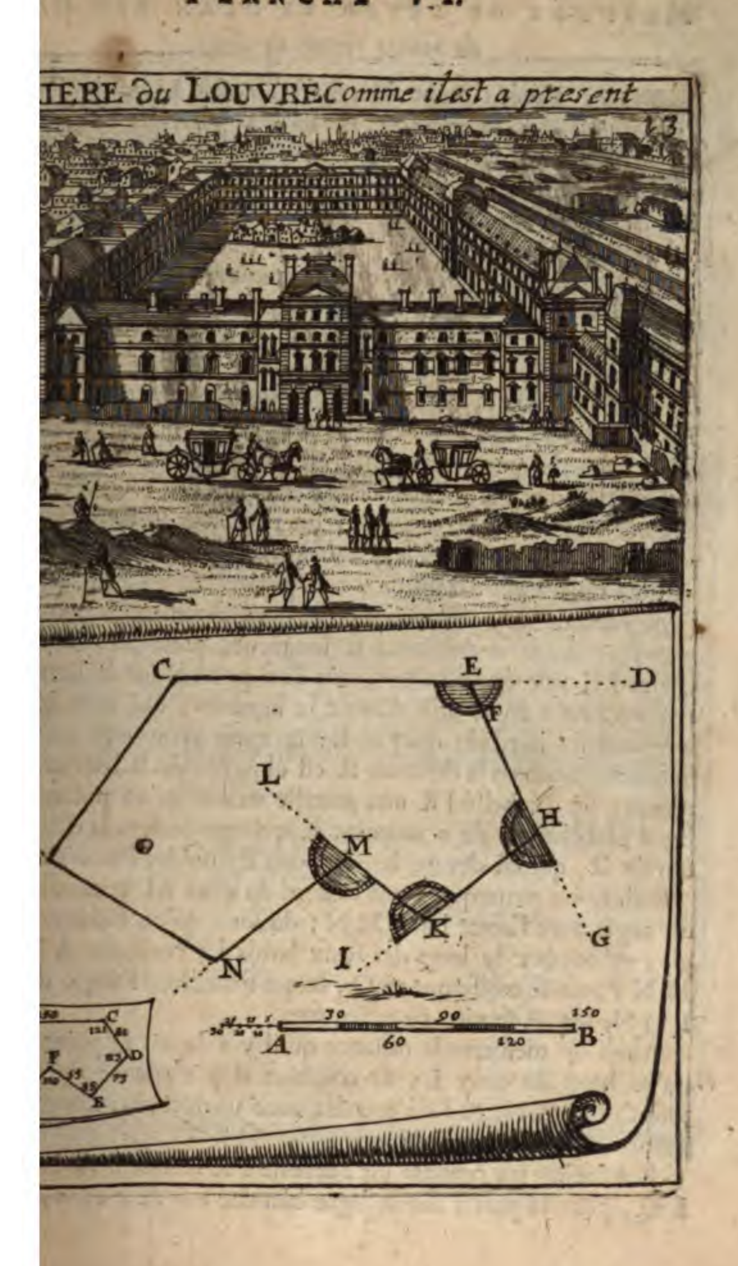
Au point E on formera un angle de 121. degrez; égal à celui du terrain B C D marqué au memorial P, en posant le centre du rapporteur au point E, & sa demicirconference tournée du costé qu'on veut former le plan, & son diametre à l'uni de la ligne C D, pour compter de cette ligne, sur le rapporteur, (du costé de C) 121. degrez en F, & l'on tirera à linfini par le point F la ligne EG, qui formera l'angle C E G, égal à celui du terrain B C D.

Ensuite pour déterminer le costé E G, on prendra sur l'échelle AB 81. parties, afin d'égaler les 81. toises du costé C D du terrain chiffré au memo. P, que l'on portera sur la lig. E G, de E en H.

Au point H, on fera l'angle E H I de 113. degrez pour répondre à l'angle C D E 113. degrez du terrain marqué sur le memorial P: & l'on terminera la ligne H I, de H en K, par 73. parties prises sur l'échelle A B, pour convenir aux 73. toises qu'a le costé D E du terrain: Puis on fera au point K, avec le rapporteur, l'angle H K L, égal à l'angle du trrain D E F; & par l'échelle AB on déterminera le costé K M de la longueur de 55. parties, pour équipoler aux 55. toises du costé E F du terrain.

Puis au point M on formera l'angle rentrant K M N de 110. degrez pour égaler celui du terrain E F G, en posant le centre du rapporteur au point M, sa demicirconference en dehors le trait du plan à faire, & son diametre à l'uni de la ligne K M, pour compter de cette ligne sur le rapporteur les 110. degrez. Et continuant ainsi de suite les pratiques pour les costez & les angles, on trouvera qu'on aura mis au net le memorial P, & qu'on aura tracé le plan C E H K M N O, semblable au plan du terrain de la page preedente.

PLANCHE VI.


IERE du LOUVRE Comme il est a present
13
C
E
D
F
L
H
M
K
G
I
N
A
B
30
90
150
60
120

METHODE DE LEVER LE PLAN DES RUES, *de toutes ſortes de lieux.*

NOus n'avons point donné dans noſtre Livre des *Travaux de Mars*; la methode de lever le plan des maiſons & la largeur des ruës des places que l'on veut fortifier, à cauſe que cette pratique regarde plus l'Architecture civile que la militaire. Les Ingenieurs, quand ils levent le plan d'une place qu'ils veulent fortifier, ne s'attachent qu'à prendre le trait de ſon enceinte; mais comme la Géometrie Pratique montre à lever l'un & l'autre, nous allons donner icy la methode de lever le plan des ruës de toutes ſortes de lieux.

Exemple. Soit à lever le long de la riviére de Seine, le plan du quay Malaquais, depuis la barriere A, qui eſt proche le pont Royal vis-à-vis la ruë de Beaune marquée C, juſqu'au pavillon B du College des quatre Nations; & auſſi le plan des ruës de Beaune C, des Saints Peres D E, des petits Auguſtins F G, &c.

Pour executer cette pratique, on tirera ſur une feüille de papier l'échelle I K, de telle grandeur & diviſion qu'on voudra.

Puis on tracera à l'infini ſur le papier, & un peu de biais la ligne blanche *a b*, afin d'imiter le bord du quay A L qui va de biais, & dont on meſurera ſa longueur, pour prendre ſur l'échelle I K une égale valeur, que l'on portera ſur la ligne blanche *a b*, de *a* en *c*, afin d'avoir la ligne *a c*, qui repreſentera la longueur du bord du quay A L: & aprés avoir auſſi meſuré ſur le terrain combien la deſcente R eſt éloignée de la barriere A, on prendra ſur l'échelle I K une pareille valeur qu'on portera ſur la ligne blanche *a b* de *a* au point *h*, qui repreſentera la deſcente du terrain R, qui eſt devant la porte de l'Egliſe des Peres Théatins.

Enſuite on remarquera que le bord du quay AL concourt à faire un angle avec l'autre bord M N; de ſorte qu'on formera cet angle, en tendant le long des deux bords les cordeaux A L O, & M N P, qui ſe croiſeront en Q, & qui formeront l'angle demandé L Q N, lequel ſervira de point fixe.

Alors on meſurera la diſtance qu'il y a depuis le point Q juſqu'au bord du quay L; & combien il y a encore du point Q juſqu'au bord N, & l'on prendra avec un receveur d'angles l'ouverture de l'angle L Q N.

Enſuite on ira prendre ſur l'échelle I K la valeur de la diſtance L Q, pour la porter ſur la ligne blanche *a b* de *c* en *d*; & à ce

PLANCHE VII.



point *d*, on fera avec le rapporteur l'angle *a d e*, égal à celui du terrain L Q N ; & par le moyen de l'échelle I K, l'on portera ſur la ligne *d e* de *d* en *f*, la diſtance qu'il y a ſur le terrain de Q en N ; & l'on meſurera auſſi le bord du quay N M, pour prendre une pareille valeur ſur l'échelle I K, qui étant portée ſur la ligne *f e* donnera la ligne *f g*, ou bord du quay N M. On pratiquera la meſme régle pour avoir le reſte du bord de ce quay. Cela fait.

On aura la largeur de ce quay en poſant la branche d'une équerre contre le mur du parapet, & aux ouvertures & deſcentes R, L, N, M, &c. & principalement vis-à-vis les ruës qui ſe rendent à ce quay, comme il paroiſt à toutes les deſcentes ; en ſorte que l'autre bout de l'équerre ſoit tourné du coſté des maiſons, afin qu'en tendant le cordeau R S, ſelon l'angle droit de cette équerre, on ait la largeur préciſe du quay juſqu'aux maiſons ; ce qu'on pratiquera de meſme à toutes les aûtres ouvertures L, N, M, &c. pour avoir la largeur du quay qui eſt devant ces ouvertures.

Puis l'on tracera ſur le papier (avec une petite équerre) des perpendiculaires, ſur les lignes qui repreſentent le quay & les deſcentes, aux points *h*, *c*, *f*, *g*, *n*, &c. & on limitera ces perpendiculaires par celles du terrain qui leur ſont relatives (leur valeur étant priſe ſur l'échelle I K) pour avoir les differentes largeurs de ce quay aux points *i*, *k*, *l*, *m*, *o*, &c. par leſquels ſi on trace les lignes *i k*, *l m*, &c. elles marqueront l'étenduë des maiſons & la largeur des ruës du coſté du quay, comme la ruë des Saints Peres *k l*, la ruë des petits Auguſtins *m o*, &c.

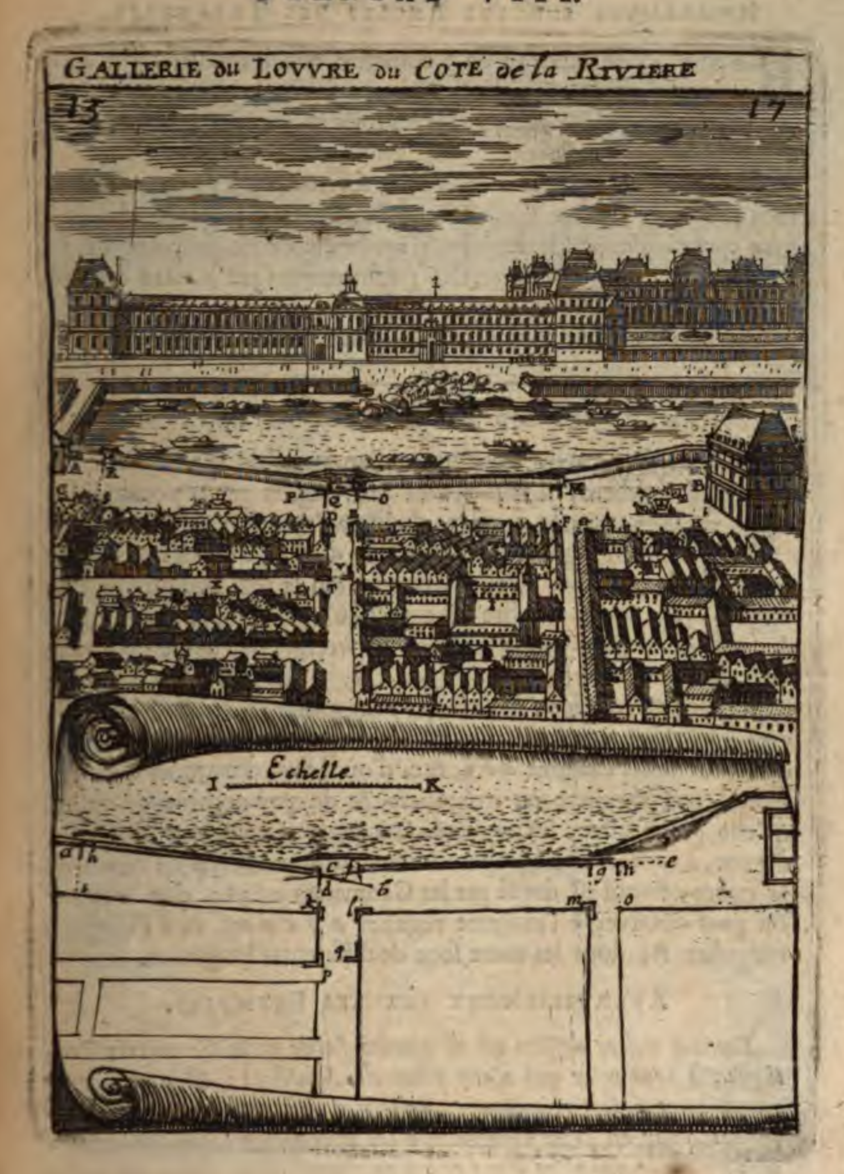
Enfin pour avoir les coins, ou les angles des ruës leurs largeurs & longueurs, on prendra l'ouverture de leurs angles par le recipiangle (ainſi qu'il a été enſeigné ci-devant) comme il eſt marqué aux coins D & E de la ruë des Saints Peres & de celle de Bourbon T X.

Puis (comme on a fait pour avoir la largeur & la longueur du quay) l'on prendra la largeur & la longueur de ces ruës par le moyen d'une équerre & d'un cordeau, ainſi qu'il eſt marqué en V, afin de faire ſur la feüille de papier, avec un rapporteur, les angles *k*, *l*, *p*, &c. égaux à ceux du terrain D, E, T, &c. & l'on terminera ſur le papier, avec une petite équerre, & l'échelle I K, la longueur & la largeur des ruës, comme on le voit en *q*.

Point fixe, en Geometrie Pratique, eſt le point que donne un cordeau, une ligne prolongée, &c. ſur un autre coſté, ou cordeau.

REMARQUES

PLANCHE VIII.



REMARQUES SUR LES ANGLES DES TRIANGLES.

REGLE. C'est une loy en Géometrie que les trois angles internes de tout triangle sont égaux à deux droits. *Euclide, 32. Proposit. du I. Liv.* ou que les trois angles d'un triangle sont toûjours 180. degrez.

Exemple. Au triangle-rectangle a, ses trois angles pris ensemble sont 180. deg. comme il est aisé de l'observer par l'espace des degrez que chaque angle contient d'un cercle décrit du point où se forme chaque angle, les cercles (comme on sçait) étant divisez chacun par les Géometres en 360. degrez.

Il en est de mesme pour le triangle ambligone *b* & l'oxigone *c*.

REMARQUES SUR LES ANGLES DU CENTRE.

REGLE. Pour avoir l'ouverture d'un angle du centre d'une figure réguliere, il faut diviser 360. degrez par le nombre des costez de la figure, le quotient donnera l'ouverture de l'angle.

Exemple. A l'exagone régulier *a, b, c, d, e, f,* on aura l'ouverture de l'angle du centre *a i b,* en divisant (selon la régle qu'on vient de donner) 360. par 6. nombre des costez qu'a un exagone, le quotient donnera 60. deg. *exemple g,* pour l'ouverture de l'angle du centre *a i b* de l'exagone régulier *a, b, c, d, e, f,* Et si l'on additionne six fois ces 60. degrez (à cause que l'exagone a six costez) on trouvera à leur somme totale 360. deg. *exemple h,* pour les six angles du centre de cet exagone *a b c,* &c. d'où il faut remarquer qu'à une figure, soit réguliere ou irréguliere, & de quel nombre de costez qu'elle puisse estre, les angles du centre sont tous ensemble 360. degrez, à cause qu'ils occupent un cercle qui est décrit du centre de la figure, & qui est divisé par les Géometres en 360. deg. comme on peut observer à l'exagone régulier *a b c d e f,* & à l'exagone irrégulier A, dont les cotez sont de differentes longueurs.

AVERTISSEMENT SUR LES EXEMPLES.

Comme nostre dessein est de rendre facile cette Géometrie Pratique, à tous ceux qui n'ont point de Maistres; & que l'experience nous a fait remarquer, qu'il n'y avoit rien de plus avantageux pour en faire comprendre les Propositions que les Exemples : c'est ce qui nous a engagé à en donner dans toutes les pages de cette Géometrie Pratique, lors que nous l'avons jugé necessaire.

PLANCHE IX.


ENTRÉE DU PALAIS DES TUILLERIES
19
90
46
44
180
46
a
90
44
115
35
30
180
115
b
35
30
50
60
70
180
50
c
70
60
a
b
g
360 (60
66 aib
360
60
60
i
f
c
60 aib
60
60
60
60
60
360
h
e
d
B
C
360
A
D
G
F
E

METH. POUR CONNOISTRE L'OUVERTURE D'UN ANGLE DU POLIGNE D'UNE FIGURE REGULIERE.

REGLE. Aux figures régulieres, on aura un de leurs angles du poligone, en souſtrayant de 180. deg. les degrez d'un de leurs angles du centre, le reſte ſera l'angle du poligone demandé.

Exemple. A l'exagone régulier *a, b, c, d, e, f,* on connoiſtra ſon angle du poligone *a b c,* en ſouſtrayant de 180. deg. les 60. deg. de ſon angle du centre, le reſte 120. marqué en *b,* ſera l'angle du poligone *a b c.* Et ſi l'on multiplie ces 120. degrez par 6. (à cauſe qu'un exagone a ſix coſtez) on aura 720. degrez, *exemple i,* pour les ſix angles du poligone de cet exagone régulier *a, b, c,* &c.

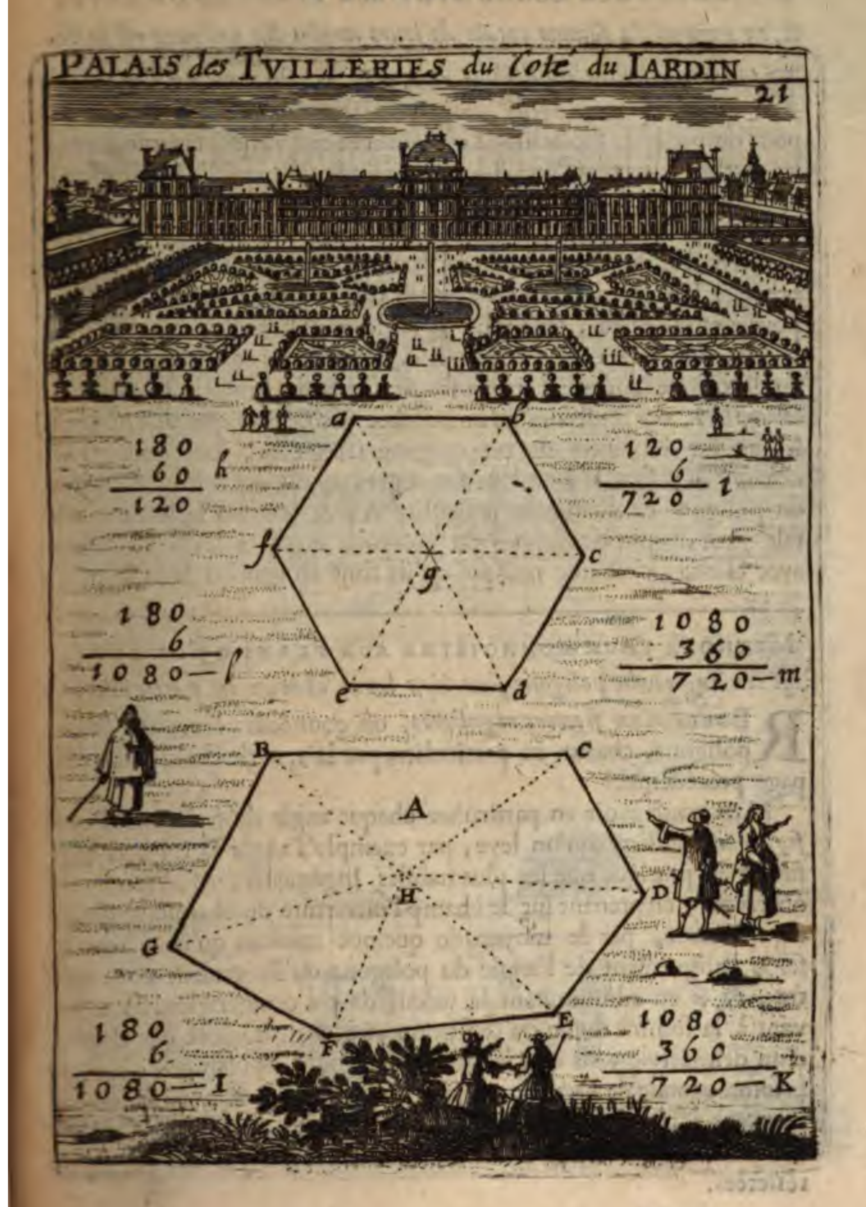
METHODE POUR AVOIR EN GENERAL TOUS LES ANGLES DU POLIGONE D'UNE FIGURE IRREGULIERE.

C'EST une régle pour les figures d'un meſme nombre de coſtez, ſoit régulieres ou irrégulieres, que la ſomme totale de tous les angles du poligone de la figure réguliere eſt égale à la ſomme totale de tous les angles du poligone de la figure irréguliere.

Exemple. Si à l'exagone régulier *a, b, c,* &c. on tire ſix lignes de ſon centre *g,* à ſes ſix angles du poligones *a, b, c, d,* &c. il arrivera que cet exagone ſera partagé dans les ſix triangles *a b g, b c g, c d g,* &c. ET comme nous avons dit à la teſte de la page précedente, que les trois angles d'un triangle valloient 180. degrez. On aura donc pour tous les angles des ſix triangles 1080. degrez, *exemple l,* puis que ſix fois 180. font 1080. & comme les ſix angles du centre de cet exagone régulier *a b c d,* &c. vallent enſemble 360. deg. à cauſe qu'ils contiennent une circonference diviſée en 360. deg. Si donc l'on ſouſtrait ces 360. deg. des 1080. deg. reſtera 720. *exemple m,* nombre des degrez des ſix angles du poligone de l'exagone régulier *a b c d,* &c.

Par la meſme régle, on trouvera que les ſix angles du poligone de l'exagone irrégulier A vallent auſſi enſemble 720. deg. ce qu'on peut facilement remarquer en tirant de ſon centre H, à ſes ſix angles du poligone ſix lignes droites, leſquelles diviſeront cet exagone A en ſix triangles, dont chacun vallant 180. deg. on aura 1080. deg. *exemple* I, pour tous les angles des ſix triangles de cet exagone; & ſi l'on ſouſtrait 360. de ces 1080. deg. reſtera 720. deg. *exemple* K, égaux à ceux des angles du poligone de l'exagone régulier *a b c d e f.*

PLANCHE X.


PALAIS des TVILLERIES du Coté du IARDIN
21
a
b
180
60
120
h
120
6
720
i
f
c
g
180
6
1080—l
1080
360
720—m
e
d
B
C
A
H
D
G
E
F
180
6
1080—I
1080
360
720—K

METHODE POUR CONNOISTRE AUX PLANS QU'ON LEVE, *ſi, en general, la ſomme totale de leurs angles du poligone eſt juſte.*

REGLE. Il faut multiplier 180. deg. par le nombre des coſtez qu'a le plan propoſé, ſoit qu'il ſoit régulier ou irrégulier, pour du produit, ſouſtraire 360. (nombre que vallent enſemble tous les angles du centre d'une figure rectiligne telle qu'elle puiſſe eſtre) le reſte ſera la valeur de tous les angles du poligone de la figure.

Exemple. En levant les angles du poligone de l'exagone irrégulier A, l'addition de ſes ſix angles du poligone a donné 720. deg. *exemple* H: & comme l'on ne ſçait pas ſi cette ſomme eſt juſte, pour s'en aſſeurer, on ſuivra la régle ci-deſſus donnée.

On multipliera donc 180. par 6. nombre des coſtez qu'a le plan ou l'exagone irrégulier propoſé A; puis de leur produit 1080. *exemple* I, on ſouſtraira 360. nombre des degrez que valent tous les angles du centre de cet exagone irrégulier, leur reſte 720. *exemple* K, ſera le nombre des degrez que valent les ſix angles du poligone de l'exagone irrégulier A; & comme la ſomme totale 720. degrez des angles du poligone qu'on a levez s'accorde avec elle-ci, c'eſt une marque qu'ils ſont en general bien levez.

METHODE POUR CONNOISTRE AUX PLANS QU'ON LEVE, *ſi les angles du poligone ſont bien levez chacun en particulier.*

REGLE. *Aux figures régulieres,* on connoiſtra leurs angles du poligone, chacun en particulier, par la 1. régle donnée dans la page précédente.

Mais pour avoir en particulier chaque angle du poligone d'une *figure irréguliere* qu'on leve, par exemple l'angle D E F, il faut ſuivre la pratique que les plus habiles Ingénieurs, & Arpenteurs obſervent, en prenant ſur le champ l'ouverture de chaque angle de complément, par le moyen de quelque cordeau qu'ils tendent, ſelon l'alignement de l'angle du poligone qu'ils veulent connoiſtre, & ſi en additionnant la valeur de ces deux angles, ils trouvent à la ſomme totale de l'addition 180. deg. nombre des degrez d'un demicercle, ils concluent que cet angle eſt bien pris : mais ſi la ſomme totale de l'addition donne plus ou moins de 180. ils recommencent à reprendre l'ouverture de ces deux angles pour tâcher à remarquer d'où vient l'erreur, & la corriger par ces pratiques réïterées.

PLANCHE XI.


PALAIS CARDINAL ou PALAIS ROYAL
23
B
C
117
121
A
126
54
180
113
D
G
93
150
E
F
GB C—117
BC D—121
CD E—113
DE F—126
EF G—150
FG B—93
720—H
180
6
1080—I
1080
360
720—K

METHODE POUR CONNOISTRE, *si les Angles saillans, & rentrans des Plans qu'on leve, sont bien pris.*

EXEMPLE. On veut sçavoir au plan irrégulier A, si ses huit angles, sçavoir l'angle saillant I B D 76. degrez, l'angle rentrant B D C 121. deg. l'angle D C E 103. deg. celui de C E F 113. les marquez E F G, 89. degrez, l'angle rentrant F G H 110. deg. l'angle G H I 117. degrez, & enfin l'angle saillant H I B 93. degrez, sont bien pris.

Il faut tracer au-devant des angles rentrans B D C & F G H, les deux bases ou lignes B C & H F pour faire l'enceinte artificielle B C E F H I.

Puis mesurer tous les angles de cette enceinte artifielle, comme si c'étoit la veritable enceinte du plan, excepté les deux angles C E F 113. degrez, & H I B 93. degrez, qui sont déja connus: & ayant trouvé, en levant ces angles, que celui de I B C est de 117. deg. celui de B C E de 121. deg. celui de E F H de 126. & enfin l'angle F H I de 150. degrez, qui tous ensemble avec les deux angles C E F 113. deg. & H I B 93. deg. font 720. degrez; c'est une marque que les angles de cette enceinte artificielle sont bien pris, puis qu'on sçait, par les régles des pages précedentes, que les angles du poligone d'un exagone, soit regulier, ou irregulier, font tous en semble 720. degrez.

Mais comme cette enceinte artificielle B C E F H I a son angle I B C 117. degrez plus ouvert que l'angle I B D 76. deg. du plan proposé A, son angle B C E 121. deg. aussi plus ouvert que celui de D C E 103. deg. Celui de E F H 126. degrez plus ouvert que l'angle E F G 89. deg. Et enfin son angle F H I 150. deg. plus ouvert que celui de G H I 117. Pour donc voir si les quatre angles I B D 76. deg. D C E 103. deg. E F G 89. & G H I 117. degrez du plan proposé A sont bien pris.

Il faut pour les deux premiers angles I B D & D C E mesurer au triangle artificiel B C D, combien ses deux angles artificiels D B C & D C B sont chacun ouverts en particulier, comme celui de D B C de 41. deg. & celui de D C B de 18. degrez. Puis soustraire de l'angle I B C 117. deg. les 41. deg. de l'angle D B C,

PLANCHE XII.


PALAIS ROYAL du Coté du IARDIN
117
41
76
121
18
103
B
C
D
A
E
G
I
F
H
IBC–117
BCE–121
EFH–126
FHI–150
CEF–113
HIB–93
720

le reste 76. degrez sera l'ouverture de l'angle I B D. Ce reste 76. degrez étant égal au nombre des degrez 76. qu'on avoit d'abord trouvez en levant cet angle I B D, c'est une marque qu'il avoit été bien pris.

Et si l'on soustrait de l'angle B C E 121. degrez, l'angle D C B 18. deg. restera 103. deg. pour l'ouverture de l'angle D C E.

L'on suivra la mesme pratique pour connoistre la justesse des deux angles E F G, & G H I, & on trouvera le premier de 89. degrez, & le second de 117. degrez.

Ensuite, pour sçavoir si les angles rentrans sont bien pris, & premierement celui de B D C, il faut additionner au triangle artificiel B C D, les deux angles D B C 41. & DCB 18. afin de soustraire leur somme totale 59. de 180. (valeur des degrez des trois angles d'un triangle) le reste 121. sera la valeur de l'angle rentrant B D C, qui est égale à celle qu'on avoit déja trouvée pour cet angle.

On suivra la mesme régle, en se servant du triangle artificiel G F H, pour connoistre si l'angle rentrant F G H 110. deg. a aussi été bien levé.

Enfin si l'on vouloit verifier les deux angles C E F & H I B, on aura recours à la methode donnée ci-devant au bas de la page 22. en se servant des angles de complément.

PLANCHE XIII.



METHODE POUR LEVER LE PLAN DES LIEUX, *qui ont une enceinte de figure circulaire en tout, ou en partie.*

REGLE. On enfermera un lieu de cette nature avec des cordeaux dans quelque figure rectiligne & artificielle: en sorte que cette figure touche le plus qu'il sera possible par ses costez, l'enceinte circulaire, soit qu'on fasse cette figure artificielle seulement avec des angles saillans, ou soit qu'on la forme avec des angles saillans & rentrans.

Exemple. On veut lever le plan du terrain A, qui a son enceinte en partie circulaire.

On enfermera donc cette enceinte, selon la régle ci-dessus donnée, en formant par le moyen des cordeaux la figure rectiligne, & artificielle B C D E F G H I K L; en sorte que les cordeaux touchent le plus qu'ils pourront l'enceinte circulaire, comme aux points M, N, O, P, Q, &c. afin de mesurer la longueur de ces cordeaux, & l'ouverture de leurs angles qu'on chiffrera au memorial X, pour en faire un plan, comme il sera dit dans la page suivante.

Mais s'il arrivoit que cette enceinte fut extrémement irréguliere, & remplie de sinuositez, ou enfoncemens, comme il se peut remarquer vers la partie inférieure de ce plan A, & que l'on voulust néanmoins avoir precisément le plan de cette enceinte bizare.

Il faudroit alors remarquer où deux cordeaux de cette enceinte artificielle forment un angle comme en G, pour tendre par la moitié de cet angle H G F un cordeau jusqu'à la rondeur de l'enceinte, comme est le cordeau G V, dont on chiffrera la longueur sur le memorial X.

Ensuite sur les deux costez de cet angle H G F, on fera tendre à l'équerre des cordeaux jusqu'à la rondeur, ou enfoncement de l'enceinte, comme sont les cordeaux 1 2, 3 4, 5 6, 7 8, &c. dont on chiffrera la longueur, & l'éloignement qu'ils ont entre-eux sur le memorial X. Cet exemple de l'angle H G F suffit pour tous les autres angles de cette nature, comme il se peut remarquer aux angles L B C, B C D, C D E, D E F, &c.

Enfin si aux enceintes dont on leve le plan, il y avoit des tours, on les enfermera par des cordeaux dans quelque partie d'une figure rectiligne, comme on peut remarquer aux tours I S K & T L, afin de chiffrer sur le memorial X, la longueur des costez, & l'ouverture des angles qui les enferment, pour avoir ensuite au net le trait de leur rondeur, ainsi qu'il va estre enseigné.

PLANCHE XIV.



METHODE DE METTRE AU NET SUR LE PAPIER LE PLAN D'UN LIEU,

dont l'enceinte eſt de figure circulaire, en tout ou en partie, & enfermée par une enceinte artificielle.

EXEMPLE. Soit propoſé à mettre au net le plan A de la page précedente, qu'on a deſſiné en campagne ſur le memorial X.

On tracera vers un des bords de la feüille de papier marquée *a*, une échelle d'un tel nombre de parties égales qu'on voudra, comme de 30. pour les faire valoir des toiſes, ſelon cet exemple.

Enſuite on verra ſur le memorial X, combien un des coſtez de l'enceinte artificielle eſt long, comme le coſté B C de 30. toiſes, afin de tracer ſur la feüille de papier marquée *a*, la ligne *b c*, longue auſſi de 30. toiſes, priſes ſur l'échelle, pour égaler le coſté B C du memorial X, ou le coſté B C 30. toiſes de l'enceinte artificielle du terrain.

Puis ayant obſervé ſur le memorial que l'angle B C D eſt de 101. deg. On fera avec un rapporteur au point C de la feüille de papier *a*, l'angle *b c d* de 101. deg. pour eſtre égal à l'angle B C D de l'enceinte artificielle B C D E, &c. du memorial.

Si l'on continuë de ſuite à la faveur de ce memorial X, à marquer la longueur des coſtez, & l'ouverture des angles qui y ſont chiffrez, on aura déja le trait de l'enceinte artificielle, qui enferme le plan A de la page précedente.

Puis pour avoir le trait circulaire de l'enceinte naturelle, on obſervera au memorial X, à quelle diſtance des angles cette enceinte touche les lignes qui repreſentent les cordeaux de l'enceinte artificielle, comme aux points M, N, O, P, &c. afin de prendre ſur l'échelle leurs diſtances relatives pour les marquer ſur les coſtez de l'enceinte artificielle *b c d e f*, &c. des points *m, n, o, &c.* par leſquels l'on fera paſſer l'enceinte natuelle *m, n, e, o,* &c.

Mais pour avoir encore plus preciſément le trait circulaire de cette enceinte naturelle, on obſervera qu'au memorial X, les angles de l'enceinte artificielle y ſont partagez en deux également (comme on a fait ſur le terrain) par des lignes droites qui ſont tirées du point de l'angle juſqu'au trait de l'enceinte, & que la longueur de ces lignes droites y eſt chiffrée ; ce que l'on fera auſſi aux angles de la feüille *a*, ainſi qu'il ſe peut remarquer aux angles *b c d, c d e,* &c. particulierement à celui de *f g h*, où la longueur *g v* marque cet éloignement.

Planche XV.



Enfin on remarquera sur le memorial, qu'à la droite & à la gauche des costez de chaque angle de l'enceinte artificielle, on a tendu à l'équerre jusqu'à l'enceinte naturelle des cordeaux; comme à l'angle PGO, les cordeaux 12, 34, 56, 78, &c. avec la distance que ces cordeaux ont entre-eux, & avec la longueur qu'ils ont depuis l'enceinte artificielle, jusqu'à l'enceinte circulaire. Ce qu'étant observé,

On fera donc tomber des perpendiculaires depuis les costez des angles de l'enceinte marquée sur la feüille *a*, qu'on terminera de la distance & longueur qu'elles ont avec leurs perpendiculaires relatives marquées sur le memorial X, comme il se peut observer à l'angle *p g o*, par les lignes 12, 34, 56, 78, 9 10, pour des extrémitez de ces lignes, tracer l'enceinte naturelle *o*, 2, 4, *6*, *v*, 8, 10, *p*. Et si on observe les mesmes régles pour les tours ISK & TL, on aura mis au net sur la feüille de papier *a*, le plan du lieu A de la page précedente, lequel a son enceinte en partie circulaire, restant à effacer le trait de l'enceinte artificielle avec de la mie de pain, si elle a été tracée au crayon; ou si elle a été marquée à l'encre, à le piquer, ou contretirer à la vitre, comme il sera dit dans les pages suivantes, afin d'avoir le plan A tracée au net, étant tres-difficile d'en faire tout d'un coup un qui soit propre, à cause des traits de compas qu'il faut tirer.

PLANCHE XVI.



AVERTISSEMENT

touchant la Methode de tracer en campagne les Plans, deſſinez ſur un papier, ou ſur un memorial.

COMME dans les pages ſuivantes nous allons donner les Methodes de tracer ſur le terrain les plans deſſinez ſur un papier, ou ſeulement quand on a la longueur de leurs coſtez & l'ouverture de leurs angles chiffrez ſur un memorial, il eſt bon dans cette occaſion d'eſtre averti que la longueur des coſtez & l'ouverture des angles (ſi l'on veut faire un plan qui ſoit juſte) doivent être meſurez dans la derniere préciſion ; & que s'il y a des angles rentrans, qu'on ait grand ſoin de remarquer où répondent les points fixes ſur leurs coſtez oppoſez. Mais comme il y a pluſieurs Methodes pour faire ce tranſport ſur le terrain, nous allons donner celles qui ſont maintenant les plus en uſage chez les Géometres.

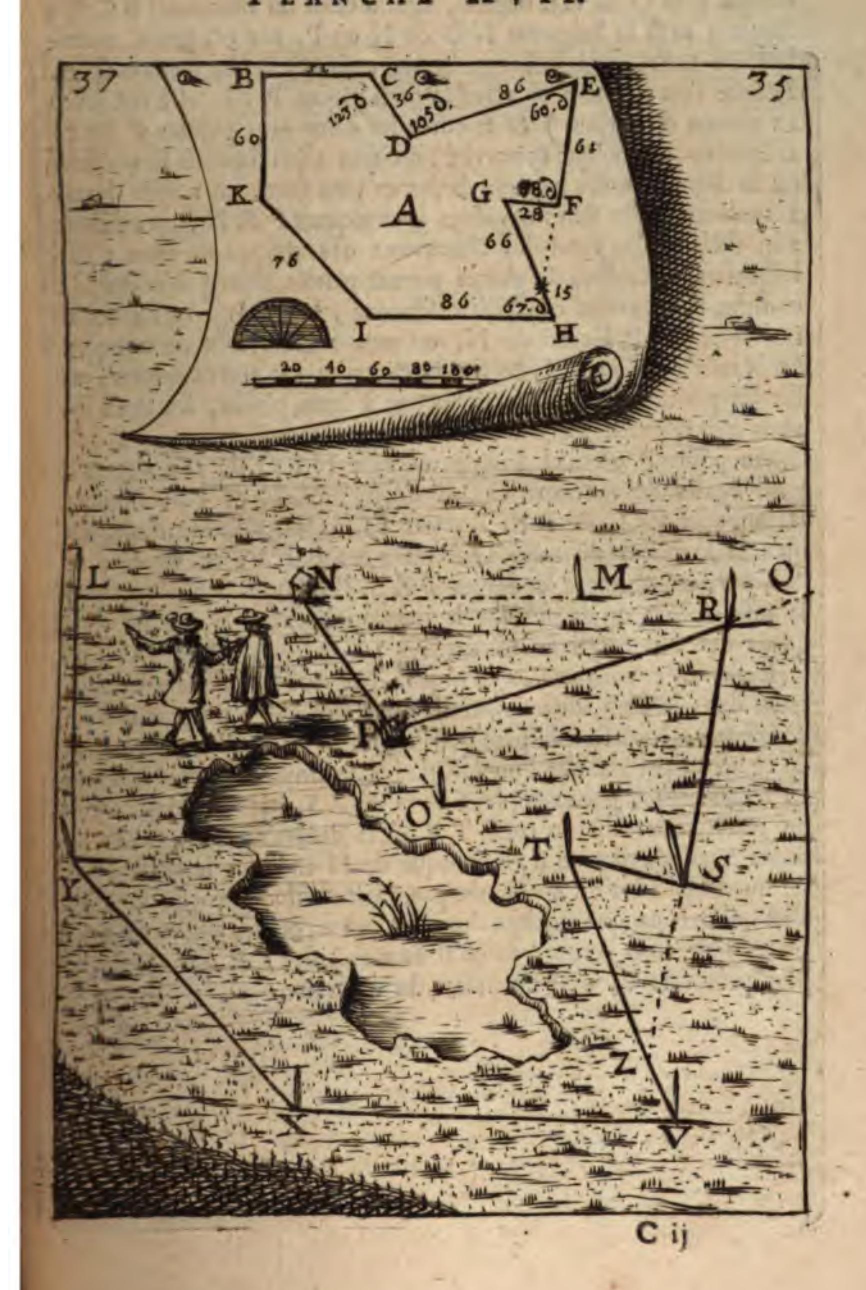
METHODE DE TRACER SUR LE TERRAIN UN PLAN, QUI EST DESSINÉ SUR LE PAPIER.

LE plan à tracer étant deſſiné ſur un papier ou memorial, comme eſt le plan A, dont les points de ſes angles ſont marquez des lettres B, C, D, E, F, G, H, I, & K.

On plantera en terre & au niveau du terrain un piquet où l'on veut qu'il y ait un angle du plan comme en L, d'où l'on tendra le cordeau ou la ligne L M, vers le lieu où on a deſſein de marquer le plan, comme ſelon cet exemple devers la main droite, & l'on terminera la longueur L M (pour ſervir de baſe) de L en N par 52. toiſes, afin d'égaler les 52. toiſes, qui ſont marquées ſur le coſté B C du memorial. Et à ce point N on fichera en terre & au niveau du terrain (comme on a déja fait) un gros piquet de bois, dont la teſte ſera large de trois à quatre pouces en quarré ; & le long de cette ligne de diſtance en diſtance, on ſcellera deſſous avec du plaſtre ou autre matiere, des pierres plates, ou carreaux, ſur leſquels on gravera le trait du cordeau ou de la ligne, afin qu'on puiſſe remettre cette ligne dans ſon premier alignement en cas qu'on vinſt à la lever.

Puis deſſus le gros piquet on poſera un demicercle, un receveur-d'angle, ou une équerre d'Arpenteur ſoit double, ſoit diviſée & montée ſur ſon pied ; puis l'on diſpoſera ſon diametre dans l'ali-

Planche XVII.

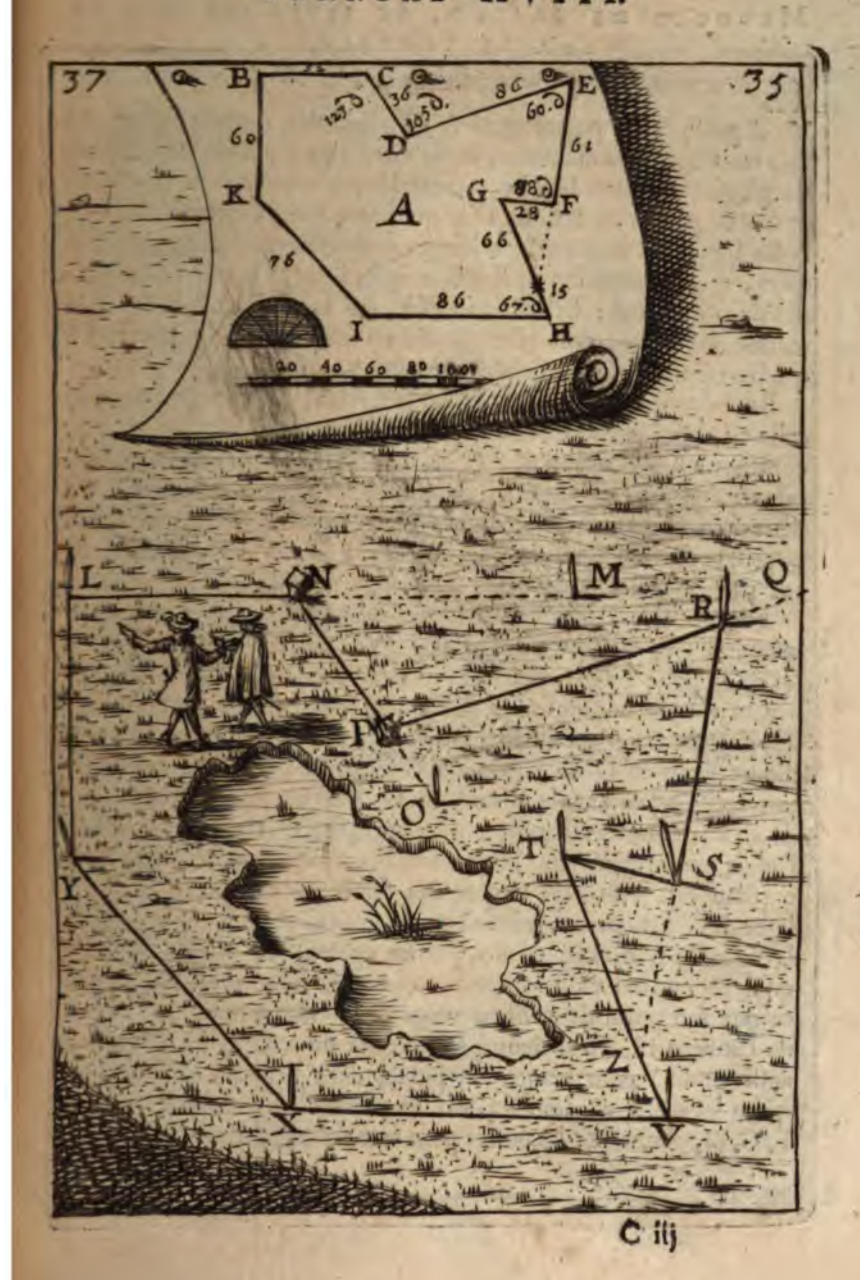


gnement de la ligne N L, en borneyant le piquet L, pour former l'angle L N O de 123. degrez, égal à celui du memorial B C D; limitant aussi la longueur N O de N en P, par 36. toises, nombre des toises qu'a la longueur du costé C D du memorial A. Ensuite l'on plantera en terre le gros piquet P (la teste toûjours au niveau du terrain) & si entre les deux gros piquets P & N il se trouvoit quelque concavité, on fera alors soutenir le cordeau ou la ligne par des treteaux de lignes ; ou bien on tendra horizontalement des testes des deux gros piquets P & N, un cordeau afin d'élever du fond des concavitez des mottes de terre, sur lesquelles on scellera de petites pierres plattes, pour graver dessus, comme nous avons déja dit ci-devant, le trait de la ligne qui ira du piquet P à celui de N, on aura mesme soin de marquer sur la teste du piquet N, & sur toutes celles des autres piquets, ou sur les pierres qu'on pourroit mettre à leurs places, les deux lignes qui forment leurs angles. Cela remarqué.

Au point P on fera l'angle rentrant N P Q de 105. degrez, pour égaler le rentrant C D E du memorial, & l'on limitera la longueur P Q, de P en R, par 86. toises, nombre des toises qu'a la longueur du costé D E du memorial A, & continuant de suite, on formera les angles P R S, R S T, T V X, &c. selon la juste valeur qu'ils ont sur le memorial, avec la précise longueur des costez qui les forment.

Enfin on remarquera, que quand il se trouvera des angles rentrans dans le plan du memorial, qu'il faut avoir un grand soin d'observer si les costez du plan que l'on forme s'accordent avec ceux de ce memorial ; ce que l'on justifie par le moyen des points fixes ; en remarquant, par exemple, si le costé R S, étant prolongé tombe précisément sur le costé T V, à la distance de 15. toises du point V en Z, comme il est marqué de H en * sur le costé H G du memorial ; car s'il n'y tombe pas, mais qu'il s'approche vers T, c'est une marque que quelques-uns des costez, ou des angles qu'on a tracez sont trop petits (ce qu'il faut rectifier) & s'il approche plus prés vers V, c'est un indice du contraire.

PLANCHE XVIII.



METHODE DE TRACER, ET LEVER LES ANGLES SUR LE TERRAIN,

par le moyen d'un portecrayon divisé, & de deux cordeaux.

LA grosseur du portecrayon A est arbitraire, comme de deux à trois lignes de diametre, & de cinq à six pouces de longueur; les plus longs étant les plus commodes, à cause des deux lignes égales & paralleles B C & D E qu'il faut faire graver dessus.

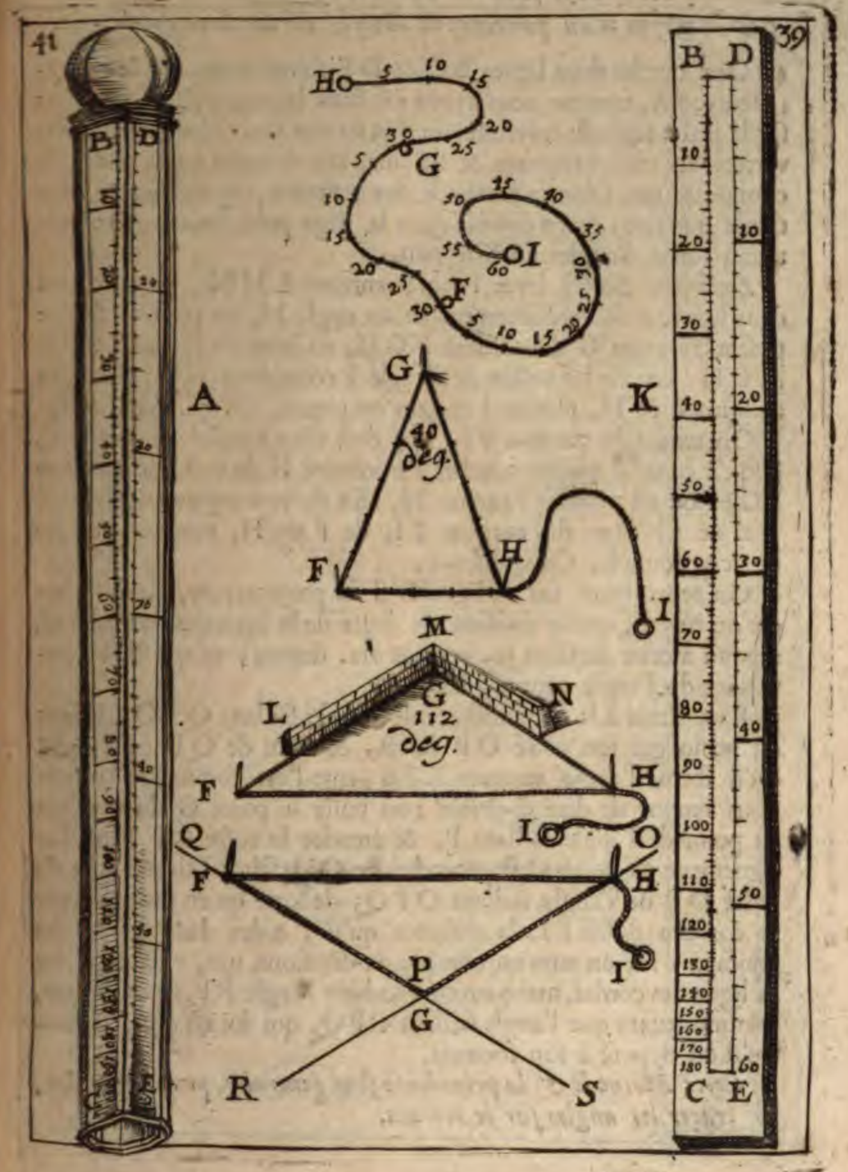
La ligne B C doit avoir sa longueur divisée en 180. parties inégales, qu'on fait selon la division de la ligne des cordes du compas de proportion: Et la ligne D E, qui lui est parallele & de la mesme longueur, doit estre divisée en 60. parties égales, ainsi qu'elle est marquée sur le portecrayon A.

Pour les deux cordeaux dont on se servira, on les prendra de ficelle ou de foüet; & leur longueur sera de 6. toises, plus ou moins, comme on suppose celui de F G H, qu'on pliera par sa moitié en G, où on attachera un anneau, & aussi à ses deux extrémitez F, G, deux autres anneaux, d'une capacité à recevoir dedans un petit piquet; & l'on divisera les cordeaux F G & G H, chacun en 30. parties égales pour servir de pieds, de toises, &c.

Pour le second cordeau F I, qui sera plus grand que le premier, il sera divisé en 60. parties égales des mesmes que de celles de la ligne F G H, finissant où elles pourront sur ce cordeau.

On tracera un angle sur le terrain, comme par exemple, de 40. degrez. En plantant en terre un piquet, & on passera dans ce piquet l'anneau G du cordeau F G H & au lieu où l'on veut que soit le point de l'angle comme en G, puis on tendra le costé G F de ce cordeau vers l'endroit où l'on desire qu'il y ait un costé de l'angle, en plantant dans son anneau F un piquet où on attachera le cordeau F I. Puis, on remarquera sur le portecrayon, & sur sa ligne B C des cordes, où son point de 40. degrez répond sur la la ligne D E divisée en 60. parties égales, & y ayant observé qu'il répond au vingt-uniéme, on tendra le cordeau F I jusqu'à ce que son point de division vingt & un vienne toucher le point de l'anneau H, où il tient à l'extrémité du costé G H (qui sera aussi tendu) pour planter un piquet dans l'anneau H; de sorte qu'en levant le cordeau F G H, les piquets qui resteront sçavoir, F, G, H, donneront les points pour tracer l'angle demandé F G H.

PLANCHE XIX.



METHODE DE CONNOISTRE L'OUVERTURE DES ANGLES RENTRANS ET SAILLANS,

par le moyen d'un portecrayon divisé, & de deux cordeaux.

SOIT que les deux lignes BC & DE soient tracez sur le portecrayon A, comme nous avons dit dans la page précedente, ou sur la petite regle de cuivre K, on s'en servira pour connoistre l'ouverture des angles rentrans & saillans, ces derniers ne se pouvant connoistre que selon la methode des rentrans, en suivant la Methode que nous avons donnée dans la page précedente pour tracer toutes sortes d'angles sur le terrain.

Exemple. Soit à lever l'angle rentrant LMN, on plantera dans le point de l'enfoncement de cet angle M, un piquet où l'on posera l'anneau G du cordeau FGH, en bandant ses costez FG & GH, contre les costez de l'angle à connoistre, pour dans les anneaux F & H, planter à chacun un piquet. Ce qui étant fait,

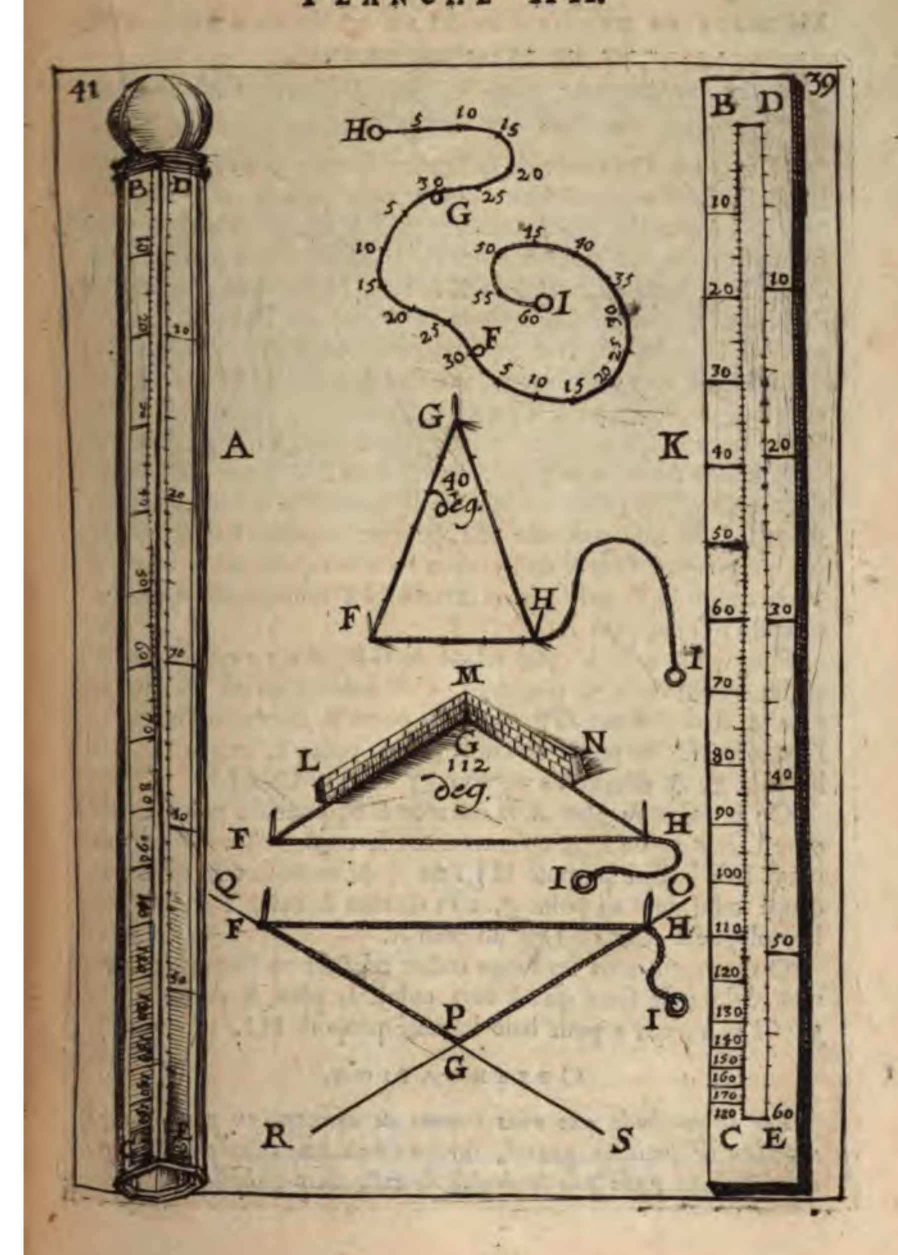
On tendra le cordeau FI, qui doit estre attaché au piquet F, jusqu'à ce qu'il vienne toucher l'extrémité H du costé du cordeau FGH où est attaché l'anneau H, afin de remarquer combien il y a de divisions du cordeau FI, de F en H, comme 50. selon cet exemple. Cela observé,

On remarquera sur la ligne DE du portecrayon, ou de la regle de cuivre, quelle division ou degré de la ligne des cordes BC, répond à cette division 50. comme 112. degrez ; ce qui sera l'ouverture de l'angle proposé LMN.

Pour venir à la connoissance de l'angle saillant OPQ, il faut ou prolonger son costé OP en R, & celui de QP en S, afin qu'il forme l'angle rentrant RPS, que l'on connoistra comme nous venons de dire ci-dessus : ou poser le point G du cordeau au point de l'angle saillant P, & étendre le costé GF selon l'alignement du costé QP, & celui de GH selon l'alignement du costé OP de l'angle saillant OPQ ; de sorte qu'en mesurant par le cordeau divisé FI, la distance qu'il y a des deux poisnts des anneaux FH, on aura un nombre de divisions, qui, cherchées sur la ligne des cordes, marqueront combien l'angle RPS a de degrez, comme autant que l'angle saillant OPQ, qui lui est égal, à cause qu'il est opposé à son sommet.

Cette Methode & la précedente sont generales, pour connoistre, & tracer les angles sur le terrain.

PLANCHE XX.



METHODE DE REDUIRE UN PLAN DE GRAND EN PETIT, ET DE PETIT EN GRAND,

ſur une longueur propoſée, ſans ſe ſervir d'échelle ni de rapporteur.

EXEMPLE. On veut reduire le plan A, qui a pour baſe le coſté F E, dans un autre plan, qui ait pour baſe le coſté H I.

Tirez à part la droite indéterminée K L, pour du point K comme centre, & de la diſtance de la baſe F E du plan A, décrire ſur la ligne indéterminée K L l'arc N M, qu'on terminera de N en O, par la diſtance de la baſe propoſée H I; & l'on tirera par le point O, la droite indéterminée K P.

Enſuite il faut au plan A, prendre la diſtance F G, pour décrire encore du point K l'arc Q R, dont l'on prendra la corde R Q, pour du point H de la baſe propoſée H I décrire l'arc S.

Puis l'on prendra au plan A la diſtance E G, pour du point K décrire l'arc T V, dont on prendra la corde V T qu'on portera au point I de la baſe propoſée H I, pour de ce point I décrire l'arc X, qui coupera l'arc S en Y: alors tirez du point H à ce point Y, la droite H Y, qui formera le coſté H Y homologue, ou relatif au coſté F G du plan A.

Pour avoir auſſi le coſté relatif de G B, il n'y a qu'à ſuivre les régles qu'on vient de pratiquer, c'eſt-à-dire, qu'on prendra au plan A cette diſtance G B, pour du point K décrire à l'ordinaire l'arc *a b*, afin de porter ſa corde *b a* au point Y, extrémité de la ligne H Y, & décrire de ce point Y l'arc *c*. Cela fait.

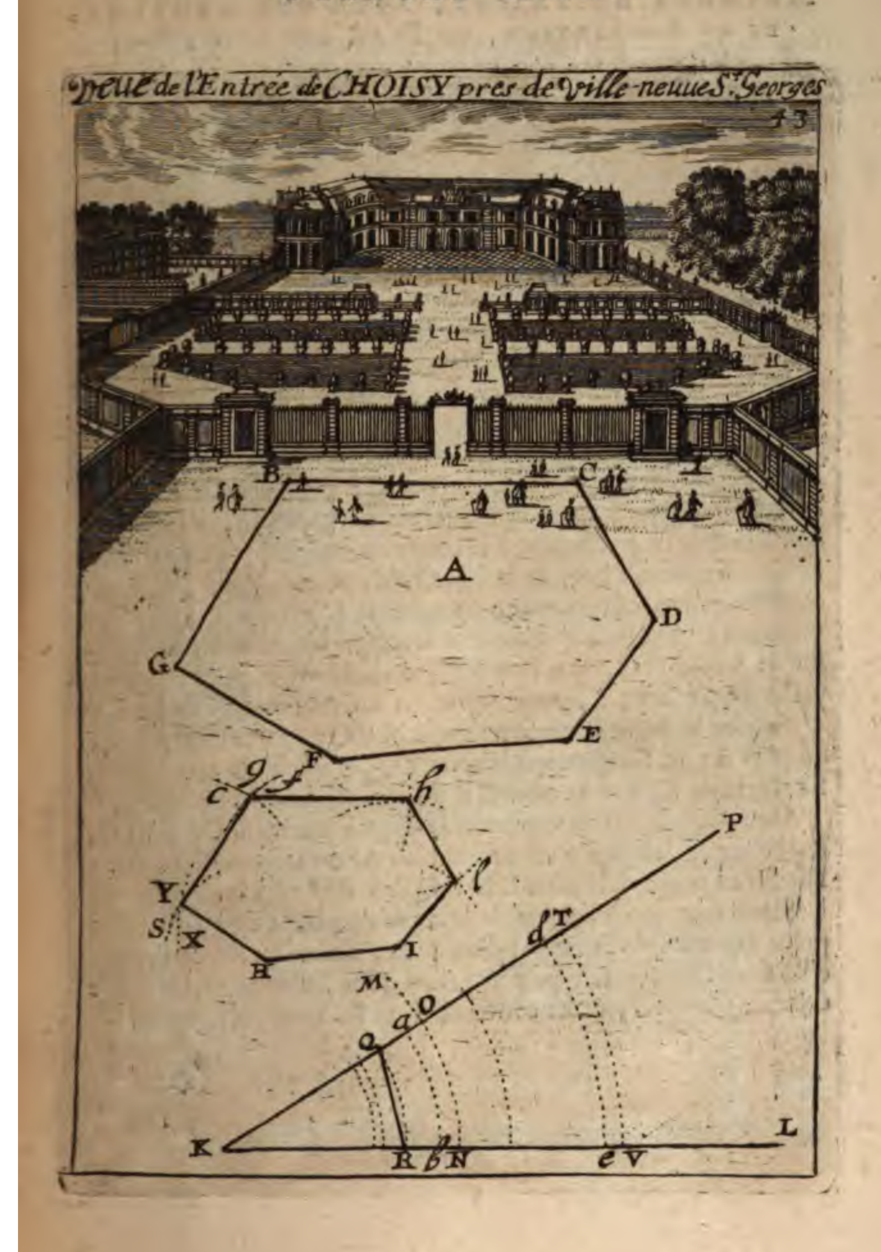
On prendra au plan A la diſtance E B, pour du point K décrire l'arc *d e*; de ſorte qu'en prenant ſa corde *e d*, on décrira du point I de la baſe propoſé H I l'arc *f*, & on obſervera où il aura coupé celui de *c* au point *g*, afin de tirer le coſté Y *g*, qui ſera homologue à celui de G B du plan A.

On trouvera tous les autres coſtez relatifs, en ſuivant les meſmes régles; de ſorte qu'on aura reduit le plan A dans le plan *g h l* I H Y, qui a pour baſe le coſté propoſé H I.

OBSERVATION.

Par la methode que nous venons de donner, on peut reduire un plan de petit en grand, ſur une baſe propoſée, pourveu que cette baſe ne paſſe pas le double de celle du petit plan.

PLANCHE XXI.


veüe de l'Entrée de CHOISY pres de ville-neuue S.t Georges
43
A
B
C
D
E
F
G
g
f
c
h
l
Y
S
X
H
I
P
T
d
M
O
a
Q
K
R
N
e
V
L

METHODE DE TRACER, AVEC UNE E'CHELLE, ET UN RAPPORTEUR, UN PLAN QUI SOIT E'GAL, *plus grand, ou plus petit qu'un autre plan proposé.*

EXEMPLE. On veut copier d'une mesme grandeur le plan A, qui est borné des six costez BC, CD, DE, &c. duquel l'échelle H est divisée en cent parties égales.

On tracera sur le velin ou sur le papier I, destiné pour cette copie, l'échelle K de la mesme longueur & division que l'échelle H du plan A, c'est-à-dire, de cent parties égales selon cet exemple :

Puis on mesurera combien le costé BC du plan A, contient de parties de son échelle, comme 80. afin de tirer à l'infini & sur le papier marqué I, la ligne blanche LM que l'on terminera de L en N par 80. parties, prises sur son échelle K, ou sur celle de H qui lui est égale.

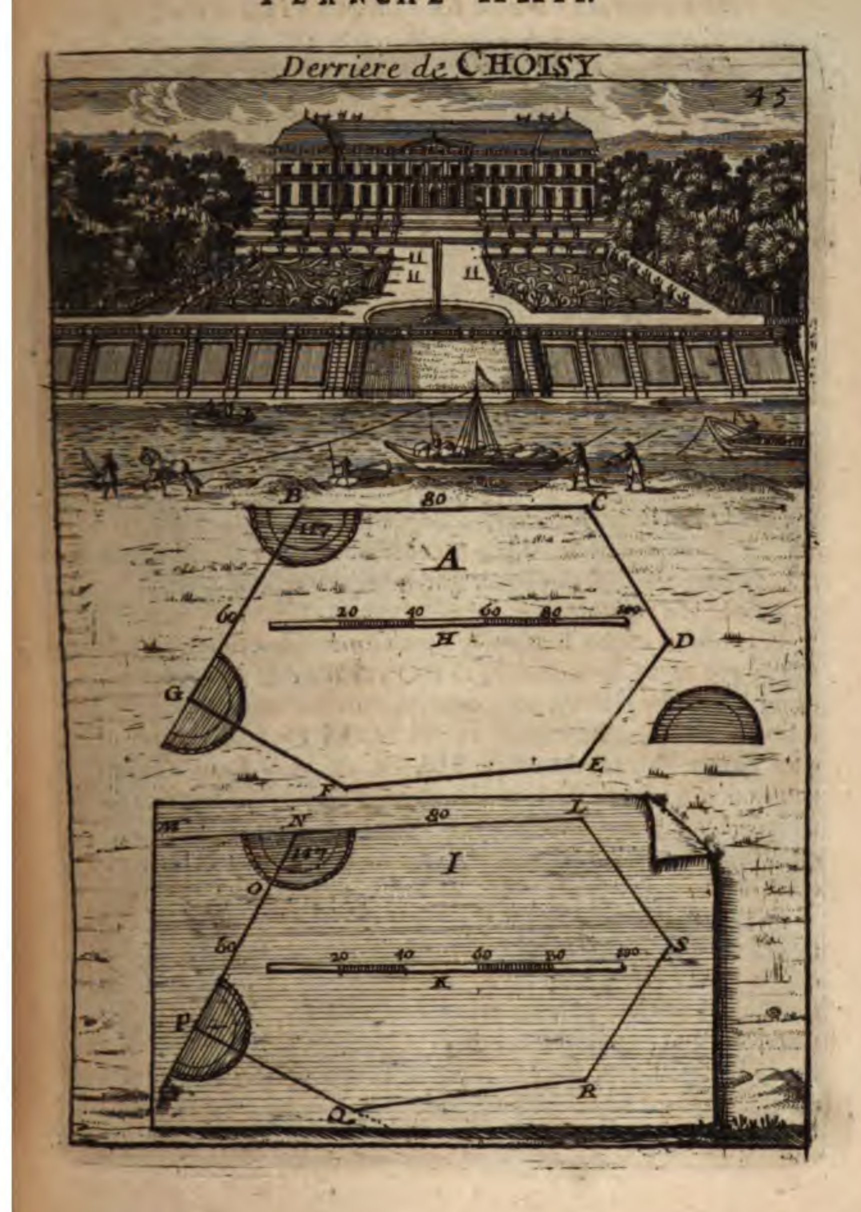
Ensuite avec un rapporteur, on observera au plan A, combien l'angle CBG a d'ouverture, comme 117. deg. pour en faire un égal sur le papier I au point N, en posant (ainsi qu'il a été expliqué à la teste de ce Chapitre) le centre du rapporteur à ce point N, & son diametre à l'uni de la ligne LM, pour compter sur la circonference, en commençant du costé de L 117. deg. qui se termineront en O. Puis (ayant levé le rapporteur) on tirera à l'infini la droite NO, que l'on limitera de N en P par 60. parties prises sur l'échelle K, pour égaler les 60. parties du costé BG.

Ensuite au point P on fera l'angle NPQ, égal à l'angle BGF du plan A ; & l'on limitera le costé PQ, d'autant de parties prises sur l'échelle K, que le costé GF du plan A, en a sur l'échelle H.

De sorte que si l'on continuë de suite à porter sur le papier I, les costez & les angles relatifs du plan A, on trouvera qu'on aura fait sur ce papier I le plan LNPQRS égal au plan A.

Si on veut que les costez de la copie du plan à faire soient plus petits que ceux de l'original d'un quart, d'un tiers, &c. il n'y a qu'à faire l'échelle K plus petite d'un quart, d'un tiers, &c. que celle de l'original, & au contraire si on les veut plus grands.

PLANCHE XXII.



METHODE DE COPIER LES PLANS, *par le moyen du treillis.*

ON appelle treillis, la diſpoſition de certaines lignes, cordes, &c. qui étant tracées, ou attachées d'une diſtance égale, & parallele de haut en bas, & de droit à gauche, ſe coupent & forment pluſieurs carreaux, comme il paroiſt au treillis H I K L.

Exemple. Pour copier le plan A, on l'enfermera dans un quarré, ou quarré long, comme celui de H I K L, qui formera le bord du treillis.

Puis on diviſera ſes deux coſtez oppoſez H I & L K, en meſme nombre de parties égales, comme en cinq, ſelon cet exemple, pour tirer avec du crayon, ou fuſin, des lignes droites aux points relatifs de ces deux coſtez H I & L K.

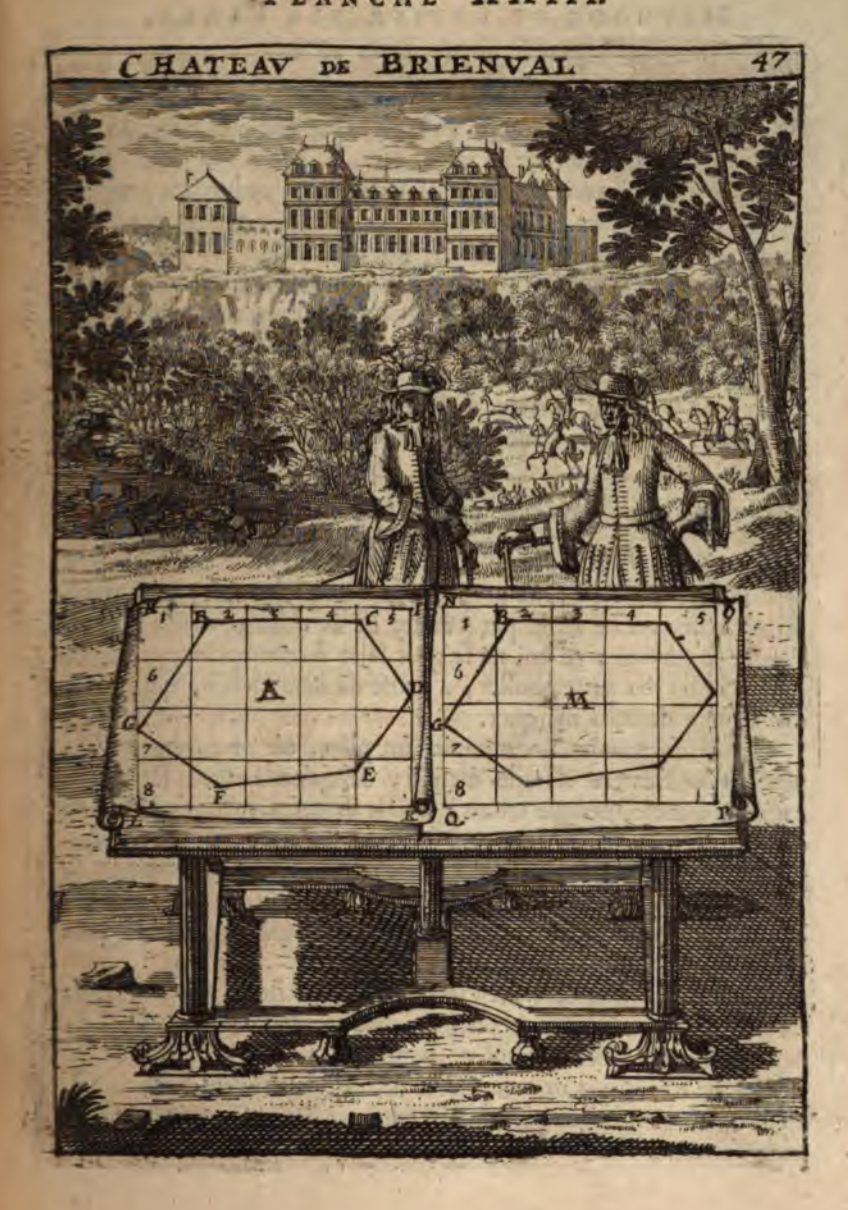
Enſuite on diviſera auſſi les coſtez H L & I K de ce rectangle en autant de parties égales qu'on deſire, comme en quatre, afin de tirer aux points relatifs des lignes, qui en croiſant les premieres, formeront pluſieurs carreaux, & le treillis ſera fait.

Il y en a qui, pour ne pas prendre un carreau l'un pour l'autre, ont ſoin de les diſtinguer par quelques lettres ou chiffres 1, 2, 3, &c. Cela obſervé,

Pour donc copier le plan A dans ſa préciſe grandeur, on fera ſur le papier M le treillis N O P Q, ſemblable & égal à celui de H I K L du plan A, afin qu'en rapportant au crayon, ou au fuſin, ſur chaque carreau du treillis N O P Q, tout ce qu'il y a dans chaque carreau du treillis H I K L du plan A, on ait ſur le papier une fidelle copie de ce plan A, que l'on diſtinguera, en paſſant de l'encre ſur les traits que l'on aura marqué au crayon, ou au fuſin; enſuite on effacera avec de la mie de pain les treillis qui ſont marquez ſur le plan, & ſur la copie.

Si l'on vouloit copier un plan ſans tracer de treillis deſſus l'original, ni deſſus la copie; il faudroit tendre de petits fils fort déliez deſſus l'original, & auſſi ſur la feüille de papier où l'on veut faire la copie, puis rapporter deſſus les carreaux de ce treillis tout ce qui ſe trouvera compris dans les carreaux relatifs du treillis de l'original; & ainſi la copie ſe trouvera achevée ſans qu'on ait tracé aucune ligne ſur l'original.

PLANCHE XXIII.



METHODE DE COPIER LES PLANS, *par le moyen de la vitre.*

QUAND on eſt preſſé de copier un plan dans ſa juſte grandeur, nous ne trouvons point d'expédient plus court & plus ſeur, que de ſe ſervir de la vitre.

Si le plan eſt petit on ſe ſervira des vitres ordinaires ; mais ſi le plan eſt grand, les glaces de carroſſes ſont fort commodes, pour ſervir a copier le plan dans toute ſon étenduë.

Pour copier donc un plan, on choiſira une feüille de papier blanc & fin, que l'on attachera par ſes extrémitez avec de la cire, ou avec pluſieurs épingles ſur le plan à contretirer ; puis on poſera les deux feüilles jointes contre la vitre (le dos du plan touchant le verre) & on verra au travers du papier blanc tous les traits du plan que l'on copiera avec facilité, ſoit au crayon, ou à l'encre.

METHODE DE COPIER UN PLAN, EN LE CALQUANT, *par le moyen d'un papier huilé.*

L'HUILE d'aſpic a cette proprieté, qu'en rendant un papier tranſparent, on ne laiſſe pas d'écrire & de deſſiner deſſus avec de l'encre commune ; ce qui ne ſe peut faire ſi commodement ſur un papier imbu des autres huiles, à cauſe de leur graiſſe, qui empêche l'encre de bien marquer.

Quand on voudra donc copier un plan, on preparera un papier qu'on frottera d'huile d'aſpic, & qu'on laiſſera ſécher & imbiber durant quelque temps ; on le frottera meſme deſſus & deſſous avec de la mie de pain, en le preſſant un peu pour le dégraiſſer, afin qu'il ne gaſte point l'original, ou le plan à copier.

Enſuite, on étendra le plan le plus uniement qu'il ſera poſſible, & le papier huilé par deſſus, qui laiſſera voir exactement tous les traits de l'original à copier.

Alors l'on parcourera avec une plume fort fine, tous les traits du plan qu'on marquera exactement ſur ce papier huilé, qui donnera une copie fidelle du plan propoſé.

On en fera aprés une copie au net par le moyen de la vitre, ou bien en piquant ce plan huilé comme il va eſtre dit dans la page ſuivante.

METHODE DE COPIER UN PLAN, EN LE PIQUANT.

QUAND on n'a point de vitre propre à copier un plan, on le peut toutefois contretirer, en le piquant.

On étend, par exemple, ſur une table la feüille de papier blanc, ſur laquelle on veut copier le plan ; puis on met ſur cette feüille le plan à copier, que l'on attache par ſes bords avec des épingles à la feüille de papier blanc, de crainte qu'ils ne ſe ſeparent l'un de l'autre, mais ſi l'on ne veut pas gaſter leurs bords, l'on mettra, à la place des épingles, quelque choſe de peſant ſur leurs extrémitez.

Enſuite avec une aiguille, ou une épingle, on piquera tous les angles, & les autres parties du plan à copier, & auſſi la feüille de papier blanc ſur laquelle on veut copier le plan, afin qu'en détachant & levant le plan de deſſus la feüille de papier, on y remarque les meſmes points que l'on a piqué au plan, pour les unir & en former des angles relatifs à ceux du plan copié. Alors on aura ſur le papier blanc la copie qu'on s'étoit propoſée.

Il faut avoir un grand ſoin de faire couler l'ongle derriere le plan & la copie, afin de boucher les trous que l'aiguille, ou que l'épingle y auroient pu laiſſer.

METHODE DE COPIER UN PLAN PAR LE PONSIF.

MAIS ſi on vouloit avoir une copie dont le papier ne fuſt pas piqué : il faudroit d'abord faire une copie du plan en piquant le plan & la copie, ainſi que nous venons de l'enſeigner, & poſer cette copie piquée ſur une feüille de papier, afin qu'en frappant ſur la copie avec un ponſif (c'eſt un petit linge rempli de poudre de fuſin) on trouve ſur la feüille de papier des points marquez au fuſin, leſquels étant unis de lignes droites ou courbes, formeront un plan ſemblable & égal au plan propoſé.

METHODE DE COPIER LES PLANS, *par le moyen du crayon.*

ON hachera en poudre ſur le dos du plan à copier, ou mieux ſur une autre feüille de papier, du crayon noir communément appellé de la pierre de mine, ou mine de plomb ; & avec le doigt, ou avec un petit linge, on noircira autant qu'on le jugera à propos, le dos de ce plan, ou de la feüille de papier.

Puis ſur une table, ou ſur quelque autre ſujet uni, on étendra la feüille de papier blanc ou de velin, ſur laquelle on veut copier le plan, & l'on poſera deſſus ce papier, ou velin, le coſté norci du plan, ou du papier preparé en cas que l'on ne veüille pas gaſter le dos de l'original, & pour lors on appliquera le dos du plan à copier ſur la feüille de papier noircie, & avec la pointe d'un compas ou d'une aiguille qui ait ſa pointe émouſſée, on paſſera avec cette pointe ſur tous les traits du plan à copier, en appuyant comme ſi l'on vouloit tracer une ligne, ou écrire un mot ; ce qui fera que le crayon, qui eſt attaché au dos du papier noirci, ſe déchargera, & marquera ſur la feüille de papier blanc qui eſt au-deſſous, & ſur laquelle on veut copier le plan.

De ſorte que ſi l'on leve le plan, & la feüille de papier noircie de deſſus la feüille de papier où l'on veut marquer le plan, on trouvera cette feüille de papier chargée d'un plan marqué au crayon, égal à ſon original, ne reſtant plus qu'à frapper deſſus avec quelque linge pour oſter la pouſſiere de la mine de plomb qui pourroit s'eſtre attachée deſſus le papier lors qu'on a touché à l'original ; & alors on tracera à l'encre, ou avec ce que l'on voudra, les traits marquez au crayon.

LA GEOMETRIE PRATIQUE.

LIVRE TROISIE'ME.

CHAPITRE II.

De la Planimetrie, ou Arpentage, qui montre à resoudre les differentes Multiplications qu'on propose en Géometrie Pratique, soit sans fractions ou avec fractions, selon la Methode que nous appellons des Ingénieurs.

COMME l'arpentage consiste dans la multiplication des costez des plans dont on veut mesurer la superficie; & que leurs costez se trouvent le plus souvent chargez de fractions, nous sommes obligé d'expliquer dans ce Chapitre plusieurs régles, pour resoudre les fractions par une methode, que nous appellons des Ingénieurs, à cause que sans se servir de tables, elle donne précisément le produit des fractions.

AVERTISSEMENT SUR LES MESURES DE LA PLANIMETRIE.

COMME l'on se sert, dans la Trigonometrie, de lignes pour mesurer les longueurs ou distances, on se sert aussi dans la Planimetrie de quarrez pour mesurer les plans, ou les superficies.

Les mesures quarrées dont on se sert, sont pour les petites superficies, des quarrez qui ont leurs costez longs d'une ligne, d'un pouce, d'un pied, d'une toise, &c. & pour les grands terrains ce sont les perches quarrées, les arpens, &c. de sorte que nous allons donner l'explication d'une toise quarrée, & de ses parties pour servir de régles à comprendre les autres mesures de la Planimetrie.

UNE TOISE QUARRE'E est un quarré qui a six pieds de longueur, & six pieds de largneur.

Exemple. Le quarré A B C D est une toise quarrée, à cause que c'est un quarré qui a sa longueur A B supposée de six pieds, & sa largeur A D aussi de six pieds; de sorte que la multiplication de ses deux costez le partage en 36. petits quarrez égaux, qui étant chacun supposé d'un pied de longueur, font 36. pieds quarrez.

Un pied quarré est un quarré qui a 12. pouces de longueur, & 12. pouces de largeur.

Exemple. Le quarré E F G H est un pied quarré, à cause qu'il est supposé avoir 12. pouces de largeur de E en F, &c.

Un pied courant sur toise, ou simplement un pied sur toise, est un rectangle qui a une toise de longueur, & un pied de largeur.

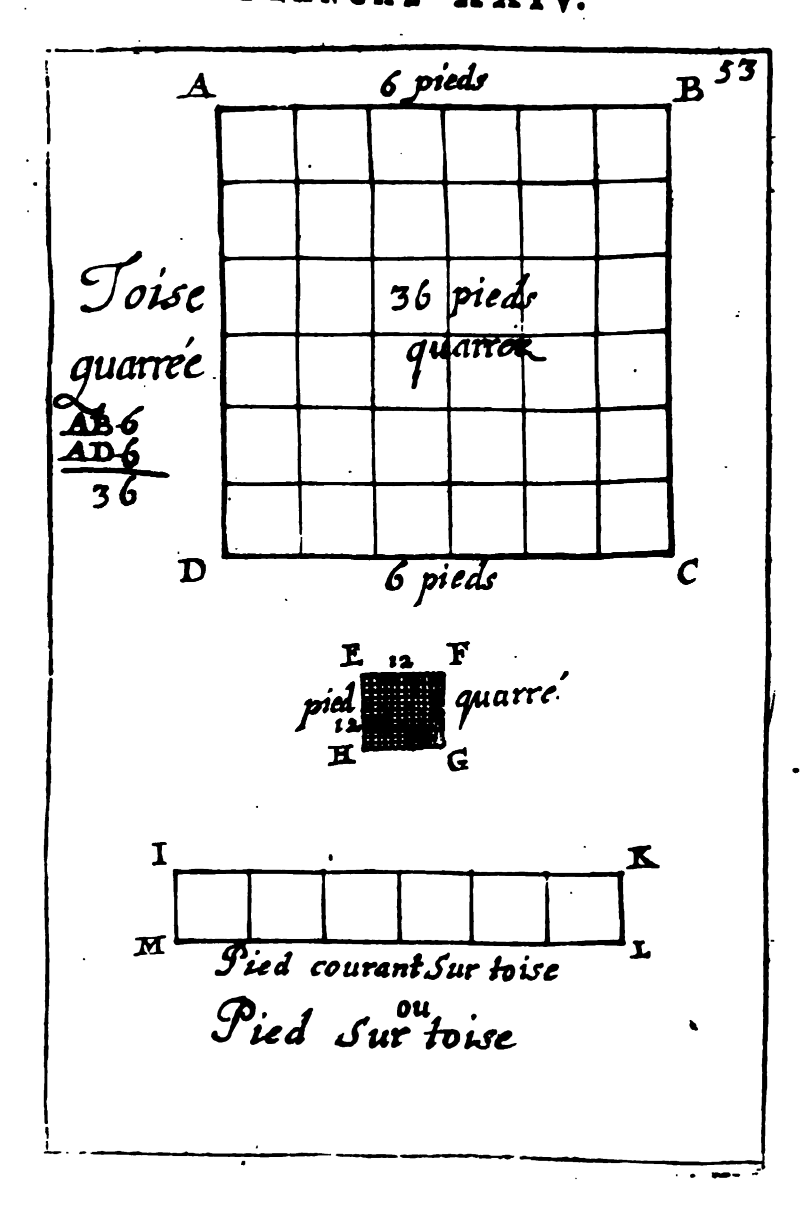
Exemple. Le rectangle I K L M est un pied sur toise, à cause que c'est un rectangle, qui a sa longueur I K supposée d'une toise, & sa largeur I M d'un pied.

Le pied sur toise I K L M differe du pied quarré E F G H, en ce que le pied sur toise I K L M contient lui seul six fois le pied quarré E F G H.

Remarque.

Observez pour la suite, que lors qu'on parlera d'une mesure courante sur une autre, on entend toûjours parler d'un rectangle, dont la grande espece tient lieu de longueur, comme on peut observer, par exemple, au rectangle I K L M, qui, ayant une toise de longueur & un pied de largeur, est appellé un pied courant sur toise, ou simplement un pied sur toise, ainsi que nous le nommerons toûjours pour abreger.

PLANCHE XXIV.



REMARQUES SUR LES MESURES,
qui étant multipliées les unes par les autres, produiſent des Meſures quarrées.

APRE'S avoir expliqué dans la page précedente, ce qu'on entendoit ſous les noms de toiſe quarrée, de pied quarré, & de pied courant ſur toiſe, nous dirons dans celles-cy que

Des lignes multipliées par des lignes, produiſent des lignes quarrées.

Il en eſt de meſme pour les autres meſures des pouces, des pieds, des toiſes, qui, étant multipliées les unes par les autres, produiſent des pouces quarrez, des pieds quarrez, & des toiſes quarrées.

Des pouces multipliez par des lignes, produiſent des lignes courantes ſur pouces; c'eſt-à-dire, des rectangles d'un pouce de longueur, & d'une ligne de largeur, ſuivant la remarque qui a été faite au bas de la page précedente.

Des pieds multipliez par des lignes, produiſent des lignes courantes ſur pieds.

Des toiſes multipliées par des lignes, produiſent des lignes courantes ſur toiſes.

Des pieds multipliez par des pouces, produiſent des pouces ſur pieds.

Des toiſes multipliées par des pouces, produiſent des pouces courant ſur toiſes.

Des toiſes multipliées par des pieds, produiſent des pieds ſur toiſes.

De la valeur de plusieurs Mesures quarrées *prises ensemble.*

IL est bon d'avertir qu'aux multiplications qu'il faudra faire dans cette Planimetrie, pour mesurer les superficies, comme on aura dans leur addition, plusieurs differentes sommes, & que l'on sera en peine de sçavoir ce qu'elles peuvent produire dans la plus grande espece, il faut donc sçavoir que

12. lignes quarrées font une ligne sur pouce.
12. lignes sur pouce font un pouce quarré, ou 144. lig. quarrées.

12. lignes sur pied font un pouce sur pied, ou 12. pouces quarrez.
12. lignes sur toise font un pouce sur toise, ou 72. pou. quarrez.

12. pouces quarrez font un pouce sur pied.
12. pouces sur pied font un pied quarré, ou 144. pou. quarrez.
12. pouces sur toise font un pied sur toise, ou 6. pieds quarrez.

6. pieds quarrez font un pied sur toise.
6. pieds sur toise font une toise quarrée.

PREMIERE PROPOSITION.

DE la multiplication des toises, par toises.

Exemple. On veut multiplier les 80. toises marquées A, par les 52. toises de B.

A ———— 80 —— toises.
B ———— 52 —— toises.

160
400

C ——— 4160 —— toises quarrées.

Pratique de cet Exemple.

Il faut faire une multiplication à l'ordinaire, & on aura au produit 4160. toises quarrées, *exemple* C; ce qu'il falloit trouver.

On observera que cette pratique est generale pour toutes sortes de Propositions, où il faut multiplier deux mesmes especes l'une par l'autre, comme des toises par toises, des pieds par pieds, &c. & pour montrer l'usage de cette pratique sur le terrain, nous nous sommes servi de l'exemple du Chapitre suivant, où il est enseigné à arpenter les figures triangulaires qui ont leurs trois angles aigus : Nous imiterons le mesme ordre à l'égard des exemples suivans.

SECONDE PROPOSITION.

DE la multiplication des toises, & pieds, par toises.

Exemple. On veut multiplier A 144. toises, 5. pieds, par B 125. toises.

A ———— 144 toises. ——— C — 5 pieds.
B ———— 125 toises.

F

D { 720 —— E - $\not{6}\not{2}\not{5}$ — H - 6 pieds sur toises.
2884
1440
1 }

1
$\not{6}\not{2}\not{5}$ (104
$\not{6}\not{6}\not{6}$

1 G
6
6
6

I ——— 18104 toises quarrées. ———— 6 pieds qu.

Pratique de cet Exemple.

1° Chiffrez les 144. toiſes de A, & à coſté les 5. pieds en C, une fois plus loin que dans les multiplications ordinaires : & chiffrez les 125. toiſes de B, au-deſſous des 144. toiſes de A, puis tirez une longue ligne au-deſſous de ces deux ſommes.

2° Multipliez les 144. toiſes de A, par les 125. toiſes de B, & ne faites pas l'addition de leurs ſommes marquées D $\left\{\begin{array}{r}720\\288\\144\end{array}\right\}$ qui ſont des toiſes quarrées.

3° Multipliez les 125. toiſes de B, par les 5. pieds de C, au-deſſous de la ligne en E, qui produiront *625.* pieds ſur toiſes. Alors remarquez (pour cet exemple ci, & pour tout le reſte de cette Géometrie) que lors qu'une meſure eſt multipliée par une plus petite, & de differente eſpece, la plus petite court toûjours ſur la plus grande ; c'eſt-à-dire, par exemple, que les 125. toiſes de B, multipliées par les 5. pieds de C, ont formé *625.* pieds courant ſur toiſes, ou *625.* petits rectangles, qui ont une toiſe de longueur, & un pied de largeur, ſuivant la remarque de la page 52.

4° Pour ſçavoir ce que les *625.* pieds ſur toiſes de E, ſont de toiſes quarrées, diviſez-les à part en F, par *6.* (nombre des pieds ſur toiſes que vaut une toiſe quarrée) le quotient donnera 104. toiſes quarrées qu'on chiffrera à la régle avec les toiſes quarrées de D $\left\{\begin{array}{r}720\\288\\144\end{array}\right\}$ ayant eu ſoin de trancher à la régle les *625.* pieds ſur toiſes de E, puis qu'on les a porté ailleurs & reduit en toiſes quarrées.

5° Comme il eſt reſté un pied ſur toiſe à la diviſion F, c'eſt une marque que ce pied ne peut pas donner une toiſe quarrée, puis qu'il faut *6.* pieds ſur toiſes pour faire une toiſe quarrée. On reduira donc ce pied ſur toiſe en pieds quarrez, en le multipliant à part en G par *6.* (nombre des pieds quarrez que vaut un pied ſur toiſe) le produit donnera *6.* pieds quarrez qu'on chiffrera à la régle en H à la colonne des pieds.

6° Tracez une longue ligne au-deſſous des toiſes quarrées, & des pieds quarrez de la régle. Puis additionnez les pieds quarrez de H, & les toiſes quarrées de D, & vous aurez 18104. toiſes quarrées, & *6.* pieds quarrez, *exemple* I, pour le produit total de A 144. toiſes, 5. pieds multipliez par B 125. toiſes. Ce qu'il falloit trouver.

TROISIE'ME PROPOSITION.

1° DE la multiplication des toiſes & pieds, par toiſes & pieds. *Exemple.* On veut multiplier A 110. toiſes, 3. pieds, par B 36. toiſes, 4. pieds.

A —— 110 toiſes. —————— C — 3 pieds.
B —— 36 toiſes. —————— D — 4 pieds.

E { 660 —— F — 440 —— H — 12
3301 —— G — 108 —— N — 24
9 —— K — 2 }
pieds ſur toiſ.

O —— 4051 —————— 24
toiſes quarrées. pieds quarrez.

I: 12(2, 6
L: 24, 550(91, 66
M: 4, 6, 24

Pratique de cet Exemple.

1° Chiffrez les 110. toiſes de A, & à coſté les 3. pieds en C, une fois plus loin que dans les multiplications ordinaires (ainſi que nous l'avons dit à la teſte de la page précedente; ce que nous ne repeterons plus dans les multiplications ſuivantes, pour éviter les redites:) Puis chiffrez les 36. toiſes de B au-deſſous des 110. toiſes de A, & les 4. pieds en D, au-deſſous des 3. pieds de C; & tirez une longue ligne au-deſſous de ces deux ſommes.

2° Multipliez les 110. toiſes de A, par les 36. toiſes de B, & ne faites pas l'addition de leurs ſómmes marquées E { 660 / 330 } qui ſont des toiſes quarrées.

3° Multipliez les 110. toiſes de A, par les 4. pieds de D, au-deſſous de la ligne en F, qui produiront 440. pieds ſur toiſes. Puis multipliez auſſi les 36. toiſes de B, par les 3. pieds de C, qui produiront 108. pieds ſur toiſes, qu'on chiffrera en G, au-deſſous des 440. pieds ſur toiſes de F.

4° Multipliez les 3. pieds de C, par les 4. pieds de D, qui produiront 12. pieds quarrez, qu'on chiffrera à la colonne des pieds en H.

5° Pour sçavoir ce que les 12. pieds quarrez de H font de pieds sur toises, divisez-les à part en I par *6*. (nombre des pieds quarrez que vaut un pied sur toise) le quotient donnera 2. pieds sur toise, qu'on chiffrera à la régle en K à la colonne des pieds sur toise, ayant eu soin de trancher à la régle les chiffres de H, puis qu'on les a reduit en d'autres especes.

6° Pour sçavoir ce que les pieds sur toise marquez à la régle des lettres F, G, K, font de toises quarrées, on les additionnera à part en L, pour diviser leur somme totale 550. pieds sur toise par *6* (nombre des pieds sur toise que vaut une toise quarrée) le quotient donnera 91. toises quarrées, qu'on chiffrera à la régle avec les toises quarrées de E $\left\{ \begin{matrix} 660 \\ 330 \end{matrix} \right\}$ ayant eu soin de trancher à la régle les chiffres de F, G, K, puis qu'on les a reduit en d'autres especes : & comme il est resté 4. pieds sur toises à la division L, on les reduira en pieds quarrez, en les multipliant à part en M par *6*. (nombre des pieds quarrez que vaut un pied sur toise) le produit donnera 24. pieds quarrez, qu'on chiffrera à la régle à la colonne des pieds en N.

7o. Tracez une longue ligne au-dessous des sommes de la régle, & additionnez les pieds quarrez de N, dont les chiffres n'ont point été tranchez ; & additionnez aussi les toises quarrées de E, vous aurez 4051. toises quarrées, & 24. pieds quarrez, *exemple* O, pour le produit total de A 110. toises 3. pieds multipliez par B 36. toises 4. pieds. Ce qu'il falloit trouver.

QUATRIÉME PROPOSITION.

DE la multiplication des toises, pieds, & pouces, par toises.

Exemple. On veut multiplier A 67. toises, 2. pieds, 7. pou. par B 28. toises.

A —— 67 toises. ——— C 2 pieds. —— D 7 pouces.
B —— 28

E { 536 —— F 56 —— G 0 —— H 196
1342 —— K 16 —— M 2 pouces
1 pieds sur toises. sur toises.

O — 1888 ———— 2
toises quarrées. pieds qu.

I	L	N
1	4	1
74	72	72(12
196(16	288	66
122		
1		

Pratique de cet Exemple.

1° Chiffrez les 67. toises de A, & à costé les 2. pieds en C, & les 7. pouces en D. Puis chiffrez les 28. toises de B, au-dessous des 67. toises de A, & tirez une longue ligne dessous ces deux sommes.

2° Multipliez les 67. toises de A, par les 28. toises de B, & ne faites pas l'addition de leurs sommes marquées E { 536 / 134 }; qui sont des toises quarrées.

3° Multipliez les 28. toises de B, par les 2. pieds de C, qui produiront 56. pieds sur toises qu'on chiffrera en F; & comme il n'y a point de pieds aprés les 28. toises de B, on chiffrera à la régle à la colonne des pieds un o en G.

4° Multipliez les 28. toiſes de B par les 7. pouces de C, qui produiront 196. pouces ſur toiſes, qu'on chiffrera aprés la colonne des pieds en H.

5° Pour ſçavoir ce que ces 196. pouces ſur toiſes de H, valent de pieds ſur toiſes, diviſez-les à part en I, par 12. (nombre des pouces ſur toiſes que vaut un pied ſur toiſe) le quotient donnera 16. pieds ſur toiſes, qu'on chiffrera à la régle en K au-deſſous des 56. pieds ſur toiſes de F (ayant eu ſoin de trancher les chiffres de H ; puis qu'on les a reduit en d'autres eſpeces) & comme il reſte 4. pouces ſur toiſe à la diviſion I, on les reduira en pouces quarrez, en les multipliant à part en L par 72. (nombre des pouces quarrez que vaut un pouce ſur toiſe) le produit donnera 288. pouces quarrez qui valent 2. pieds quarrez (à cauſe que 144. pouces quarrez valent un pied quarré) qu'on chiffrera en M, à la colonne des pieds quarrez.

6° Pour ſçavoir ce que les pieds ſur toiſes marquez à la régle des lettres F & K, font de toiſes quarrées, on les additionnera à part en N, pour diviſer leur ſomme totale 72. pieds ſur toiſes par 6. (nombre des pieds ſur toiſes que vaut une toiſe quarrée) le quotient donnera 12. toiſes quarrées, qu'on chiffrera à la régle au-deſſous des toiſes quarrées de E $\left\{ \begin{matrix} 536 \\ 134 \end{matrix} \right\}$ ayant eu ſoin de trancher à la régle les chiffres de F, K, puis qu'on les a reduit en d'autres eſpeces.

7° Tracez une longue ligne deſſous les ſommes de la régle, & additionnez les pieds quarrez de M, dont les chiffres n'ont point été tranchez ; & additionnez auſſi les toiſes quarrées de E, & vous aurez 1888. toiſes quarrées, & 2. pieds quarrez, *exem.* O, pour le produit total de A 67. toiſes, 2. pieds, 7. pouces, multipliez par B 28. toiſes. Ce qu'il falloit trouver.

CINQUIE'ME PROPOSITION.

DE la multiplication des toises, pieds, & pouces, par toises, & pieds.

Exemple. On veut multiplier A 28. toises, 5. pieds, 2. pouces, par B 15. toises, 3. pieds.

A — 28 toises. ——— C 5 pieds. ——————— D 2 po.
B — 15 toises. ——— E 3 pieds.

F { 140 — G 84 — I 15 pieds. — K 30 — L 6 — N 72
287 — H 75 — S 3   pouces sur toif.   pouces sur pieds.   pouces quar.
2   P 2 — Z 12
V 3 pieds sur toif.   pieds quarrez.

447 ——————— 12 ——————————— 72
toises quarrées.   pieds quar.   pouces qu.

M	O	Q 6	R	T	X	Y
6	16	72	11	18(3	42	2
12	30(2	12	432(3	6	164(27	6
72	12	42	144		66	12
		432				

Pratique de cet Exemple.

1° Chiffrez d'abord les 28. toises de A, & à costéles 5. pieds en C, & un peu loin les 2. pouces en D. Puis chiffrez les 15. toif. de B, au-dessous des 28. toises de A, & les 3. pieds en E, au-dessous des 5. pieds de C; & tirez une longue ligne au-dessous de ces deux somm[illegible].

2° Multipliez les 28. toises de A, par les 15. toises de B, & ne faites pas l'addition de leurs sommes marquées F $\left\{ \begin{matrix} 140 \\ 28 \end{matrix} \right\}$ qui sont des toises quarrées.

3° Multipliez les 28. toises de A, par les 3. pieds de E, qui produiront 84. pieds sur toises, qu'on chiffrera en G, & multipliez aussi les 15. toises de B, par les 5. pieds de C, qui produiront 75. pieds sur toises, qu'on chiffrera en H au-dessous des 84. pieds sur toises de G.

4° Multipliez les 5. pieds de C, par les 3. pieds de E, qui produiront 15. pieds quarrez, qu'on chiffrera en I à la colonne des pieds.

5° Multipliez les 15. toiſes de B, par les 2. pouces de D, qui produiront 30. pouces ſur toiſes, qu'on chiffrera en K, aprés les 15. pieds quarrez de I. Puis multipliez les 3. pieds de E, par les 2. pouces de D, qui produiront 6. pouces ſur pied, qu'on chiffrera en L, aprés les 30. pouces ſur toiſes de K.

6° Pour ſçavoir ce que les 6. pouces ſur pied de L font de pieds quarrez, on les diviſera à part par 12. (nombre des pouces ſur pied que vaut un pied quarré) mais comme 6. ne peuvent pas eſtre diviſez par 12. c'eſt une marque que 6. pouces ſur pieds ne peuvent pas donner des pieds quarrez, & qu'il les faut reduire en pouces quarrez en les multipliant à part en M, par 12. (nombre des pouces quarrez que vaut un pouce ſur pied) le produit donnera 72. pouces quarrez qu'on chiffrera à la régle en N, à la colonne des pouces, ayant eu ſoin de trancher à la régle les 6. pouces ſur pied de L, puis qu'on les a reduit en d'autres eſpeces.

7° Pour ſçavoir ce que les 30. pouces ſur toiſes de K font de pieds ſur toiſes, diviſez-les à part en O par 12. (nombre des pouces ſur toiſes que vaut un pied ſur toiſe) le quotient donnera 2. pieds ſur toiſes, qu'on chiffrera à la régle en P, à la colonne des pieds ſur toiſes (ayant eu ſoin de trancher à la régle les chiffres de K, puis qu'on les a reduit en d'autres eſpeces) & comme il reſte 6. pouces ſur toiſe à la diviſion O, on les reduira en pouces quarrez, en les multipliant à part en Q, par 72. (nombre des pouces quarrez que vaut un pouce ſur toiſe) le produit donnera 432. pouces quarrez qu'on reduira en pieds quarrez en les diviſant à part en R par 144. (nombre des pouces quarrez que vaut un pied quarré) le quotient donnera 3. pieds quarrez, qu'on chiffrera en S, à la colonne des pieds quarrez.

8° Pour ſçavoir ce que les 15. pieds quarrez de I, & les 3. pieds quarrez de S font de pieds ſur toiſes, on les additionnera à part en T pour diviſer leur ſomme totale 18. par 6. (nombre des pieds quarrez que vaut un pied ſur toiſe) le quotient donnera 3. pieds ſur toiſes, qu'on chiffrera à la régle en V à la colonne des pieds ſur toiſes, ayant eu ſoin de trancher à la régle les pieds quarrez de I & de S, puis qu'on les a reduit en d'autres eſpeces.

9°. Pour ſçavoir ce que les pieds ſur toiſes marquez à la régle des lettres G, H, P, V, font de toiſes quarrées, on les additionnera à part en X, afin de diviſer leur ſomme totale 164. pieds

ſur toiſes, par 6. (nombre des pieds ſur toiſes que vaut une toiſe quarrée) le quotient donnera 27. toiſes quarrées, qu'on chiffrera à la régle avec les toiſes quarrées de F $\left\{ \begin{matrix} 140 \\ 28 \end{matrix} \right\}$ ayant eu ſoin de trancher à la régle les pieds ſur toiſes de G, H, P, V, puis qu'on les a reduit en d'autres eſpeces) & comme il eſt reſté à la diviſion X 2. pieds ſur toiſes, on les reduira en pieds quarrez en les multipliant à part en Y, par 6. (nombre des pieds quarrez que vaut un pied ſur toiſe) le produit donnera 12. pieds quarrez, qu'on chiffrera à la régle en Z à la colonne des pieds quarrez.

10° Tracez une longue ligne deſſous les ſommes de la régle, puis additionnez les toiſes, les pieds, & les pouces quarrez, dont les chiffres n'ont point été tranchez, & vous aurez 447. toiſes quarrées, 12. pieds quarrez, & 72. pouces quarrez, pour le produit total de A 28. toiſes, 5. pieds, 2. pouces, multipliez par B 15. toiſes, 3. pieds. Ce qu'il falloit trouver.

SIXIE'ME PROPOSITION.

DE la multiplication des toiſes, pieds, & pouces, par toiſes, pieds, & pouces.

Exemple. On veut multiplier A 30. toiſes, 3. pieds, 5. pouces, par B auſſi 30. toiſes, 3. pieds, & 5. pouces.

A — 30 toiſes.	C 3 pieds.	D 5 po.
B — 30 toiſes.	E 3	F 5 po.

G { 00	H 90	K 9	L 150	N 15	P 25
904	l 90	V 2	M 150	O 15	S 1
3	a 25	d 5	pouces ſur toi.	R 2	Y 96
	c 1	g 12		pouces ſur pied.	
	pieds ſur toi.				

h — 934	17	5	97
toiſes quarrées.	pieds quarrez.		pouces qu.

Q	T	X	Z 1	b	c	f
1	18	8	16	5	22	2
25(2	32(2	12	300(25	11(1	206(34	6
12	12	96	122	6	66	12
			1			

Pratique de cet Exemple.

1°. Chiffrez d'abord les 30. toiſes de A, & à coſté les 3. pieds en C, & les cinq pouces en D. Puis chiffrez au-deſſous en B, E, F, les 30. toiſes, 3. pieds & 5. pouces de B, & tirez une longue ligne au-deſſous de ces deux ſommes.

2°. Multipliez les 30. toiſes de A, par les 30. toiſes de B, & ne faites pas l'addition de leurs ſommes marquées G, $\left\{ \begin{matrix} 00 \\ 90 \end{matrix} \right\}$ qui ſont des toiſes quarrées.

3°. Multipliez les 30. toiſes de A, par les 3. pieds de E, qui produiront 90. pieds ſur toiſes qu'on chiffrera en H entre la colonne des toiſes, & celle des pieds. Puis multipliez auſſi les 30. toiſes de B, par les 3. pieds de C, qui produiront 90. pieds ſur toiſes qu'on chiffrera en I, au-deſſous de ceux de H.

4°. Multipliez les 3. pieds de C, par les 3. pieds de E, qui produiront 9. pieds quarrez qu'on chiffrera à la colonne des pieds en K.

5°. Multipliez les 30. toiſes de A, par les 5. pouces de F, qui produiront 150. pouces ſur toiſes, qu'on chiffrera à la régle en L, aprés les 9. pieds quarrez de K. Puis multipliez les 30. toiſes de B, par les 5. pouces de D, qui produiront auſſi 150. pouces ſur toiſes, qu'on chiffrera à la régle en M, au-deſſous des 150. pieds ſur toiſes de L.

6°. Multipliez les 3. pieds de C, par les 5. pouces de F, qui produiront 15. pouces ſur pieds, qu'on chiffrera à la régle en N, aprés les 150. pouces ſur toiſes de L. Multipliez auſſi les 3. pieds de E, par les 5. pouces de D, qui produiront encore 15. pouces ſur pieds, qu'on chiffrera en O, au-deſſous des 15. pouces ſur pieds de N.

7°. Multipliez les 5. pouces de D, par les 5. pouces de F, qui produiront 25. pouces quarrez, qu'on chiffrera à la colonne des pouces en P.

8°. Pour ſçavoir ce que les 25. pouces quarrez de P font de pouces ſur pieds, diviſez-les à part en Q, par 12. (nombre des pouces quarrez que vaut 1. pouce ſur pied,) le quotient donnera 2. pouces ſur pieds, qu'on chiffrera à la régle en R, au-deſſous des 15. pouces ſur pieds de O, (ayant eu ſoin de trancher à la régle les chiffres de P, puiſqu'on les a réduit en d'autres eſpeces.) Et comme il eſt reſté 1. pouce quarré à la diviſion Q, on le chiffrera à la colonne des pouces en S.

9°. Pour ſçavoir ce que les pouces ſur pieds marquez à la régle des lettres N, O, R, font de pieds quarrez, on les additionnera à

part en T, pour diviſer leur ſomme totale 32. pouces ſur pieds par 12. (nombre des pouces ſur pieds que vaut 1. pied quarré,) le quotient donnera 2. pieds quarrez, qu'on chiffrera à la régle en V, au-deſſous des 9. pieds quarrez de K, (ayant eu ſoin de trancher à la régle les chiffres de N, O, R, puiſqu'on les a réduit en d'autres eſpeces.) Et comme il eſt reſté 8. pouces ſur pied à la diviſion T, on les réduira en pouces quarrez, en les multipliant à part en X, par 12. (nombre des pouces quarrez que vaut 1. pouce ſur pied,) le produit donnera 96. pouces quarrez, qu'on chiffrera à la colonne des pieds quarrez en Y.

10°. Pour ſçavoir ce que les pouces ſur toiſes marquez à la régle des lettres L, M, font de pieds ſur toiſes, on les additionnera à part en Z, pour diviſer leur ſomme totale 300. pouces ſur toiſes, par 12. (nombre des pouces ſur toiſe que vaut 1. pied ſur toiſe,) le quotient donnera 25. pieds ſur toiſes, qu'on chiffrera à la colonne des pieds ſur toiſes en a, (ayant eu ſoin de trancher les chiffres L, M, puiſqu'on les a reduit en d'autres eſpeces.

11°. Pour ſçavoir ce que les 9. pieds quarrez de K, & les 2. de V, font de pieds ſur toiſes, on les additionnera à part en b, pour diviſer leur ſomme totale 11. pieds quarrez par 6. (nombre des pieds quarrez que vaut 1. pied ſur toiſe,) le quotient donnera 1. pied ſur toiſe, qu'on chiffrera à la colonne des pieds ſur toiſes en c, (ayant eu ſoin de trancher à la régle les chiffres de K, & de V, puiſqu'on les a reduit en d'autres eſpeces.) Et comme il reſte à la diviſion B, 5. pieds quarrez, on les chiffrera à la colonne des pieds quarrez en d.

12°. Pour ſçavoir ce que les pieds ſur toiſes marquez à la régle des lettres H, I, a, c, font de toiſes quarrées, on les additionnera à part en e, pour diviſer leur ſomme totale 206. pieds ſur toiſes, par 6. (nombre des pieds ſur toiſe que vaut 1. toiſe quarrée,) le quotient donnera 34. toiſes quarrées, qu'on chiffrera à la régle, avec les toiſes quarrées de G, { 00 / 90 } (ayant eu ſoin de trancher à la régle les chiffres de H, I, a, c, puiſqu'on les a reduit en d'autres eſpeces.) Et comme il eſt reſté à la diviſion e, 2. pieds ſur toiſes, on les reduira en pieds quarrez, en les multipliant à part en f par 6, (nombre des pieds quarrez que vaut 1. pied ſur toiſe,) le produit donnera 12. pieds quarrez, qu'on chiffrera à la colonne des pieds quarrez en g.

13°. Tracez une longue ligne au-deſſous des ſommes de la régle, puis additionnez les pouces, les pieds, & les toiſes quarrez, dont les chiffres n'ont point eſté tranchez, & vous aurez 934. toiſes

quarrées, 17. pieds quarrez, & 97. pouces quarrez. Exemple h, pour le produit total de A, 30. toises, 3. pieds, 5. pouces multipliez par B, aussi 30. toises, 3. pieds, 5. pouces. Ce qu'il falloit trouver.

SEPTIE'ME PROPOSITION.

DE la multiplication des pieds par pieds.

Exemple. On veut multiplier les 30. pieds de A, par les 27. pieds de B.

A ——————— 30 —— pieds.
B ——————— 27 —— pieds.

210
60

C ——————— 810 —— pieds quarrez.

Pratique de cet Exemple.

Il faut faire une multiplication à l'ordinaire, & on aura au produit 810. pieds quarrez, *exemple* C, pour le produit total de A 30. pieds multipliez par B 27. pieds. Ce qu'il falloit trouver.

HUITIE'ME PROPOSITION.

DE la multiplication des pieds & pouces, par pieds.

Exemple. On veut multiplier A 90. pieds, 9. pouces, par B 20. pieds.

A ——— 90 pieds. ——————— C 9 pouces.
B ——— 20 pieds.

---

			1 F
D	00 ——————— E 180		6
	1805	pouces sur pieds.	180(15
	1		122
			1

G —— 1815 pieds quarrez.

Pratique de cet Exemple.

1° Multipliez les 90. pieds de A, par les 20. pieds de B; & ne faites pas l'addition de leurs sommes D $\left\{ \begin{matrix} 00 \\ 180 \end{matrix} \right\}$ qui sont des pieds quarrez.

2° Multipliez les 20. pieds de B, par les 9. pouces de C, au-dessous de la ligne en E, qui produiront 180. pouces sur pieds.

3° Pour sçavoir ce que ces 180. pouces sur pieds de E, font de pieds quarrez, divisez-les à part en F par 12. (nombre des pouces sur pieds que vaut un pied quarré) le quotient donnera 15. pieds quarrez, qu'on chiffrera à la régle avec les pieds quarrez de D { 00 / 180 } ayant eu soin de trancher à la régle les 180. pouces sur pieds de E, puis qu'on les a reduit en d'autres especes.

4° Tracez une longue ligne au-dessous des pieds quarrez de la régle, pour les additionner, & vous aurez 1815. pieds quarrez, *exemple* G, pour le produit total de A 90. pieds, 9. pouces multipliez par B 20. pieds. Ce qu'il falloit trouver.

NEUVIE'ME PROPOSITION.

DE la multiplication des pieds & pouces, par pieds & pouces.

Exemple. On veut multiplier A 8. pieds, 2. pouces, par B 3. pieds, 11. pouces.

A —— 8 pieds. ———————— C 2 pouces.
B —— 3 pieds. ———————— D 11 pouces.

E { 24 ———————— F 88 —— H 22
E { 7 ———————— G 8 —— L 10
K 2 —— O 132
pou. sur pi.

P — 31 ———————————— 142
pieds quarrez. pouces quarrez.

I	M	N
		11
	1	12
10	21	22
22 (1	98 (7	11
22	22	132

Pratique de cet Exemple.

1°. Multipliez les 8. pieds de A, par les 3. pieds de B, & chiffrez en E, 24. pieds quarrez.

2°. Multipliez les 8. pieds de A, par les 11. pouces de D, au-dessous de la ligne en F, qui produiront 88. pouces sur pieds, puis multipliez aussi les 3. pieds de B, par les 2. pouces de C, qui produiront encore *6*. pouces sur pieds, qu'on chiffrera en G au-dessous des 88. pouces sur pieds de F.

3°. Multipliez les 2. pouces de C, par les 11. pouces de D, qui produiront 22. pouces quarrez, qu'on chiffrera à la colonne des pouces en H.

4°. Pour sçavoir ce que les 22. pouces quarrez de H, font de pouces sur pieds, divisez-les à part en I, par 12. (nombre des pouces quarrez que vaut 1. pouce sur pied,) le quotient donnera 1. pouce sur pied qu'on chiffrera à la régle en K à la colonne des pouces sur pieds, ayant eu soin de trancher à la régle les chiffres de H, (puisqu'on les a reduit en d'autres especes.) Et comme il est resté 10. pouces quarrez à la division I, on les chiffrera dans la régle à la colonne des pouces quarrez en L.

5°. Pour sçavoir ce que les pouces sur pieds, marquez à la regle des lettres F, G, K, font de pieds quarrez, on les additionnera à part en M, pour diviser leur somme totale 95. pouces sur pieds, par 12. (nombre des pouces sur pieds que vaut 1. pied quarré,) le quotient donnera 7. pieds quarrez, qu'on chiffrera à la régle dessous les 24. pieds quarrez de E, (ayant eu soin de trancher à la régle les chiffres de F, G, K, puisqu'on les a reduit en d'autres especes.) Et comme il est resté 11. pouces sur pieds à la division M, on les reduira en pouces quarrez, en les multipliant à part en N, par 12. (nombre des pouces quarrez que vaut 1. pouce sur pied,) le produit donnera 132. pouces quarrez qu'on chiffrera dans la regle à la colonne des pouces quarrez en O.

6°. Tracez une longue ligne au-dessous des sommes de la régle : & additionnant les pouces quarrez, & les pieds quarrez, dont les chiffres n'ont point été tranchez, vous aurez 31. pieds quarrez, & 142. pouces quarrez, *exemple* P, pour le produit total de A 8. pieds 2. pouces, multipliez par B 3. pieds 11. pouces. Ce qu'il falloit trouver.

DIXIE'ME PROPOSITION.

DE la multiplication des pieds, pouces, & lignes, par pieds. *Exemple.* On veut multiplier A 108. pieds, 11. pouces, 6. lignes, par B 15. pieds.

A —— 108 pieds. —— C 11 pouces. —— D 6 lignes.
B —— 15 pieds.

E	540 — F	15 — G	0 — H 90	
	1084 — K	157 — N	6	lignes sur pieds.
	1 — pouces sur pieds.	— Q 48		

R —— 1634 —————— 54
pieds quarrez. pouces qu.

I	L	M	O	P
25	6	22	1	4
90(7	144	864(6	84	12
12	864	144	172(14	48
			122	
			1	

Pratique de cet Exemple.

1°. Chiffrez les 108. pieds de A, & à costé les 11. pouces en C, & les 6. lignes en D. Puis chiffrez les 15. pieds de B, au-dessous des 108. pieds de A, & tirez une longue ligne au-dessous de ces deux sommes.

2°. Multipliez les 108. pieds de A, par les 15. pieds de B, & ne faites pas l'addition de leurs sommes marquées E, { 540 / 108 } qui sont des pieds quarrez.

3°. Multipliez les 15. pieds de B, par les 11. pouces de C, qui produiront 15. pouces sur pieds qu'on chiffrera en F; & comme il n'y a point de pouces aprés les 15. pieds de B, on chiffrera dans la régle, à la colonne des pouces, un o en G.

4°. Multipliez les 15. pieds de B, par les 6. lignes de D, qui produiront 90. lignes sur pieds, qu'on chiffrera à costé de la colonne des pouces en H.

5°. Pour ſçavoir ce que ces 90. lignes ſur pieds de H valent de pouces ſur pieds, diviſez-les à part en I, par 12. (nombre des lignes ſur pieds que vaut un pouce ſur pied,) le quotient donnera 7. pouces ſur pieds qu'on chiffrera à la régle en K, au-deſſous des 15. pouces ſur pieds de F, (ayant eu ſoin de trancher les chiffres de H, puis qu'on les a reduit en d'autres eſpeces ;) & comme il eſt reſté 6. lignes ſur pieds à la diviſion I, on les reduira en lignes quarrées, en les multipliant à part en L, par 144. (nombre des lignes quarrées que vaut 1. ligne ſur pied,) le produit donnera 864. lignes quarrées, qu'on reduira en pouces quarrez, en les diviſant à part en M, par 144. (nombre des lignes quarrées que vaut 1. pouce quarré,) le quotient donnera 6. pouces quarrez qu'on chiffrera en N, à la colonne des pouces quarrez.

Avant de paſſer outre, il eſt bon de ſçavoir que lors qu'il reſte quelques chiffres aux diviſions des lignes ſur pieds, que ces chiffres valent autant de pouces quarrez qu'ils repreſentent d'unitez, ainſi qu'on le peut connoiſtre par la diviſion I, *à laquelle il eſt reſté 6. lignes ſur pieds, qui ont donné par la multiplication* L, *& par la diviſion* M, *6. pieds quarrez ; de ſorte que dans la ſuite, nous chiffrerons à la colonne des pouces quarrez les chiffres qui reſteront aux diviſions des lignes ſur pieds.*

6°. Pour ſçavoir ce que les pouces ſur pieds, marquez à la régle des lettres F & K, font de pieds quarrez, on les additionnera à part en O, pour diviſer leur ſomme totale 172. pouces ſur pieds, par 12. (nombre des pouces ſur pieds que vaut 1. pied quarré,) le quotient donnera 14. pieds quarrez qu'on chiffrera à la régle au-deſſous des pieds quarrez de E, $\left\{ \begin{matrix} 540 \\ 108 \end{matrix} \right\}$ (ayant eu ſoin de trancher à la régle les chiffres de F, K, puis qu'on les a reduit en d'autres eſpeces) & comme il eſt reſté à la diviſion O, 4. pouces ſur pieds, on les reduira en pouces quarrez, en les multipliant à part en P, par 12. (nombre des pouces quarrez que vaut 1. pouce ſur pied) le produit donnera 48. pouces quarrez, qu'on chiffrera à la régle en Q à la colonne des pouces quarrez.

7°. Tracez une longue ligne au-deſſous des ſommes de la régle, & additionnez les pouces quarrez N, Q, & les pieds quarrez de E, & vous aurez 1634. pieds quarrez, & 54. pouces quarrez, *exemple* R, pour le produit total de A 108 pieds, 11. pouces, 6. lignes multipliez par B 15. pieds. Ce qu'il faloit trouver.

ONZIE'ME PROPOSITION.

DE la multiplication des pieds & pouces, par pieds, pouces, & lignes.

Exemple. On veut multiplier A 35. pieds, 3. pouces, par B 33. pieds, 6. pouces, 4. lignes.

A — 35 pieds. ——	C 3 pouces. ——	D 0 lignes.
B — 33 pieds. ——	E 6 pouces. ——	F 4 lignes.

G { 105 —	H 210 —	K 18 —	L 140 —	M 12 — 0
1056 —	I 99 —	N 1	lignes sur pieds.	lignes sur pou.
2 —	P 11 —	Q 8		
	S 2 —	T 3		
	pouces sur pieds.	Y 120		

Z — 1181 —————— 123
pieds quarrez. pouces qu.

O	R	1 V	X 10
1		2	12
28	3	180	20
140 (11	27 (2	322 (26	10
122	12	122	120
1		1	

Pratique de cet Exemple.

1°. Multipliez les 35. pieds de A, par les 33. pieds de B, & ne faites pas l'addition de leurs sommes marquées G $\left\{ \begin{matrix} 105 \\ 105 \end{matrix} \right\}$ qui sont des pieds quarrez.

2°. Multipliez les 35. pieds de A, par les 6. pouces de E, au-dessous de la ligne en H, qui produiront 210. pouces sur pieds: & multipliez aussi au-dessous de la ligne en I, les 33. pieds de B, par les 3. pouces de C, qui produiront encore 99. pouces sur pieds.

3°. Multipliez les 3. pouces de C, par les 6. pouces de E, qui produiront 18. pouces quarrez, qu'on chiffrera en K à la colonne des pouces.

4°. Multipliez les 35. pieds de A, par les 4. lignes de F, qui pro-

duiront 140. lignes ſur pieds, qu'on chiffrera en L, aprés les 18. pouces quarrez de K. Puis multipliez les 3. pouces de C, par les 4. lignes de F, qui produiront 12. lignes ſur pouces, qu'on chiffrera en M, aprés les 140. lignes ſur pieds de L.

5°. Pour ſçavoir ce que les 12. lignes ſur pouces de M, font de pouces quarrez, il faudroit les diviſer par 12, ce qu'il n'eſt pas neceſſaire de faire, puis que nous avons dit cy-devant, page 55. que 12. lignes ſur pouces faiſoient 1. pouce quarré, on chiffrera donc 1. pouce quarré à la régle dans ſa colonne en N, ayant eu ſoin de trancher à la régle les chiffres de M, puis qu'on les a reduit en d'autres eſpeces.

6°. Pour ſçavoir ce que les 140. lignes ſur pieds de L, font de pouces ſur pieds, diviſez-les à part en O par 12. (nombre des lignes ſur pied, que vaut 1. pouce ſur pied) le quotient donnera 11. pouces ſur pieds, qu'on chiffrera à la régle en P, ayant eu ſoin de trancher à la régle les chiffres de L: & comme il eſt reſté à la diviſion O, 8. lignes ſur pieds, on les chiffrera à la régle en Q, à la colonne des pouces quarrez, à cauſe que 12. lignes ſur pieds font 12. pouces quarrez, ainſi qu'il a eſté dit ci-devant dans la 55. page.

7°. Pour ſçavoir ce que les pouces quarrez, marquez à la régle des lettres K, N, Q, font de pouces ſur pieds, on les additionnera à part en R, afin de diviſer leur ſomme totale 27. par 12. (nombre des pouces quarrez que vaut 1. pouce ſur pied) le quotient donnera 2. pouces ſur pieds, qu'on chiffrera à la régle en S, ayant eu ſoin de trancher à la régle les chiffres de K, N, Q, puis qu'on les a reduit en d'autres eſpeces; & comme il eſt reſté à la diviſion R, 3. pouces quarrez, on les chiffrera en T, à la régle, à la colonne des pouces quarrez.

8°. Pour ſçavoir ce que les pouces ſur pieds, marquez à la régle des lettres H, I, P, S, font de pieds quarrez, on les additionnera à part en V, pour diviſer leur ſomme totale 322. pouces ſur pieds, par 12. (nombre des pouces ſur pieds que vaut 1. pied quarré) le quotient donnera 26. pieds quarrez qu'on chiffrera à la régle au-deſſous des pieds quarrez de G $\left\{\begin{matrix}105\\105\end{matrix}\right\}$ ayant eu ſoin de trancher à la régle les chiffres de H, I, P, S, puis qu'on les a reduit en d'autres eſpeces: & comme il eſt reſté à la diviſion V, 10. pouces ſur pieds, on les reduira en pouces quarrez, en les multipliant à part en X, par 12. (nombre des pouces quarrez que vaut 1. pouce ſur pied) le produit donnera 120. pouces quarrez, qu'on chiffrera à la régle en Y, à la colonne des pouces quarrez.

9°. Tracez une longue ligne au-deſſous des ſommes de la régle : Puis additionnez les pouces quarrez, & les pieds quarrez, dont les chiffres n'ont point été tranchez, & vous aurez 1181. pieds quarrez, & 123. pouces quarrez, *exemple* Z, pour le produit total de A 35. pieds, 3. pouces multipliez par B 33. pieds, 6. pouces, 4. lignes. Ce qu'il faloit trouver.

DOUZIE'ME PROPOSITION.

DE la multiplication des pieds, pouces, & lignes, par pieds, pouces, & lignes.

Exemple. On veut multiplier A 20. pieds, 8. pouces, 8. lignes, par B 6. pieds, 8. pouces, 9. lignes.

A — 20 pieds. ———— C 8 pouces. ———— D 8 lig.
B — 6 pieds. ———— E 8 pouces. ———— F 9 lig.

G { 120 —— H 160 — K 64 — L 180 — N 72 — P 72
19 —— I 48 — T 11 — M 48 — O 64 — X 120
Z 15 — c 3 —— lig. ſur pieds. R 6 lignes ſur pouces.
b 6 — f 60
pou. ſur pi.

---

g — 139 ———— 63 ———— 120
pieds quarrez. pouces qu. lignes qu.

Q	S	V	Y	a	d	e
		10				
1	1	12	1	13	2	5
72(6	20	20	10	78(6	115	12
12	142(11	10	228(19	12	235(19	60
	122	120	122		122	
	1		1		1	

Pratique de cet Exemple.

1°. Multipliez les 20. pieds de A, par les 6. pieds de B, & chiffrez au-deſſous de la ligne leur ſomme marquée G 120. pieds quarrez.

2°. Multipliez les 20. pieds de A, par les 8. pouces de E, au-deſſous de la ligne en H, qui produiront 160. pouces ſur pieds : Puis multipliez auſſi les 6. pieds de B, par les 8. pouces de C, qui produiront encore 48. pouces ſur pieds, qu'on chiffrera en I, au-deſſous des 160. pouces ſur pieds de H.

3°. Multipliez les 8. pouces de C, par les 8. pouces de E, au-dessous de la ligne en K, qui produiront 64. pouces quarrez.

4°. Multipliez les 20. pieds de A, par les 9. lignes de F, au-dessous de la ligne en L, qui produiront 180. lignes sur pieds; & multipliez aussi les 6. pieds de B, par les 8. lignes de D, qui produiront encore 48. lignes sur pieds, qu'on chiffrera en M au-dessous des 180. de L.

5°. Multipliez les 8. pouces de C, par les 9. lignes de F, au-dessous de la ligne en N, qui produiront 72. lignes sur pouces: & multipliez aussi les 8. pouces de E, par les 8. lignes de D, qui produiront encore 64. lignes sur pouces, qu'on chiffrera en O, au-dessous des 72. de N.

6°. Multipliez les 8. lignes de D, par les 9. lignes de F, au-dessous de la ligne en P, qui produiront 72. lignes quarrées.

7°. Pour sçavoir ce que ces 72. lignes quarrées de P font de lignes sur pouces, divisez-les à part en Q, par 12. (nombre des lignes quarrées que vaut 1. ligne sur pouce) le quotient donnera 6. lignes sur pouces, qu'on chiffrera à la régle en R, à leur colonne, ayant eu soin de trancher à la régle les chiffres de P, puisqu'on les a reduit en d'autres especes.

8°. Pour sçavoir ce que les lignes sur pouces, marquées à la régle des lettres N, O, R, font de pouces quarrez, on les additionnera à part en S, pour diviser leur somme totale 142. lignes sur pouces, par 12. (nombre des lignes sur pouces que vaut 1. pouce quarré) le quotient donnera 11. pouces quarrez, qu'on chiffrera à la régle en T à leur colonne (ayant eu soin de trancher à la régle les chiffres N, O, R, puisqu'on les a reduit en d'autres especes) & comme il est resté 10. lignes sur pouces à la division S, on les reduira en lignes quarrées, en les multipliant à part en V, par 12. (nombre des lignes quarrées que vaut une ligne sur pouce,) le produit donnera 120. lignes quarrées, qu'on chiffrera à la régle dans leur colonne en X.

9°. Pour sçavoir ce que les lignes sur pieds de L, M font de pouces sur pieds, on les additionnera à part en Y, & on divisera leur somme totale 228. lignes sur pieds, par 12. (nombre des lignes sur pieds que vaut un pouce sur pied) le quotient donnera 19. pouces sur pieds, qu'on chiffrera à la régle dans leur colonne en Z, ayant eu soin de trancher à la régle les chiffres de L, M, puisqu'on les a reduit en d'autres especes.

10°. Pour sçavoir ce que les pouces quarrez de K, T font de pouces sur pieds, on les additionnera à part en a, afin de diviser leur somme totale 75. pouces quarrez par 12. (nombre des pouces

quarrez que vaut un pouce ſur pied,) le quotient donnera *6.* pouces ſur pieds, qu'on chiffrera à la régle dans leur colonne en b, (ayant eu ſoin de trancher à la régle les chiffres de K, T, puiſqu'on les a reduit en d'autres eſpeces;) & comme il eſt reſté 3. pouces quarrez à la diviſion a, on les chiffrera à la régle dans leur colonne en c.

11°. Pour ſçavoir ce que les pouces ſur pieds, marquez à la régle des lettres H, I, Z, b, font de pieds quarrez, on les additionnera à part en d, pour diviſer leur ſomme totale 233. pouces ſur pieds, par 12. (nombre des pouces ſur pieds que vaut un pied quarré,) le quotient donnera 19. pieds quarrez, qu'on chiffrera avec les 120. pieds quarrez de G, (ayant eu ſoin de trancher à la régle les chiffres de H, I, Z, b, puiſqu'on les a reduit en d'autres eſpeces;) & comme il eſt reſté 5. pouces ſur pieds à la diviſion d, on les reduira en pouces quarrez, en les multipliant à part en e, par 12. (nombre des pouces quarrez que vaut un pouce ſur pied,) le produit donnera *6*0. pouces quarrez, qu'on chiffrera à la régle dans leur colonne en f.

12°. Tracez une longue ligne au-deſſous des ſommes de la régle, puis additionnez les lignes quarrées, les pouces quarrez, & les pieds quarrez, dont les chiffres n'ont point été tranchez, & vous aurez 139. pieds quarrez, *6*3. pouces quarrez, & 120. lignes quarrées, *Exemple* g, pour le produit total de A 20. pieds, 8. pouces, 8. lignes multipliez par B *6.* pieds, 8. pouces, 9. lignes. Ce qu'il falloit trouver.

TREIZIE'ME PROPOSITION.

DE la multiplication des pieds, & pouces, par pieds, & lignes. *Exemple.* On veut multiplier A 14. pieds, 8. pouces, par B 13. pieds, 9. lignes.

A — 14 pieds. ——— C 8 pouces. ——— D 0 lig.
B — 13 pieds. ——— E 0 pouces. ——— F 9 lig.

G { 42 —— H 0̸ — K 0̸ — L 1̸2̸6̸ — N 7̸2̸ — P 0
G { 149 —— I 1̸0̸4̸ — Q 6̸ — M 0
S 1̸0̸ — T 6̸
V — 1̸ — Z 84
pouces ſur pi. — lignes ſur pieds. — lignes ſur pouces.

---

191 ——— 84 ——— 0
pieds quarrez. — pouces qu.

			Y 7
O		X	12
1	R	27	
72(6	126(10	118(9	14
12	122	12	7
	1		84

Pratique de cet Exemple.

1°. Multipliez les 14. pieds de A, par les 13. pieds de B, & chiffrez au-dessous de la ligne leurs sommes marquées G, { 42 / 14 } qui sont des pieds quarrez.

2°. Multipliez les 14. pieds de A, par les pouces de E ; mais comme il n'y a point de pouces en E, on chiffrera un o au-dessous de la ligne en H : puis multipliez les 13. pieds de B, par les 8. pouces de C, qui produiront 104. pouces sur pieds qu'on chiffrera en I au-dessous du zero marqué en H.

3°. Multipliez les 8. pouces de C, par les pouces de E, & comme E n'a point de pouces, chiffrez un o au-dessous en K.

4°. Multipliez les 14. pieds de A, par les 9. lignes de F, au-dessous de la ligne en L, qui produiront 126. lignes sur pieds ; & multipliez les 13. pieds de B par les lignes de D, & comme D n'a point de lignes, chiffrez donc un zero en M, au-dessous des 126. lignes sur pieds de L.

5°. Multipliez les 8. pouces de C, par les 9. lignes de F, au-dessous de la ligne en N, qui produiront 72. lignes sur pouces.

6°. Multipliez les lignes de D, par les 9. lignes de F, & comme D n'a point de lignes, chiffrez donc un O au-dessous en P.

7°. Pour sçavoir ce que les 72. lignes sur pouces de N font de pouces quarrez, divisez-les à part en O, par 12. (nombre des lignes sur pouces que vaut un pouce quarré,) le quotient donnera 6. pouces quarrez qu'on chiffrera à la régle dans leur colonne en Q, ayant eu soin de trancher à la régle les chiffres de N.

8°. Pour sçavoir ce que les 126. lignes sur pieds, marquez à la régle en L, font de pouces sur pieds, divisez-les à part en R, par 12. nombre des lignes sur pieds que vaut un pouce sur pied, le quotient donnera 10. pouces sur pieds, qu'on chiffrera à la régle dans leur colonne en S, (ayant eu soin de trancher à la régle les chiffres de L, puisqu'on les a reduit en d'autres especes ;) & comme il est resté à la division R, 6. lignes sur pieds, qui valent 6. pieds quarrez,

(à cause que 12. lignes sur pieds font 12. pouces quarrez,) on chiffrera donc 6. pieds quarrez à la régle dans leur colonne en T.

9°. Pour sçavoir ce que les pouces quarrez, marquez à la régle des lettres K, Q, T, font de pouces sur pieds, on les additionnera à part, & comme sans chiffrer, on voit qu'on aura 12. pouces quarrez, qui valent un pouce sur pied, on chiffrera à la regle 1. pouce sur pied en V, ayant eu soin de trancher à la régle les chiffres K, Q, T, puis qu'on les a reduit en d'autres especes.

10°. Pour sçavoir ce que les pouces sur pieds, marquez à la régle des lettres H, I, S, V, font de pieds quarrez, on les additionnera à part en X, pour diviser leur somme totale 115. pouces sur pieds, par 12. (nombre des pouces sur pied que vaut un pied quarré,) le quotient donnera 9. pieds quarrez, qu'on chiffrera à la régle avec les pieds quarrez de G, { 42 / 14 } pieds quarrez (ayant eu soin de trancher à la régle les chiffres de H, I, S, V, puisqu'on les a reduit en d'autres especes;) & comme il est resté 7. pouces sur pieds à la division X, on les reduira en pouces quarrez, en les multipliant à part en Y, par 12. (nombre des pouces quarrez que vaut un pouce sur pied,) le produit donnera 84. pouces quarrez, qu'on chiffrera à la régle dans leur colonne en Z.

11°. Tracez une longue ligne au-dessous des sommes de la régle, puis additionnez les pouces, & les pieds quarrez, dont les chiffres n'ont point été tranchez, & vous aurez 191. pieds, & 84. pouces quarrez, pour le produit total de A 14. pieds, 8. pouces multipliez par B 13. pieds, 9. lignes. Ce qu'il falloit trouver.

QUATORZIÉME PROPOSITION.

PREMIERE Remarque sur la multiplication des pieds, pouces, & lignes, par pieds.

Exemple. On veut multiplier A 40. pieds, 10. pouces, 3. lig. par B 3. pieds.

A — 40 pieds. —— C 10 pouces. —— D 3 lig.   L
B — 3 pieds.   16

E { 120 —— F 3̸0̸ —— G 0 —— H 9̸ —— K 0   3̸0̸ (2
   2 —— pouces sur pieds. —— I 9   lignes sur pieds.   lignes quarrées.   12
   N 72   M
   6

O — 122 —————— 81 —————— 0   12
pieds quarrez.   pouces qu.   72

Pratique de cet Exemple.

1°. Multipliez les 40. pieds de A, par les 3. pieds de B, qui produiront 120. pieds quarrez, *exemple* E.

2°. Multipliez les 3. pieds de B, par les 10. pouces de C, au-dessous de la ligne en F, qui produiront 30. pouces sur pieds ; & comme il n'y a point de pouces aprés les 3. pieds de B, on chiffrera dans la régle, au-dessous de la ligne à la colonne des pieds, un zero en G.

3°. Multipliez les 3. pieds de B, par les 3. lignes de D, qui produiront 9. lignes sur pieds, qu'on chiffrera en H, aprés la colonne des pouces quarrez.

Si on aime mieux les chiffrer à la colonne des pouces quarrez en I, *à cause que 12. lignes sur pieds valent 12. pouces quarrez, ainsi qu'il a été dit ci-devant, page 55. ce qui fait que 9. lignes sur pieds font 9. pouces quarrez : & aussi parce que cette methode de chiffrer les lignes sur pieds à la colonne des pouces quarrez, est bien plus courte & moins embarassante.*

Puis, comme il n'y a point de lignes à la somme de B, on chiffrera un O en K au-dessous de la ligne à la colonne des lignes quarrées.

4°. Pour sçavoir à la régle ce que les 30. pouces sur pieds de F, font de pieds quarrez, on les divisera à part en L, par 12. (nombre des pouces sur pieds que vaut un pied quarré) le quotient donnera 2. pieds quarrez qu'on chiffrera à la régle avec les 120. de E, (ayant eu soin de trancher à la régle les chiffres de F, puisqu'on les a reduit en d'autres especes ;) & comme il est resté à la division L, 6. pouces sur pieds, on les reduira en pouces quarrez, en les multipliant à part en M, par 12. (nombre des pouces quarrez que vaut un pouce sur pied) le produit donnera 72. pouces quarrez, qu'on chiffrera à la régle dans leur colonne en N.

5°. Tracez une longue ligne au-dessous des sommes de la régle, puis additionnez les pouces quarrez & les pieds quarrez, & vous aurez 122. pieds quarrez, & 81. pouces quarrez, *exemple* O, pour le produit total de A, 40. pieds, 10. pouces, 3. lignes multipliez par B 3. pieds. Ce qu'il falloit trouver.

QUINZIE'ME PROPOSITION.

SECONDE Remarque ſur la multiplication des pieds, pouces, & lignes, par pieds, &c.

Exemple. On veut multiplier A 12. pieds, 6. pouces, 10. lignes, par B 2. pieds.

A 12 pieds.	C 6 pouces.		D 10 lignes.
B 2 pieds.			
E 24	F	H 20	K 0
G 1	pouces ſur pieds.		lignes quarrées.
L 25		20	0
pieds quarrez.		pouces qu.	

Pratique de cet Exemple.

1°. Multipliez les 12. pieds de A, par les 2. pieds de B, & chiffrez au-deſſous de la ligne leur ſomme marquée E, 24. pieds quarrez.

2°. Multipliez les 2. pieds de B, par les 6. pouces de C, qui produiront 12. pouces ſur pieds, *qu'il faudroit chiffrer à la colonne des pouces ſur pieds en F; mais comme 12. pouces ſur pieds font un pied quarré (ainſi qu'il a été dit dans la page 55. de ce troiſiéme Tome) au lieu de chiffrer un pouce ſur pied en F, il faut chiffrer un pied quarré en G, au-deſſous des 24. pieds quarrez de E.*

3°. Multipliez les 2. pieds de B, par les 10. lignes de D, qui produiront 20. lignes ſur pieds, qu'on chiffrera à la colonne des pouces quarrez en H, ainſi qu'il a été expliqué dans la page precedente: & comme il n'y a point de lignes à la colonne B, on chiffrera un zero en K à la colonne des lignes quarrées.

4°. Tracez une longue ligne au-deſſous des ſommes de la régle, puis additionnez les pouces, & les pieds quarrez, & vous aurez 25. pieds & 20. pouces quarrez, *exemple* L, pour le produit total de A 12. pieds, 6. pouces, 10. lignes multipliez par B 2. pieds. Ce qu'il falloit trouver.

LA

LA GEOMETRIE PRATIQUE.

LIVRE TROISIE'ME.

CHAPITRE III.

De la Planimetrie, ou Arpentage, qui montre à mesurer la superficie des Figures de trois costez.

IL est d'une necessité absoluë pour estre bon Arpenteur, de sçavoir les Us & Coustumes des pays où l'on arpente; c'est-à-dire, qu'un Arpenteur doit estre informé des mesures qui sont à l'usage du pays, où il est employé, & mesme de celles des pays circonvoisins. Il est aussi de son obligation de mesurer lui-mesme sur le terrain la longueur des costez, lays, ou chemins des terres qu'on lui fait arpenter, en regardant comme douteux les memoires qu'on pourroit lui fournir. Enfin il faut qu'un Arpenteur ne délivre aucun rapport signé de sa main (comme nous les montrons à dresser à la fin de ce troisiéme Tome) qu'il n'en ait gardé quelque memoire sur son livre pour lui servir comme d'original.

DE L'EQUERRE D'ARPENTEUR.

L'EQUERRE d'Arpenteur eſt un inſtrument fait ordinairement de cuivre.

Il y a des équerres d'Arpenteur, qui ſont ſimples comme la marquée A, & doubles comme celle de B.

L'équerre ſimple A eſt faite d'un cercle de cuivre ou de leton, de quatre à cinq pouces de diametre : Elle eſt partagée en quatre quarts par deux lignes ou diametres, qui ſe croiſent à angles droits à ſon centre, & qui ont leurs extrémitez chargées de pinnules. L'eſpace compris entre les deux diametres de cette équerre eſt vuide afin de la rendre plus legere.

On attache au-deſſous des équerres (comme on voit à celle de C) un genou D, qui eſt accompagné de la doüille E, laquelle ſert à recevoir un baſton, ou pied d'inſtrument de Mathematique, pour ſouſtenir en campagne cette équerre.

L'équerre d'Arpenteur double, marquée B, porte ſix à huit pouces de diametre : Elle eſt chargée des quatre pinnules F, G, H & I, & vuidée comme la ſimple A.

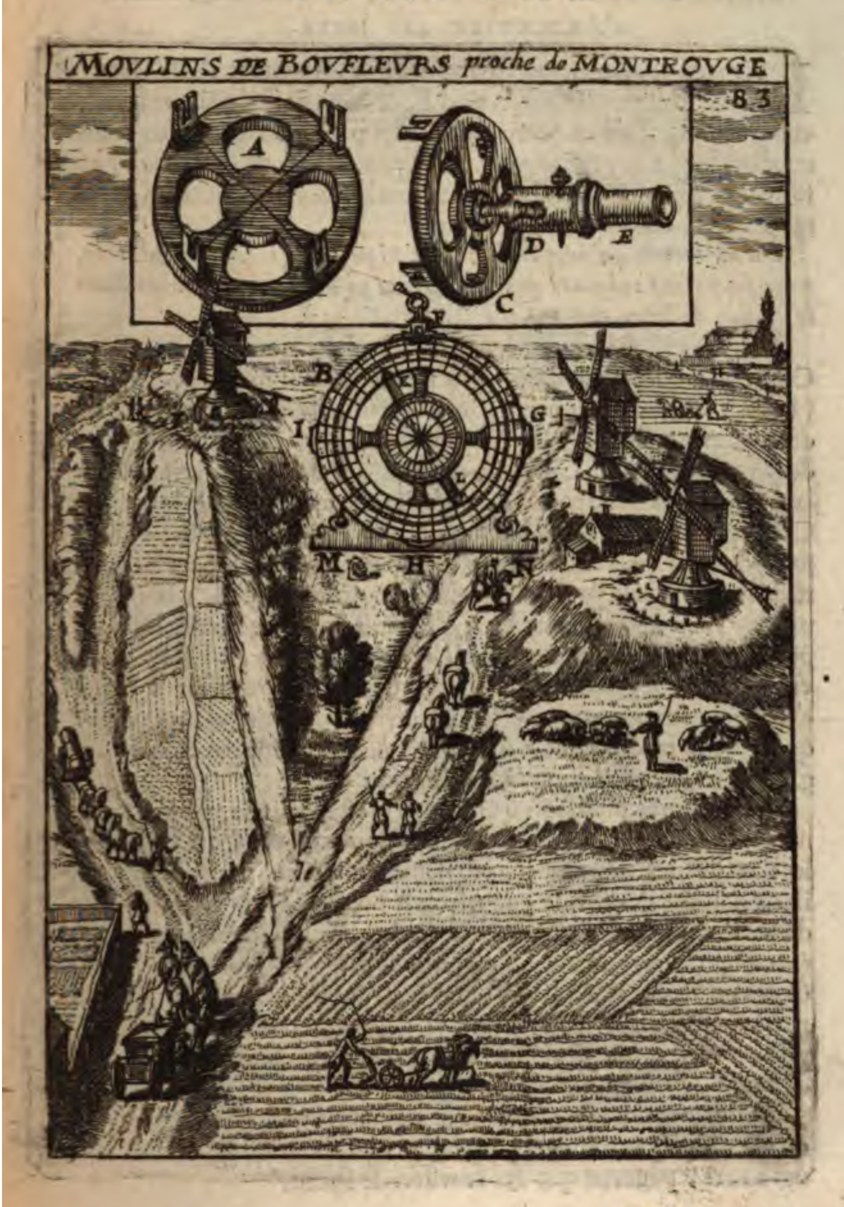
On viſſe à ſon centre, avec un clou à gorge, l'Alhidade KL, dont les extrémitez vont répondre à une circonference décrite ſur cette équerre, & qui eſt diviſée en trois cens ſoixante degrez.

Cette alhidade KL ſert à former des angles en campagne ; & elle a ſon milieu chargé d'une bouſſole pour indiquer vers quelle partie du monde regarde le coſté d'une terre, d'un bois, &c. en poſant le coſté MN de l'équerre contre un des coſtez de la terre, du bois, &c.

Lors que l'équerre double ne porte point d'alhidade, on viſſe encore quatre pinnules préciſément dans le milieu de chaque intervalle des quatre autres, ce qui fait que l'équerre eſt pour lors chargée de huit pinnules.

Enfin on remarquera que les plus grandes équerres ſont toûjours à preferer aux petites, à cauſe que les grandes conſervent mieux leur rayon viſuel.

PLANCHE XXV.



METHODE POUR CONNOISTRE, SI UNE EQUERRE D'ARPENTEUR EST JUSTE.

EXEMPLE. Pour voir ſi l'équerre d'Arpenteur ABCD eſt juſte. Montez-là ſur ſon pied E, & la poſez ſur quelque terrain comme en F. Puis en borneyant par les pinnules A, C, faites planter dans voſtre rayon de veuë un piquet chargé de ſon carton, en ſorte que voſtre rayon aille donner dans le milieu de ce carton comme eſt celui du piquet G.

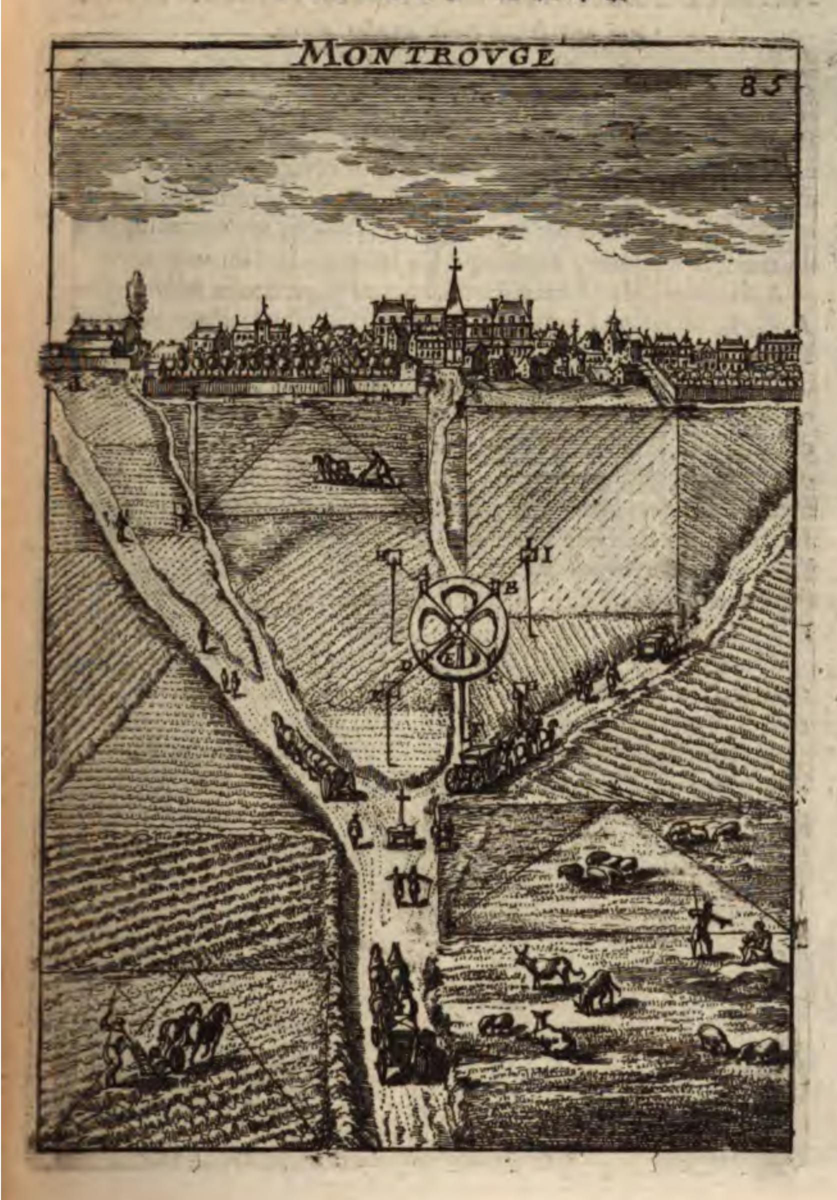
On obſervera qu'aux trois autres piquets qu'il faudra planter, nous ſuppoſons toûjours que les rayons viſuels aillent donner dans le milieu de leurs cartons.

Puis ſans plus remuer l'équerre, allez borneyer par les pinnules C, A, & faites planter dans voſtre rayon viſuel le piquet H. Enſuite (laiſſant toûjours l'équerre dans le meſme état) borneyez par les deux pinnules D & B pour faire planter dans leurs rayons viſuels les deux piquets I & K. Cela fait, tournez voſtre équerre, en ſorte que la pinnule D vienne comme prendre la place qu'occupoit la pinnule C; puis borneyez par les pinnules D, B, en tournant voſtre équerre juſqu'à ce que vous découvriez les piquets G & H. Enſuite (l'équerre demeurant dans la derniere ſituation où on l'a miſe) borneyez par les deux autres pinnules A, C; & ſi vous découvrez les deux piquets I & K, c'eſt une preuve que vôtre équerre eſt juſte; *c'eſt à dire que les deux rayons viſuels* AC, *&* DB *ſe ſont coupé à angles droits:* ſi au contraire on ne les découvroit pas, ce ſeroit une preuve que les deux rayons viſuels AC & DB ne ſe ſeroient pas coupé à angles droits, & que l'équerre ſeroit fauſſe.

Quelques-uns, pour voir ſi une équerre eſt bien juſte, prennent avec un compas commun les diſtances des points où ſe viſſent les pinnules; & s'ils les trouvent tous également éloignez les uns des autres, ils concluënt de-là que l'équerre eſt bonne; mais cette maniere d'éprouver l'équerre eſt ſujette à erreur, à cauſe qu'il peut arriver (quoique les points, où les pinnules ſont élevées, ſoient également éloignez les uns des autres) que les rayons viſuels ne ſe couperont pas à angles droits, parce que la feneſtre, ou fente de quelque pinnule ne ſera pas préciſément perpendiculaire ſur l'extrémité d'un diametre, ou ſur le point de diviſion.

Enfin on remarquera qu'une équerre peut eſtre tres-juſte, quoiqu'elle n'ait pas toutes ſes pinnules également éloignées les unes des autres, pourveu que ſes feneſtres le ſoient.

PLANCHE XXVI.



METHODE D'ARPENTER LES FIGURES TRIANGULAIRES, *qui ont leurs trois angles aigus.*

REGLE. On fera deſcendre d'un des angles du triangle une perpendiculaire ſur le coſté oppoſé à cet angle, & l'on multipliera la valeur de cette perpendiculaire par la longueur du coſté oppoſé à l'angle ; la moitié du produit donnera le contenu de la ſuperficie du triangle, ou terrain propoſé.

Exemple. Soit à arpenter le terrain A B C, qu'on remarque eſtre un triangle oxigone, à cauſe que ſes trois angles ſont aigus.

Aprés avoir planté des piquets aux extrémitez de ſes trois angles A, C, B, on poſera l'équerre d'Arpenteur à quelqu'endroit du coſté B C, en ſorte qu'en regardant par les pinnules d'un de ſes diametres, on découvre les deux piquets B & C, & que ſans remuer l'équerre, on découvre auſſi par les pinnules de l'autre diametre le piquet A ; car ſi on ne le découvre pas comme étant en D, c'eſt une marque que l'équerre eſt trop du coſté de la main droite, & qu'il la faut avancer vers la main gauche comme en E: ainſi eſtant à ce point E, on pourra voir par les deux pinnules du diametre (qui eſt dans l'alignement du coſté B C) les deux piquets B & C, & par les deux pinnules de l'autre diametre le piquet A, ce qui eſtant remarqué.

On meſurera la perpendiculaire E A, qui, ſelon cet exemple, ſe trouvera longue de quatre-vingt toiſes, & auſſi le coſté B C de cinquante-deux toiſes.

De ſorte qu'en ſuivant la régle cy-deſſus donnée, on multipliera la longueur E A 80. toiſes, par celle de B C 52. toiſes, & de leur produit 4160, on prendra la moitié 2080. toiſes quarrées pour la ſuperficie du terrain ABC, qui eſt un triangle oxigone, ou une figure triangulaire qui a ſes trois angles aigus.

PLANCHE XXVII.



METHODE D'ARPENTER LES FIGURES TRIANGULAIRES, *qui ont un angle droit.*

REGLE. On multipliera la valeur des deux coſtez qui forment l'angle droit du triangle, l'un par l'autre, la moitié de leur produit ſera la ſuperficie du triangle. *Eucl. 41. Prop. du I. Liv.*

Exemple. Soit à arpenter le terrain A B C, qui eſt un triangle rectangle.

On meſurera le coſté B C qui ſe trouvera, ſelon cet exemple, de 144. toiſes, 5. pieds : & le coſté A B de 125. toiſes. Cela connu.

Multipliez, ſelon la régle ci-deſſus, & ſelon la ſeconde propoſition donnée ci-devant page 56. qui traite de la multiplication des toiſes & pieds, par toiſes : & ainſi qu'il eſt pratiqué dans la Planche preſente, les 144. toiſes de B C par les 125. toiſes de A B à cauſe que ce ſont les deux coſtez qui forment l'angle droit A B C, qui produiront les trois ſommes preſentes.

B C	144 toi.	5 pi.
A B	125 toi.	
	720	toi. quar.
	288	
	144	

Multipliez les 125. toiſes de A B, par les 5. pieds de B C, qui produiront 625. pieds ſur toiſes, comme il eſt marqué dans la planche.

Alors (ſelon la propoſition ci-deſſus citée pour reduire les pieds ſur toiſes, en toiſes quarrées) diviſez à part en F, les 625. pieds ſur toiſes de la régle par 6. le quotient donnera 104. toiſes quarrées, qu'on chiffrera à la régle dans leur colonne : & le pied ſur toiſe, qui eſt reſté à la diviſion F, ſe reduira en pieds quarrez en le multipliant à part en G, par 6. qui produiront 6. pieds quarrez, qu'on chiffrera à la régle dans leur colonne.

Alors faites l'addition des pieds, & des toiſes quarrées qui ſera de 18104. toiſes quarrées, & 6. pieds quarrez, dont vous prendrez la moitié 9052. toiſes quarrées, & 3. pieds quarrez, *exemple* D, pour l'arpentage du terrain A B C.

PLANCHE XXVIII.



METHODE D'ARPENTER LES FIGURES TRIANGULAIRES, *qui ont un angle obtus.*

EXEMPLE. Soit à arpenter le triangle ambligone ABC. Aprés avoir planté des piquets aux points de ses trois angles C, B, A, on posera l'équerre d'Arpenteur à quelque endroit du costé BC; en sorte qu'en regardant par les pinnules d'un de ses diametres on découvre les deux piquets B & C, & que sans remuer l'équerre on découvre aussi par les pinnules de l'autre diametre le piquet A; que si on ne le découvre pas, comme il arrive en D ou en E, c'est une marque que l'équerre n'est pas justement vis-à-vis l'angle A, & qu'il la falloit avancer comme en F.

Ensuite on mesurera la perpendiculaire FA, qu'on trouvera de 36. toises, 4. pieds; & le costé BC de 110. toises, 3. pieds. Cela estant connu.

Multipliez (selon la proposition donnée ci-devant dans la page 58) les 110. toises de BC par les 36. toises de FA

BC	110 toi.	3 pi.
FA	36 toi.	4 pi.

qui produiront les deux sommes presentes { 660 / 330 } toi. quar.

Multipliez en croix, comme il est pratiqué dans la Planche, les 110. toises de BC, par les 4. pieds de FA, qui produiront 440. pi. sur toi. multipliez aussi les 36. toi. de FA par les 3. pi. de BC, qui produiront encore 108. pieds sur toises. Puis multipliez les 3. pieds de BC par les 4. pieds de FA.

Alors, pour reduire les pieds qu. & les pieds sur toises, en toises quarrées, divisez par 6. en I, les 12. pieds quarrez de la régle, le quotient donnera 2. pieds sur toises qu'on chiffrera à la régle.

Additionnez en L les pieds sur toises de la régle, & divisez par 6. leur somme totale 550. le quotient donnera 91. toises quarrées qu'on chiffrera à la régle dans leur colonne, & les 4. pieds sur toises restez à la division L, on les reduira en pieds quarrez, en les multipliant en M, par 6. qui produiront 24. pieds quarrez, qu'on chiffrera à la régle dans leur colonne. Puis tranchez à la régle les pieds sur toises, puisqu'on les a reduit en d'autres especes. Alors faites l'addition de la régle qui sera de 4051. toises, & 24. pieds quarrez, *exem.* O, dont on prendra la moitié 2025. toises quarrées, & 30. pieds quarrez, *exem.* P, pour l'arpentage du terrain ABC.

PLANCHE XXIX.



METHODE D'ARPENTER LES FIGURES TRIANGULAIRES, *qui sont inaccessibles.*

EXEMPLE. Soit proposé d'arpenter la pointe triangulaire & inaccessible A B C de l'Isle de Bilancourt, au-dessous du Pont de Séve.

Il faut d'abord, par les régles de la Trigonometrie données dans le second Tome de cet Ouvrage, connoistre la longueur des costez du triangle inaccessible A B C, & l'on trouvera le costé A B de 68. toises, celui de B C de 70. toises, & celui de C A de 28. toises; & par la connoissance de ces trois costez, on formera, sur le memorial F, le triangle semblable D H E, ainsi qu'il a été enseigné dans le Chapitre VII. du premier Livre de cet Ouvrage, page 202.

Ensuite on fera descendre dans ce triangle artificiel D H E, sur le costé D E long de 28. toises, la perpendiculaire HG, qu'on trouvera, selon cet exemple, de 67. tois. 2. pieds, 7. pou. Cela connu.

Multipliez (selon la proposition donnée ci-devant dans la pag. 60.) les 67. toises de la perpendiculaire H G 67 toi. 2 pi. 7 po.
par les 28. toises du costé D E D E 28 toi.

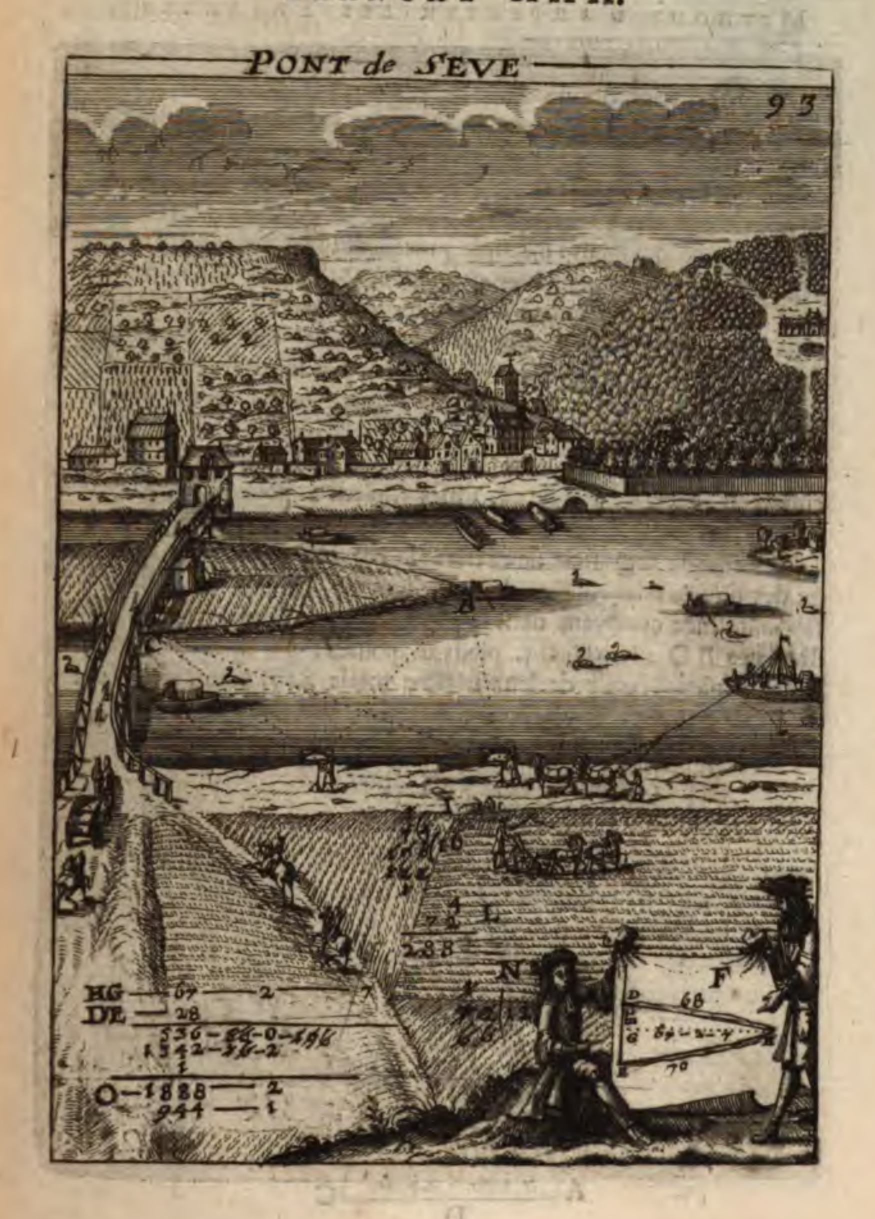
qui produiront les deux sommes presentes { 536 / 134 } toises quarrées.

Puis multipliez les 28. toises de DE, par les 2. pieds de H G, qui produiront 56. pie. sur toises: & comme il n'y a point de pieds aprés les 28. toises de DE, chiffrez un o à la régle à la colonne des pieds.

Multipliez les 28. toises de D E, par les 7. pouces de HG, qui produiront 196. pouces sur toises, qu'on chiffrera à la régle dans leur colonne. Alors divisez à part en I, par 12. les 196. pouces sur toises de la régle, le quotient donnera 16. pieds sur toises, qu'on chiffrera à la régle dans leur colonne, & les 4. pouces sur toises, restez à la division I, se reduiront en pouces quarrez, en les multipliant à part en L, par 72. qui produiront 288. pouces quarrez, qui valent 2. pieds quarrez, qu'on chiffrera à la régle dans leur colonne.

Additionnez à part en N, les pieds sur toises de la régle, & divisez par 6. leur somme totale 72. pieds sur toises, le quotient donnera 12. toises quarrées, qu'on chiffrera à la régle dans leur colonne. Cela pratiqué. Faites l'addition des pieds quarrez & des toises quarrées de la régle, qui sera de 1888. toises quarrées, & 2. pieds quarrez, *ex.* O, dont on prendra la moitié de 944. tois. qua. 1. pied quarré pour l'arpentage du triangle artificiel D H E, ou de son semblable A B C.

Planche XXX.

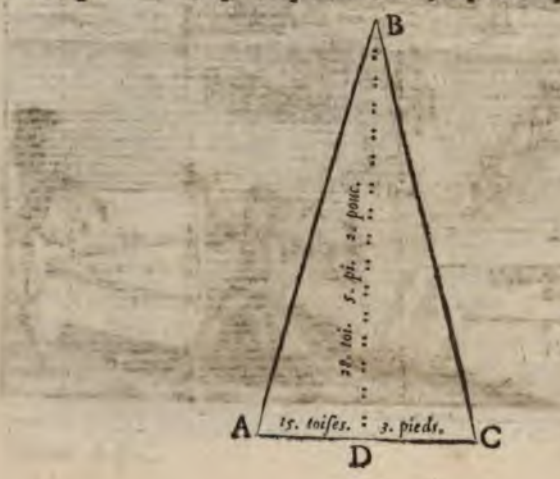


METHODE D'ARPENTER LES TRIANGLES, *de quelle Figure qu'ils puissent être.*

NOus avons donné dans les pages precedentes, le moyen d'arpenter toutes sortes de triangles rectiligues accessibles, ou inaccessibles quand la perpendiculaire à arpenter, ou un des costez qui forme l'angle droit étoit mesuré avec des toises, pieds, & pouces, & que l'autre costé du mesme angle droit n'avoit que des toises, ce qui a fait l'exemple précedent ; maintenant dans cette page nous allons l'augmenter des pieds, & dans le Chapitre suivant, où nous montrerons a arpenter les quarrez, nous y ajouterons les pouces : En un mot, nous allons icy donner le moyen de calculer les toises, pieds, & pouces, par les toises, & pieds, & ensuite suivant nous montrerons, comme on multiplie les toises, pieds, & pouces, par toises, pieds, & pouces.

Exemple. Soit à arpenter le triangle A B C, dont la perpendiculaire B D est longue de 28. toises 5. pieds 2. pouces ; & la base A C de 15. toises 3. pieds.

On aura la superficie de ce triangle par les regles de l'arpentage des figures triangulaires données dans ce Chapitre, & la proposition donnée ci-devant dans la page 62. en multipliant la perpendiculaire B D 28. toises 5. pieds 2. pouces, par la base A C 15. toises 3. pieds, pour de leur somme totale 447. toises quarrées, 12. pieds quarrez, & 72. pouces quarrez, prendre la moitié 223. toises quarrées 24. pieds quarrez, & 36. pouces quarrez.





LA GEOMETRIE PRATIQUE.

LIVRE TROISIE'ME.

CHAPITRE IV.

De la Planimetrie, ou Arpentage; qui montre à mesurer la Superficie des Figures de quatre costez.

APRE'S avoit enseigné dans dans le chapitre précedent à arpenter les Figures triangulaires par l'Arithmetique (que nous appellons des Ingenieurs) nous nous trouvons comme obligez dans celuy-cy, pour faciliter le progrés du nouveau Géometre, ou Arpenteur, de luy donner plusieurs exemples de l'Arpentage des Figures de quatre costez, comme quarrez parfaits, quarrez longs, ou rectangles, rhombes, trapézes, &c. dont les costez sont calculez sans fractions, & avec fractions, par differentes régles pour faire voir qui sont les régles les plus courtes & les plus faciles à pratiquer.

METHODE D'ARPENTER LES QUARREZ PARFAITS, *dont les côtez sont mesurez sans Fractions.*

REGLE. On arpente, ou l'on mesure la superficie d'un quarré parfait, en multipliant les deux costez, qui forment un de ses angles droits, l'un par l'autre, le produit est la superficie du quarré. *Euclide*, 16. defi. du 7. livre.

AVERTISSEMENT

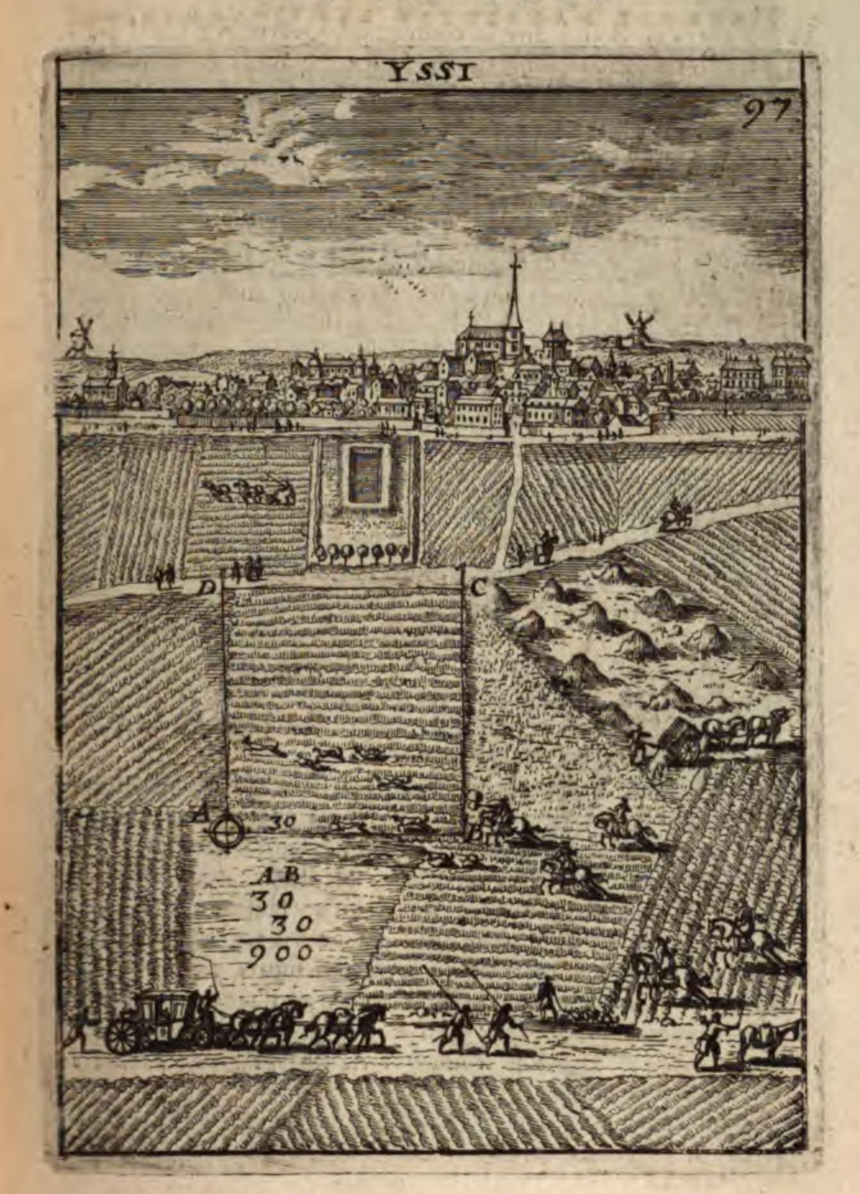
Remarquez que les côtez d'un quarré parfait étant tous égaux entre-eux & les angles d'une même ouverture, il suffit de multiplier un côté par lui-même, pour avoir la superficie du quarré parfait.

Exemple. Un Paysan du village d'Issy, qui s'est déterminé pour payer ses dettes, de vendre à un Procureur une piéce de terre comme la marquée A B C D, assure qu'elle contient un arpent, ou 900. toises quarrées; mais le Procureur se méfiant que la piéce de terre contienne précisément un arpent du Païs, à pris exprés avec lui un de ses Neveux, qui sçait la Géometrie, afin d'estre plus certain du contenu de la Terre à acheter.

Le Géometre (en suivant les régles de la Géometrie expliquées dans le Chapitre précedent) planta d'abord des piquets aux quatre angles de la terre A B C D. Puis ayant monté son équerre d'Arpenteur sur son pied, il l'a posa à un des angles de la terre comme à l'angle A, & tourna l'équerre jusqu'à ce qu'en borneyant par les pinnules d'un mesme diametre, il pust découvrir le piquet B, lequel étant découvert, il laissa l'équerre dans sa situation, & sans plus la remuer : il borneya par les pinnules de l'autre diametre pour observer s'il découvriroit le piquet D, & l'ayant découvert, il conclud, que l'angle B A D étoit droit. Cela fait, il mesura les quatre costez de la terre A B C D, & les ayant trouvé, chacun long de 30. toises, il dit que la terre A B C D étoit un quarré parfait, à cause que son angle DAB étoit droit, & ses quatre costez égaux.

Desorte qu'il multiplia un des costez, comme celui de A B 30. toises, par sa mesme valeur; c'est-à-dire par 30. le produit 900. toises quarrées lui donna le contenu de la Terre; & comme un arpent contient 900. toises quarrées, il assura à son Oncle le Procureur, que la piéce de Terre A B C D contenoit précisément un arpent.

Planche XXXI.



METHODE D'ARPENTER LES QUARREZ, *dont les costez sont mesurez par toises, & avec fractions de toises ; en se servant de l'Arithemetique des Ingenieurs.*

EXEMPLE. Soit à dire le contenu du Quarré A B C D, qui a ses costes chacun long de 30. toises, 3. pieds & 5. pouces. Multipliez selon la sixiéme proposition donnée ci-devant dans la page 64. les 30. toises de A B, par les 30. toises de A D,

A B	30 toi.	3 pi.	5 pouces,
A D	30	3	5

qui produiront { 00 / 90 } toises quarrées. Et multipliez en croix les 30. toises de A B, par les 3. pieds de A D qui produiront 90. pieds sur toises. Multipliez aussi les 30. toises de A D, par les 3. pieds de A B, qui produiront encore 90. pieds sur toises ; & multipliez les 3. pieds de A B, par les 3. pieds de A D, qui produiront 9. pieds quarrez.

Puis multipliez en croix les 30. toises de A B, par les 5. pouces de A D, qui produiront 150. pouces sur toises. Multipliez aussi les 30. toises de A D, par les 5. pouces de A B, qui produiront encore 150. pouces sur toises. Puis multipliez les 3. pieds de A B, par les 5. pouces de A D, qui produiront 15. pouces sur pieds : & multipliez les 3. pieds de A D, par les 5. pouces de A B, qui produiront aussi 15. pouces sur pieds.

Enfin multipliez les 5. pouces de A B, par les 5. pouces de A D, qui produiront 25. pouces quarrez.

Alors (selon la sixiéme proposition ci-dessus citée) pour réduire ces differentes especes de pouces quarrez, de pouces sur pieds, de pouces sur toises, &c. en pouces, pieds, & toises quarrées :

Divisez à part en Q les 25. pouces qu. de la régle par 12. le quotient donnera 2. pouces sur pieds, qu'on chiffrera à la régle dans leur colonne ; & le pouce, qui est resté à la division Q, se chiffrera à la régle dans sa colonne, ayant soin d'y trancher les 25. pouces quarrez, puisqu'on les a réduit en d'autres especes.

Remarquez que pour estre plus court, nous n'avertirons plus dans la suite, de trancher à la régle les chiffres qu'on aura été obligé de diviser à part.

PLANCHE XXXII.



Additionnez à part en T les pouces ſur pieds de la regle, & diviſez par 12. leur ſomme totale 32. pouces ſur pieds, viendra au quotient 2. pieds quarrez qu'on chiffrera à la regle dans leur colonne: & les 8. pouces ſur pieds, qui reſtent à la diviſion T, ſe reduiront à part en pouces quarrez, en les multipliant par 12. en X, & viendra *96.* pouces quarrez qu'on chiffrera à la regle dans leur colnne.

Additionnez à part en Z les pouces ſur toiſes de la regle, & diviſez par 12. leur ſomme totale 300. pouces ſur toiſes, le quotient Z donnera 25. pieds ſur toiſes, qu'on chiffrera à la regle dans leur colonne.

Additionnez à part en b, les pieds quarrez de la régle, & diviſez par *6*, leur ſomme totale 11. pieds quarrez, le quotient donnera 1. pied ſur toiſe, qu'on chiffrera à la régle dans ſa colonne: & les 5. pieds quarrez, qui reſtent à la diviſion b, ſe chiffreront à la régle dans leur colonne.

Additionnez à part en e, les pieds ſur toiſes de la régle, & diviſez par *6*. leur ſomme totale 20*6*. pieds ſur toiſes, le quotient donnera 34. toiſes quarrées, qu'on chiffrera à la régle dans leurs colonnes: & les 2. pieds ſur toiſes, qui ſont reſtez à la diviſion e, ſe reduiront en pieds quarrez en les multipliant à par en f par *6*. qui produiront 12. pieds quarrez, qu'on chiffrera à la régle dans leurs colonnes.

Alors faites l'addition des toiſes, des pieds, & des pouces quar. qui n'ont pas été tranchez, & vous aurez 934. toiſes quarrées, 17. pieds quarrez, & 97. pouces quarrez, pour l'arpentage du quarré A B C D. Ce qu'il falloit trouver.

Planche XXXIII.



METHODE D'ARPENTER LES QUARREZ PARFAITS, *dont les costez sont mesurez par toises, & avec fractions de toises ; en se servant des reductions.*

C'EST une régle generale, qu'on a l'aire d'un quarré parfait en multipliant un de ses costez par lui-même, soit que ses costez soient mesurez sans fractions, ou avec fractions ainsi qu'il va estre enseigné sur plusieurs exemples, où l'on montrera à résoudre les fractions par la réduction des entiers & fractions, dans une mesme espece, par la dixme, &c.

Exemple. On veut arpenter le quarré parfait A B C D, dont chaque costé est long de 30. toises, 3. pieds, & 5. pouces.

On reduira les 30. toises en pieds, en les multipliant par 6. (à cause qu'une toise contient 6. pieds) leur produit donnera 180. pieds *exemple* E, ausquels ajoûtant les 3. pieds de la fraction, on aura 183. pieds, *exemple* F. Puis on reduira ces 183. pieds en pouces, en les multipliant par 12. (à cause qu'un pied contient 12. pouces) le produit donnera 2196. pouces, *exemple* G, ausquels ajoûtant les 5. pouces de la fraction, on aura donc 2201. pouces *exemple* H, pour la longueur de chaque costé du quarré ABCD. Cela fait,

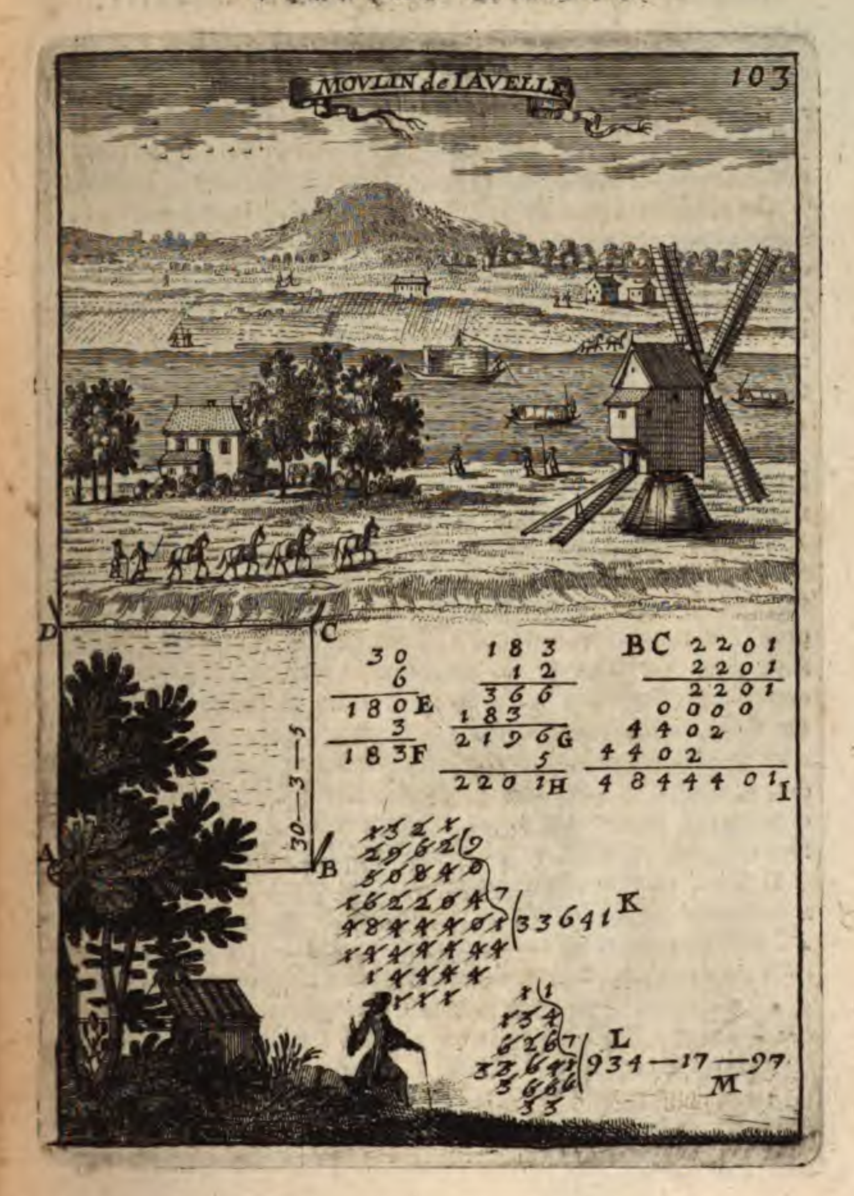
On multipliera ces 2201. pouces qui sont la longueur d'un des costez du quarré comme celui de BC, par les mesmes 2201. leur produit donnera 4844401. pouces quarrez, *exemple* I, pour la superficie du quarré A B C D.

Enfin si l'on veut avoir la superficie de ce quarré en toises, pieds, & pouces quarrez, il n'y aura qu'à réduire ces 4844401. pouces quarrez, en pieds quarrez, en les divisant par 144. pouces, à cause (comme nous avons dit dans le Tome I. page 106.) qu'un pied quarré contient 144. pouces quarrez, le quotient donnera 33641. pieds quarrez, *exemple* K, & restera à la division 97. pouces quarrez.

Puis on réduira ces 33641. pieds quarrez on toises, en les divisant par 36. à cause qu'une toise quarrée contient 36. pieds quar. le quotient donnera 934. toises quarrées, *exemples* L, restera à la division 17. pieds quarrez.

Desorte que si à ces 934. toises quarrées on ajoûte les 17. pieds & les 97. pouces quarrez. On aura en M, 934. toises quarrées, 17. pieds quarrez & 97. pouces quarrez pour le contenu du quarré proposé A B C D ; ce qu'il falloit trouver.

PLANCHE XXXIV.



METHODE D'ARPENTER LES QUARREZ PARFAITS, *dont les coſtez ſont meſurez avec fractions, & calculez par la Dixme.*

EXEMPLE. Soit à dire, par la Dixme, le contenu du terrain A B C D, compris dans un quarré parfait, dont chaque coſté comme celui de A B, eſt long de 30. toiſes, 3. pieds & 5. pouces.

On chiffrera à part les 30. toiſes, ainſi qu'il eſt marqué en I, à cauſe que ce ſont des entiers: & pour les 3. pieds, & 5. pouces qui ſont fractions de la toiſe, on ira à l'Echelle de dixme de la toiſe (la conſtruction en a été donnée dans le VI. chapitre du I. Livre de cette Géometrie, page 184. & nous la repreſentons ici au haut de la Planche preſente) compter de gauche à droit ſur la ſeconde ligne, qu repreſente la toiſe diviſée en 6. pieds, les 3. pieds & 5. pouces qui ſe trouveront en E.

De ce point E, on élevera une perpendiculaire juſqu'à la ligne des primes de cette échelle, comme en F, où l'on obſervera, combien elle marque de primes, de ſecondes, de tierces, &c. afin de tracer avec un ſoin tout particulier au-deſſus des chiffres, qui repreſentent les primes, un accent aigu comme le preſent $'$, & au-deſſus des ſecondes deux accents $''$, aux tierces trois accens $'''$, aux quartes quatre accens $''''$, aux quintes cinq accens $'''''$, & ainſi pour les ſextes VI. de ſorte que l'on trouvera (ſelon cet exemple) $5'\ 6''\ 9'''$, $4''''$, & $3'''''$, qu'on chiffrera enſuite des 30. toiſes, miſes à part, comme il ſe peut remarquer en I, & on aura pour la longueur du coſté AB 30. toiſes, 5. primes, 6. ſecondes, 9. tierces, 4. quartes & 3. quintes: & comme les quatre coſtez d'un quarré parfait ſont égaux, chaque coſté du quarré A B C D ſera donc de 30. toiſes $5'\ 6''\ 9'''\ 4''''\ 3'''''$. Cela pratiqué.

Il faut (ſelon la régle donnée dans les pages precedentes pour arpenter un quarré parfait) multiplier les 30. toiſes $5'\ 6''\ 9'''\ 4''''\ 3'''''$ du coſté A B. encore par eux-meſmes, c'eſt-à-dire qu'on chiffrera au-deſſous de cette ſomme A B, la meſme ſomme 30. toiſes $5'\ 6''\ 9'''\ 4''''\ 3'''''$ pour en faire une multiplication à l'ordinaire, qui donnera à ſon produit treize chiffres (ſelon cet exemple;) ſçavoir 9344900505249. *exemple* K.

Alors pour ſçavoir ce que valent ces treize chiffres, il faut (ſelon la regle de l'Arithmetique en dixme) additionner en ſem-



Planche XXXV.



ble les accens, qui se trouvent au-dessus des deux premiers chiffres, qui composent la colonne des nombres de la regle, & comme il se trouve que les deux chiffres de cette colonne sont chacun chargé de cinq accens ''''' ils donneront donc dix accens, qu'il faut mettre dessus le premier chiffre du produit de la multiplication du costé de la main droite, qui est un 9. lequel se rencontre dans la colonne des nombres, & ensuite il faut diminuer un accent sur chaque chiffre en allant vers la main gauche, de-sorte qu'on dira neuviémes, huitiémes, septiémes, sixiémes, quintes, quartes, tierces, secondes & primes, le reste des chiffres donnera 934. toises quarrées, ce qui fait qu'on a pour l'arpentage du quarré parfait A B C D, 934. toises quarrées, 4. primes, 9. secondes; point de tierces ni de quartes; 5 quintes; point de sixiémes; 5. septiémes; 2. huitiémes, 4. neuviémes, & 9. dixiémes.

Mais pour sçavoir combien donnent de pieds, & de pouces quarrez, les 4' & les 9'' (*le reste ne produisant rien de considerable pour la mesure des terres*) on ira à l'échelle de dixme de la toise, compter sur la ligne des primes, 4. primes, & 9. secondes; & les ayant trouvé (selon cet exemple) en G, l'on fera descendre de ce point G, une perpendiculaire sur la troisiéme ligne en H, qui est des pieds quarrez, & on aura sur cette troisiéme ligne 17. pieds quarrez, & un peu plus de deux tiers d'un pied quarré, ce qui fait encore 97. pouces quarrez, à cause qu'un pied quarré vaut 144. pouces quarrez.

De sorte que, par la dixme, on aura en L 934. toises quarrées, 17. pieds quarrez & 97. pouces quarrez pour le contenu du terrain proposé A B C D. Ce qu'il falloit trouver.

PLANCHE XXXVI.



METHODE D'ARPENTER LES QUARREZ PARFAITS, *dont les costez sont mesurez par perches & avec fractions de perche ; en se servant des Reductions.*

EXEMPLE. Soit à arpenter le terrain du Quarré A B C D, dont chaque costé est long 10. perches, 3. pieds, 5. pouces ; la perche étant évaluée à 18. pieds.

On reduira les perches, en pieds, les multipliant selon leur évaluation c'est-à-dire par 18. à cause que ce sont de petites perches, qui n'ont que 18. pieds de longueur, & comme il y en a 10. dans nostre exemple, leur produit sera donc de 180. pieds, ausquels ajoûtant les 3. pieds de la fraction, on aura 183. pieds ainsi qu'il est chifré en Y.

Puis on réduira en pouces ces 183. pieds, en les multipliant par 12. comme nous l'avons pratiqué dans les pages precedentes, ce qui donnera 2196. pouces, ausquels ajoûtant les 5. pouces de la fraction, on aura 2201. pouces, pour la longueur de chaque costé du quarré A B C D, comme il est chiffré en X.

Desorte qu'en suivant la regle de l'arpentage des quarrez donnée dans ce chapitre, page 96. on multipliera ces 2201. pouces, par eux-mesmes, leur produit donnera, pour la superficie du terrain A B C D, 4844401. pouces quarrez, *exemple* V.

Pour avoir en pieds quar. & ensuite en perches quar. cette somme 4844401. pouces quarrez.

On la divisera d'abord, pour l'avoir en pieds, par 144. à cause qu'un pied contient en superficie 144. pources quar. le quotient donnera 33641. pieds quarrez pour la superficie du terrain A B C D ; & restera à la division 97. pouces quarrez, *exemple* T.

Ensuite pour l'avoir en perches, on divisera cette somme 33641. pieds quarrez par 324. nombre des pieds quarrez que contient une petite perche, viendra au quotient 103. perches, *exemple* S, & restera à la division 269. pieds.

Desorte que l'arpentage du quarré B B C D sera de 103. perches quarrées, 269. pieds quarrez & 97. pouces quarrez.

Cet exemple & tous les autres de cette nature se peuvent resoudre par l'Arithmetique des Ingénieurs, & par la dixme, en suivant les regles que nous avons données dans les pages précédentes.

Planche XXXVII.



METHODE D'ARPENTER LES RECTANGLES, *dont les costez sont mesurez sans fractions.*

REGLE. On arpente, où l'on vient à la connoissance de la superficie d'un rectangle, ou quarré long, en multipliant les deux costez, qui forment un mesme angle droit, l'un par l'autre ; le produit est la superficie du rectangle. Eucli. 16. def. du 7.

Exemple. Soit à arpenter le terrain P O N M, qu'on dit estre un rectangle, dont le grand costé M N, est estimé de 165. toises, & le petit costé P M, de 97. toises, cela observé.

Suivant la regle cy-dessus donnée. On multiplira le grand costé M N 165. par le petit coste P M 97. à cause qu'ils forment l'angle droit P M N, leur produit 16005. *exemple* A, sera le nombre des toises quarrées du terrain P O N M.

Si l'on divise ces 16005. toises quarrées, par 900 (nombre des toises quarrées, que contient un arpent) on aura 17. arpens, & 705. toises quarrées, comme il est chiffré en B.

Mais si l'on doutoit que le terrain P O N M. fust précisement un rectangle, alors il faudroit planter des piquets à chaque angle de la Terre, comme aux points M N O & P : puis poser l'équerre d'arpenteur à la place de quelqu'un des piquets, comme de celui de M, pour observer si l'angle P M N est droit, car s'il étoit droit, on continuera à voir si le terrain est un rectangle, en mesurant ses costez ; & si l'on trouve ses grands costez égaux entr'eux, & les petits aussi égaux entr'eux ; c'est une marque que c'est un rectangle.

Mais si on n'avoit pas trouvé d'abord l'angle P M N droit, il auroit été inutile de mesurer les grands & les petits costez, à cause que les quatre angles d'un rectangle sont droits.

AVERTISSEMENT.

On remarquera que les plans & les figures, que nous avons donnez dans ce livre, n'ont pas toûjours une entiere proportion avec les Païsages qui en font l'ornement, à cause que si l'on avoit voulu proportionner toutes choses, il auroit été impossible d'expliquer dictinctement les pratiques, qui demandent de grands plans afin d'y pouvoir marquer les lettres & les chiffres qui y sont necessaires ; c'est pourquoi nous avertissons pour la derniere fois que les plans & les figures n'ont du rapport qu'avec l'instruction qui est expliquée vis-à-vis dans les pages.

PLANCHE XXXVIII.



METHODE D'APENTER LES RECTANGLES, *dont les costez sont mesurez par toises, & avec fractions de toises, en se servant de l'Arithmetique des Ingenieurs.*

EXEMPLE. Soit à dire le contenu du rectangle MNOP, qui a son grand costé MN long de 165. toises, 2. pieds, 5. pouces; & son petit costé PM de 97. toises, 3. pieds, 9. pouces.

Multipliez, selon la regle donnée dans la page precedente, & selon la sixiéme proposition enseignée ci-devant dans la page 64.

les 165. toises de MN   MN 165 toises 2 pieds 5 pouc.
par les 97. toises de PM   PM 97

qui produiront { 1155 / 7485 } toises quarrées : Et multipliez en croix les 165. toises de MN, par les 3. pieds de PM, qui produiront 495. pieds sur toises : multipliez aussi les 97. toises de PM, par les 2. pieds de MN, qui produiront encore 194. pieds sur toises; & multipliez les 2. pieds de MN, par les 3. pieds de PM, qui produiront 6. pieds quarrez.

Multipliez en croix les 165. toises de MN, par les 9. pouces de PM, qui produiront 1485. pouces sur toises; multipliez aussi les 97. toises de PM, par les 5. pouces de MN, qui produiront encore 485. pouces sur toises; puis multipliez les 2. pieds de MN par les 9. pouces de PM, qui produiront 18. pouces sur pieds : & multipliez les 3. pieds de PM, par les 5. pouces de MN, qui produiront encore 15. pouces sur pieds.

Enfin multipliez les 5. pouces de MN, par les 9. pouces de PM, qui produiront 45. pouces quarrez.

Alors (selon la proposition ci-dessus citée) pour reduire ces differentes especes de pouces quarrez, de pouces sur pieds, de pouces, sur toises, &c. en pouces, pieds, & toises quarrées.

Divisez à part en Q les 45. pouces quarrez de la regle, par 12. le quotient donnera 3. pouces sur pieds qu'on chiffrera à la regle dans leur colonne; & les 9. pouces, qui sont restez à la division Q, se chiffreront à la regle dans leur colonne, ayant eu soin de trancher les 45. pouces quarrez de la régle, puisqu'on les a réduit en d'autres especes.

Additionnez à part en T, les pouces sur pieds de la régle, &

PLANCHE XXXIX.



divisez par 12. leur somme totale 36. pouces sur pieds, viendra au quotient 3. pieds quarrez, qu'on chiffrera à la régle dans leur colonne.

Additionnez à part en X, les pouces sur toises de la régle, & divisez par 12. leur somme totale 1970. pouces sur toises, le quotient donnera 164. pieds sur toises qu'on chiffrera à la régle dans leur colonne ; & les 2. pouces sur toises qui restent à la division X, se reduiront à part en pouces quarrez, en les multipliant en Z par 72. & viendra 144. pouces quarrez qui font 1. pied quarré, qu'on chiffrera à sa colonne.

Additionnez à part en b, les pieds quarrez de la régle, & divisez par 6. leur somme totale 10. pieds quarrez, le quotient donnera 1. pied sur toise, qu'on chiffrera à la régle dans sa colonne ; & les 4. pieds qui restent se chiffreront à la régle dans leur colonne.

Additionnez à part en e, les pieds sur toises de la régle ; & divisez par 6. leur somme totale 854. pieds sur toises, le quotient donnera 142. toises quarrées, qu'on chiffrera à la régle dans leurs colonnes ; & les 2. pieds sur toises, qui sont restez à la division e, se reduiront en pieds quarrez, en les multipliant à part en f par 6. qui produiront 12. pieds quarrez qu'on chiffrera à la régle dans leurs colonnes.

Alors faites l'addition des pouces, des pieds, & des toises quarrées, dont les chiffres n'ont point été tranchez ; & vous aurez 16147. toises quarrées, 16. pieds quarrez, & 9. pouces quarrez pour l'arpentage du rectangle proposé M N O P. Ce qu'il falloit trouver.

PLANCHE XI.



METHODE D'ARPENTER LES RECTANGLES, *dont les côtez sont mesurez par toises & avec fractions de toises, en se servant des reductions.*

EXEMPLE. Un particulier veut sçavoir, à un pouce prés, la superficie du rectangle P O N M, dont le grand costé M N est long de 165. toises, 2. pieds, & 5. pouces; & le petit costé P M de 97. toises, 3. pieds, & 9. pouces. Cela observé, il faut d'abord reduire les 165. toises de M N en pieds, les multipliant par 6. (à cause qu'une toise est longue de six pieds) ce qui produira 990. pieds, ausquels ajoûtant les 2. pieds de la fraction, on aura 992. pieds, *exemple* A.

Puis on reduira ces 992. pieds en pouces, en les multipliant par 12. (à cause qu'un pied contient 12. pouces) viendra 11904. pouces, ausquels ajoûtant les 5. pouces de la fraction, on aura 11909. pouces pour la longueur du costé M N, *exemple* B.

Si à l'égard du petit côté P M 97. toises, 3. pieds, 9. pouces, on suit les mesmes régles pour la réduction des toises & pieds, en pouces, on le trouvera de 7029. pouces, *exemple* C, & D.

De sorte que (selon la régle de l'arpentage des rectangles donnée ci-devant dans la page 110.) on multipliera le côté M N 11909. pouces, par le côté P M 7029. pouces, leur produit donnera en E 83708361. pouces quarrez pour la superficie du quarré-long ou rectangle P O N M.

Si l'on veut reduire ces 83708361. pouces quarrez, en pieds; on divisera cette somme par 144. (à cause qu'un pied quarré contient en superficie 144. pouces quarrez) & viendra au quotient 581308. pieds quarrez, *exemple* F, & restera de la division 9. pouces quarrez.

Pour avoir des toises. On divisera ces 581308. pieds quarrez, par 36. viendra au quotient 16147. toises quarrées, *exemple* G, pour la superficie du terrain P O N M, restera 16. pieds quarrez.

Enfin on aura en arpens le contenu de ce rectangle, divisant cette somme 16147. toises quarrées, par 900. (à cause qu'un arpent contient en superficie neuf cens toises quarrées) viendra au quotient 17. arpens *exemple* H, & restera de la division 847. toises, ausquelles joignant les 16. pieds, & 9. pouces restez des autres reductions, l'arpentage du terrain P O N M sera donc de 17. arpens, 847. toises, 16. pieds, & 9. pouces quarrez, *exemple* I, ce qu'il falloit trouver.

PLANCHE XLI.


La SANTE sur le chemin de GENTILLY
117
165
6
990
2
A 992
992
12
1984
992
11904
5
B 11909
M
MN-11909
PM-7029
107181
23818
00000
83363
83708361.E
97
6
582
3
C 585
585
12
1170
5859
D 7029
17—847—I—16—9
F
581308
16147 G
17 H

METHODE D'ARPENTER LES RECTANGLES, *dont les côtez sont mesurez avec fractions, & calculez par la dixme.*

EXEMPLE. Soit à dire (par l'échelle de dixme) le contenu de la terre M N O P qui est un rectangle, dont le grand côté M N est (comme celui de la page précedente) de 165. toif. 2. pie. 5. pouces; & son petit P M de 97. toises, 3. pieds, 9. pouces.

On chiffrera à part les 165. toises de M N, à cause que ce sont des entiers ; & pour les 2. pieds, 5. pouces qui sont fractions de la toise, on ira à l'échelle de dixme de la toise, compter de gauche à droit, & sur la seconde ligne qui represente la toise divisée en 6. pieds, les 2. pieds & 5. pouces de M N, qui (selon cet exemple) se trouveront au point B.

Alors de ce point B, on élevera une perpendiculaire, jusqu'à la ligne des primes de cette échelle comme en C, & l'on observera combien elle donne de primes, de secondes, de tierces, &c. & ayant trouvé qu'elle donne $4' \; 0'' \; 4''' \; 3''''$, on les écrira à la droite des 165. toises mises à part, de sorte qu'on aura pour le côté M N 165. toises, 4. primes, point de secondes, 4. tierces, & 3. quartes.

Par la même Methode le côté PM se trouvera long de 97. toises, $6' \; 2'' \; 4''' \; 1'''' \; 1'''''$.

Desorte, qu'en suivant la régle de l'arpentage des rectangles, ci-devant donnée dans la page 110. on multipliera les 165. toises $4' \; 0'' \; 4''' \; 3''''$. de M N, par les 97. toises $6' \; 2'' \; 4''' \; 1'''' \; 1'''''$. de P M, qui produiront quatorze chiffres, sçavoir 16147447577673. ce qui marque que le rectangle M N O P a en superficie 16147. toises quarrées, 4. primes, 4. secondes, 7. tierces, 5. quartes, 7. quintes, 7. sixiémes, 6. septiémes, 7. huitiémes, & 3. neuviémes.

Si l'on veut sçavoir combien les 4. primes, 4. secondes, & 7. tierces, (*le reste ne produisant rien de considerable pour l'arpentage des terres*) font de pieds, & de pouces quarrez, on ira à l'échelle de dixme de la toise, compter sur la ligne des primes $4' \; 4''$, & $7'''$, & les ayant trouvé en D, (selon cet exemple) l'on fera descendre de ce point D, jusques sur la troisiéme ligne de l'échelle (laquelle ligne est divisée en 36. pieds quarrez) une perpendiculaire en E, qui marquera sur cette troisiéme ligne 16. pieds quarrez, & un seiziéme d'un pied quarré, ce qui fait encore 9. pouces quarrez : de sorte qu'on aura 16147. toises quarrées, 16. pieds qu. & 9. pouces quarrez pour l'aire de la terre M N O P.

PLANCHE XLII.



METHODE D'ARPENTER LES RECTANGLES, *dont les coſtez ſont meſurez par perches, & avec fractions de perches ; en ſe ſervant des reductions.*

EXEMPLE. Soit à arpenter le rectangle MNOP, dont le grand coſté MN a 55. perches, 2. pieds, 5. pouces, & le petit coſté PM 32. perches, 9. pieds, 9. pouces, la perche étant évaluée a 18. pieds.

On réduira les 55. perches de MN en pieds, en les multipliant par 18. (nombre des pieds que vaut la perche de noſtre exemple) viendra au produit 990. pieds, *exemple* A, auſquels ajoûtant les 2. pieds de la fraction, on aura 992. pieds *exemple* B.

Enſuite on reduira les 992. pieds, en pouces, en les multipliant par 12. & viendra au produit 11904. pouces, auſquels ajoûtant les 5. pouces de la fraction, on aura 11909. pouces pour la longueur du coſté MN, *exemple* C.

Si l'on ſuit les mêmes regles pour le petit coſté PM, on trouvera qu'il ſera long de 7029. pouces, ainſi qu'il ſe peut remarquer par les exemples D, & E.

Deſorte qu'en ſuivant la régle de l'arpentage des rectangles, ou quarrez-longs donnée ci-devant dans ce Chapitre page 110. on multipliera les 11909. pouces du coſté MN, par les 7029. pouces du coſté PM, leur produit 83708361. pouces quarrez, *exemple* F, ſera le contenu du rectangle MNOP.

Pour avoir ce contenu en pieds, & perches quarrées, on diviſera cette ſomme 83708361. pouces quarrez par 144. (nombre des pouces quarrez que vaut un pied quarré) le quotient donnera 581308. pieds quarrez, *exemple* G, & reſtera à la diviſion 9. pouces quarrez. Pour l'avoir en perches, on diviſera cette ſomme 581308. pieds quarrez, par 324. (nombre des pieds quarrez que contient en ſuperficie une petite perche) & viendra au quotient 1794. perches quarrées, *exemple* H, & reſtera à la diviſion 52. pieds quarrez.

De ſorte que l'arpentage du rectangle MNOP eſt de 1794. perches quarrées, 52. pieds quarrez, & 9. pouces quarrez.

Si l'on vouloit reduire ce calcul en arpens, on diviſera ces 1794. perches quarrées, par 100. nombre des perches quarrées que vaut un arpent, & l'on trouvera 17. arpens, 94. perches quarrées, 52. pieds quarrez, & 9. pouces quarrez pour le rectangle propoſé MNOP, Ce qu'il falloit trouver.

PLANCHE XLIII.



METHODE D'ARPENTER LES RHOMBES, ET LES RHOMBOÏDES

REGLE. Pour avoir la ſuperficie d'un rhombe, ou d'un rhomboïde quand il n'eſt pas incommodé, c'eſt-à-dire, quand on peut entrer dedans.

On fait tomber une perpendiculaire d'un de ſes angles ſur le côté oppoſé à cet angle, & cette perpendiculaire ſert à multiplier le côté ſur lequel elle tombe, le produit eſt la ſuperficie du rhombe.

Mais quand la figure du rhombe eſt incommodée; on prolonge un de ſes côtez, & d'un angle de cette figure on fait deſcendre ſur le côté prolongé, une perpendiculaire dont la longueur multiplie ſeulement celle de ce côté, ſans y comprendre ce qui a été prolongé. *Euclide, 16. Definit. du VII. Liv.*

Exemple. On veut arpenter le terrain A B C D, qui eſt de la figure d'un rhombe ayant ſes quatre côtez égaux, & chacun long de 30. pieds comme eſt le côté A B.

Puiſque cette figure n'a point d'angle droit, on luy en fera un artificiel, en poſant l'équerre d'arpenteur le long du côté C D, enſorte que par les pinnules d'un meſme diametre, on découvre les deux piquets D & C, & que ſans remuer l'équerre, on voye par les pinnules de ſon autre diametre le piquet A, ce qui arrivera étant en E, d'où l'on pourra voir par les pinnules les piquets D, C, & celui de A. Cela obſervé.

Meſurez la perpendiculaire E A, qu'on trouvera, ſelon cet exemple, de 27. pieds.

Deſorte que ſelon la régle de l'arpentage des rhombes ci-deſſus donnée, multipliez la longueur A B, ou D C ſon égale 30. pieds, par la perpendiculaire E A 27. leur produit 810. pieds quarrez ſera l'arpentage du terrain A B C D.

AVERTISSEMENT.

On remarquera qu'il ne faut pas multiplier aux rhombes, un de leurs côtez par l'autre, comme aux quarrez parfaits & aux rectangles; à cauſe que les coſtez des rhombes ne forment pas d'angles droits; il en eſt de meſme pour les rhomboïdes.

PLANCHE XLIV.



METHODE D'ARPENTER LES TRAPEZES.

REGLE. Il faut ajoûter enſemble la valeur des deux coſtez paralleles du trapeze, & multiplier leur ſomme totale par la longeur d'une ligne perpendiculaire qui eſt compriſe entre ſes deux coſtez paralleles, & qui en marque la hauteur, la moitié du produit ſera le contenu du trapeze.

Exemple. Soit à arpenter le terrain F G H I, qui eſt un trapeze, ayant ſes deux coſtez F G & I H paralleles, le petit ſuppoſé long de 30. pieds, 9. pouces, & le grand de 60. pieds. Cela connu.

Pour avoir la largeur de ce trapeze, poſez l'équerre d'arpenteur ſur le long coſté I H, où vous voudrez comme en K, en ſorte que par les deux pinnules d'un même diametre vous découvriez les deux piquets I & H.

Puis ſans remuer l'équerre, regardez par les pinnules de ſon autre diametre, afin de faire planter, dans le rayon de veuë un piquet ſur le coſté F G, comme au point L, la longueur K L ſera perpendiculaire ſur les deux coſtez paralleles F G, & I H; & ſi l'on meſure cette perpendiculaire K L, elle ſe trouvera de 20. pieds, ſelon cet exemple, qui eſt la largeur du trapeze propoſé.

De ſorte qu'en ſuivant la regle de l'arpentage des trapezes cideſſus donnée, ajoûtez enſemble la valeur des deux coſtez paralleles F G 30. pieds, 9. pouces, & I H 60. qui donneront pour ſomme totale 90. pieds, 9. pouces, & (ſelon la huitiéme propoſition du II. Chapitre de ce III. Tome page 67. où eſt enſeignée la multiplication des pieds & pouces, par pieds) multipliez cette ſomme totale 90. pieds 9. pouces par la perpendiculaire K L 20. & de leur produit 1815. pieds quarrez, prenez la moitié 907. pieds, & 72. pouces quarrez pour la ſuperficie du trapeze propoſé F G H I. Ce qu'il faloit trouver.

METHODE D'ARPENTER LES TRAPEZOIDES.

REGLE. On tracera d'un des angles du trapezoïde à ſon angle oppoſé, une diagonale, ou ligne de direction, qui le diviſera en deux triangles, dont la connoiſſance de leur ſuperficie additionnée enſemble, ſera l'arpentage du trapezoïde, ainſi qu'on le pourra remarquer dans l'exemple ſuivant.

PLANCHE XLV.


125
FONTENAY aux ROSES
F
30—9
L
G
20
I
K
H
60
FG — 30 — 9
IH — 60
90 — 9
KL — 20
1800 — 180 — 0
15
1815 — 0
FGHI — 907 — 72

Exemple. Soit à meſurer la petite figure M N O P, qui eſt un trapezoïde, dont le coſté M N eſt long de 4. pieds.

On plantera des piquets aux quatre angles de ce trapezoïde M N O P, & en ſuivant la regle donnée au bas de la page préced. on tracera d'un des angles du trapezoïde, comme de l'angle P à celui de N, qui lui eſt oppoſé, la diagonale P N, qui partagera le trapezoïde M N O P dans les deux triangles P N M & P N O.

L'on viendra d'abord à la connoiſſance de la ſuperficie du triangle P N M, en ſuivant la régle donnée dans le Chapitre précedent page 90. pour l'arpentage des figures triangulaires qui ont un angle obtus ; c'eſt-à-dire, qu'on meſurera la diagonale P N, qu'on trouvera de 6. pieds, 6. pouces, ſelon cet *exemple.*

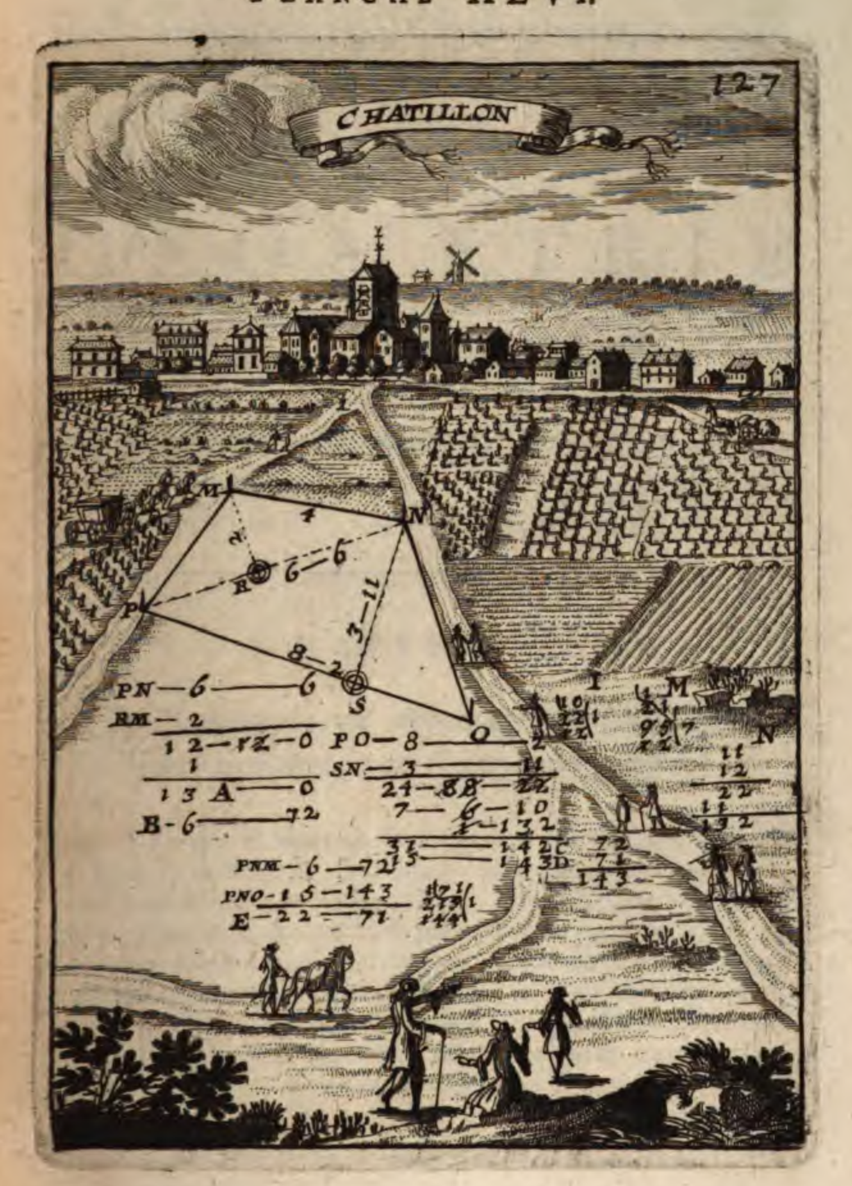
Puis l'on poſera l'équerre d'arpenteur ſur la diagonale P N, en ſorte que par les pinnules d'un de ſes diametres, on découvre les piquets P & N; & par les autres pinnules du ſecond diametre, le piquet M, ce qui arrivera quand l'équerre ſera poſée en R. Enſuite on meſurera la perpendiculaire R M, qu'on trouvera de 2. pieds, alors (ſelon la huitiéme propoſition du I I. Chapitre de ce I I I. Tome page 67.) l'on multipliera la diagonale PN 6. pieds, 6. pouces, par la perpendiculaire R M 2. pieds, afin que de leur produit 13. pieds quarrez, *exemple* A, on prenne (ſelon la regle de l'arpentage des triangles) la moitié 6. pieds quarrez, 72. pouces quarrez pour la ſuperficie du triangle P N M, *exemple* B.

L'on fera de meſme pour le triangle P N O, c'eſt-à-dire qu'aprés avoir meſuré & trouvé le coſté P O long de 8. pieds 2. pouces, on fera couler l'équerre d'arpenteur vis-à-vis l'angle N, pour avoir la perpendiculaire S N, qui ſe trouvera longue de 3. pieds, 11. pouces, ſelon cet exemple, alors (ſelon la neuviéme propoſition du I I. Chapitre de ce III. Tome page 68.) on multipliera le coſté P O 8. pieds, 2. pouces, par la perpendiculaire S N 3. pieds, 11. pouces, pour de leur produit 31. pieds quarrez, 142. pouces quarrez, *exemple* C, prendre la moitié 15. pieds quarrez, 143. pouces quarrez pour la ſuperficie du triangle PNO, *exemple* D.

Alors ſi on ajoûte l'arpentage de ces deux triangles P N M 6. pieds quarrez, 72. pouces quarrez, & P N O 15. pieds quarrez, 143. pouces quarrez, on aura pour la ſuperficie du trapezoïde M N O P. 22. pieds quarrez, & 71. pouces quarrez, *exemple* E.

Si les trapezoïdes étoient incommodez, ou inacceſſibles, on connoiſtra leurs coſtez par les régles de la Trigonometrie, afin de leur faire des figures ſemblables qu'on arpentera ſelon la derniere regle ci-devant donnée.

Planche XLVI.



LA



LA GEOMETRIE PRATIQUE.

LIVRE TROISIE'ME.

CHAPITRE V.

De la Planimetrie, ou Arpentage, qui montre à mesurer la superficie des Figures Multilateres.

AFIN que le Nouveau Geometre soit une fois bien persuadé de la certitude & de la justesse des régles de la Planimetrie, nous l'avertissons, que la négligence de l'étenduë d'unpouce, d'une ligne, d'un point, &c. ne laisse pas de donner quelques pouces ou pieds superficiels de moins ou de plus, comme on le pourra remarquer dans quelques Exemples de ce chapitre. Mais nous dirons aussi que ces Fractions sont si peu de chose à l'égard de l'étenduë des terres, qu'elles n'augmentent, ou ne diminuent pas de beaucoup leur valeur, à moins que ce ne soit des superficies d'un grand prix.

METHODE D'ARPENTER LES PENTAGONES REGULIERS, *& autres figures poligoniques regulieres, dont les costez sont mesurez sans fractions.*

REGLE. On arpente un pentagone régulier, en ajoûtant la valeur de tous ses costez en une somme totale, puis on multiplie cette somme totale par la longueur d'une perpendiculaire qu'on fait tomber du centre du pentagone sur un de ses costez, la moitié du produit est la superficie du pentagone regulier, ce qui se demontre par la 41. proposition du 1. Livre d'Euclide.

Exemple. Une personne de qualité ayant fait tracer dans le milieu d'un Parterre à demi en friche, le pentagone A B C D E, qu'elle veut faire gazonner, demande combien cette figure de cinq costez contiendra de pieds quarrez.

Pour résoudre cette proposition, on mesurera les costez du Pentagone proposé A B C D E, dont la connoissance d'un de ses costez suffit (puisque la figure est supposée réguliere) comme du costé DC trouvé long de 22. pieds, moins quelques pouces: Mais comme ce Gentilhomme ne veut la mesure qu'en pieds, on l'a prise à 22. pieds, ce qui doit donner le produit un peu fort pour les raisons que nous avons dites à la teste de ce chapitre.

Puis on chiffrera cinq fois 22. pieds comme il est marqué en H, (parce que la figure a cinq costez égaux) leur somme totale 110. s'écrira à part. Cela pratiqué,

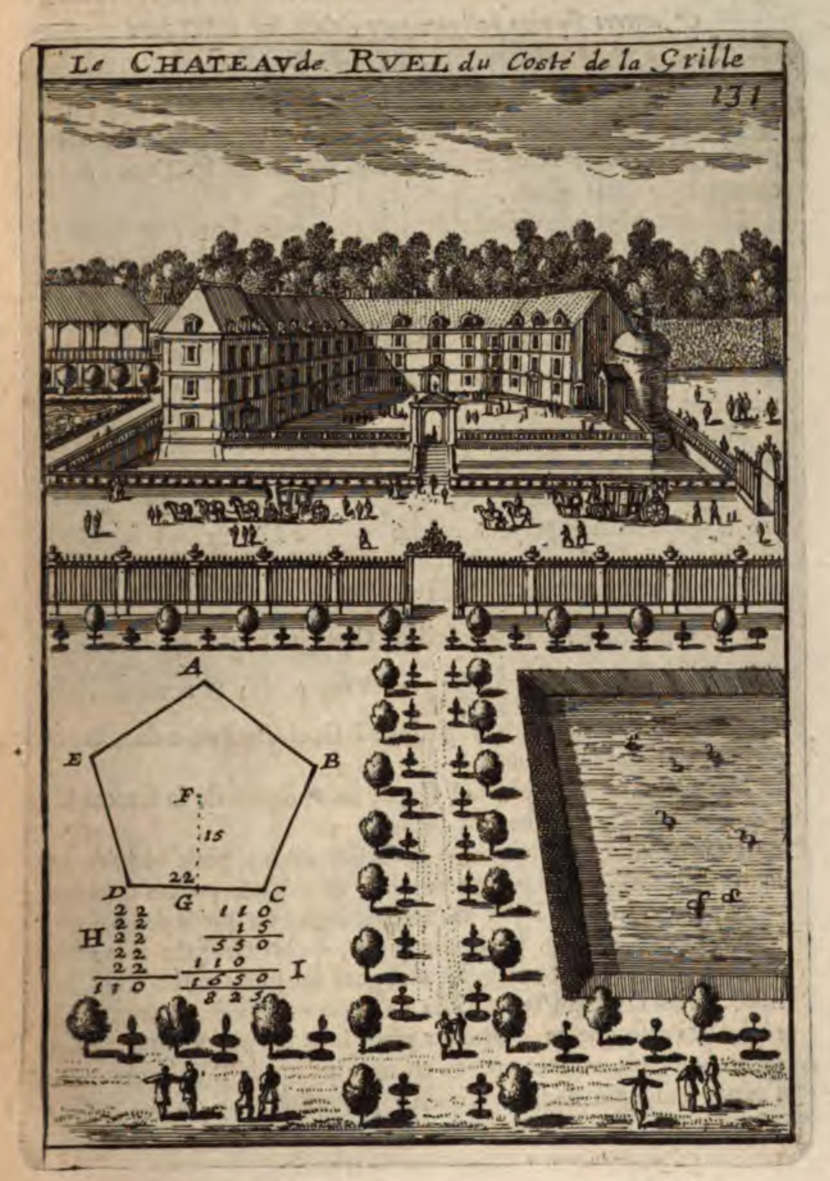
On fera tomber, par le moyen de l'équerre d'arpenteur, du centre F, sur un des costez du pentagone comme sur celui de D C, la perpendiculaire F G trouvée de 15. pieds.

Puis en suivant la régle cy-dessus donnée, on multipliera la somme totale des costez 110. par la perpendiculaire F G 15. le produit sera de 1650. pieds quarrez, *Exemple* I, dont la moitié donnera pour la superficie du pentagone proposé A B C D E 825. pieds quarrez un peu fort, à cause que le costé D C a été mesuré comme étant de 22. pieds.

AVERTISSEMENT.

On observera que pour arpenter les exagones, eptagones, octogones, & generalement toutes les figures régulieres de plus de quatre ou cinq costez, il n'y a qu'à suivre la régle donnée à la teste de cette page.

PLANCHE XLVII.



METHODE D'ARPENTER LES PENTAGONES REGULIERS, *& autres figures poligoniques, dont les costez sont mesurez avec fractions.*

EXEMPLE. Soit à arpenter le Pentagone régulier A B C D E, de la page précedente, dont les costez ont été mesurez sans fractions, & qui étant mesurez icy avec leurs fractions, sont chacun long de 21. pieds, 9. pouces, 6. lignes.

En suivant la régle donnée dans la page précedente, on chiffrera en H cinq fois les 21. pieds, 9. pouces & 6. lignes du costé D C, dont l'addition donnera pour somme totale 108. pieds, 11. pouces, 6. lignes.

Ensuite on fera tomber, par le moyen de l'équerre d'arpenteur, du centre F, sur le costé D C, la perpendiculaire F G trouvée de 15. pieds. Cela connu.

Multipliez (selon la dixiéme proposition du second chapitre de ce troisiéme livre, donnée dans la page 70.) les 108. pieds de la somme des costez marqué K, K 108 11 6
par les 15. pieds de la perpendiculaire F G 15

qui produiront les deux sommes $\left\{ \begin{matrix} 540 \\ 108 \end{matrix} \right\}$ pieds quar.

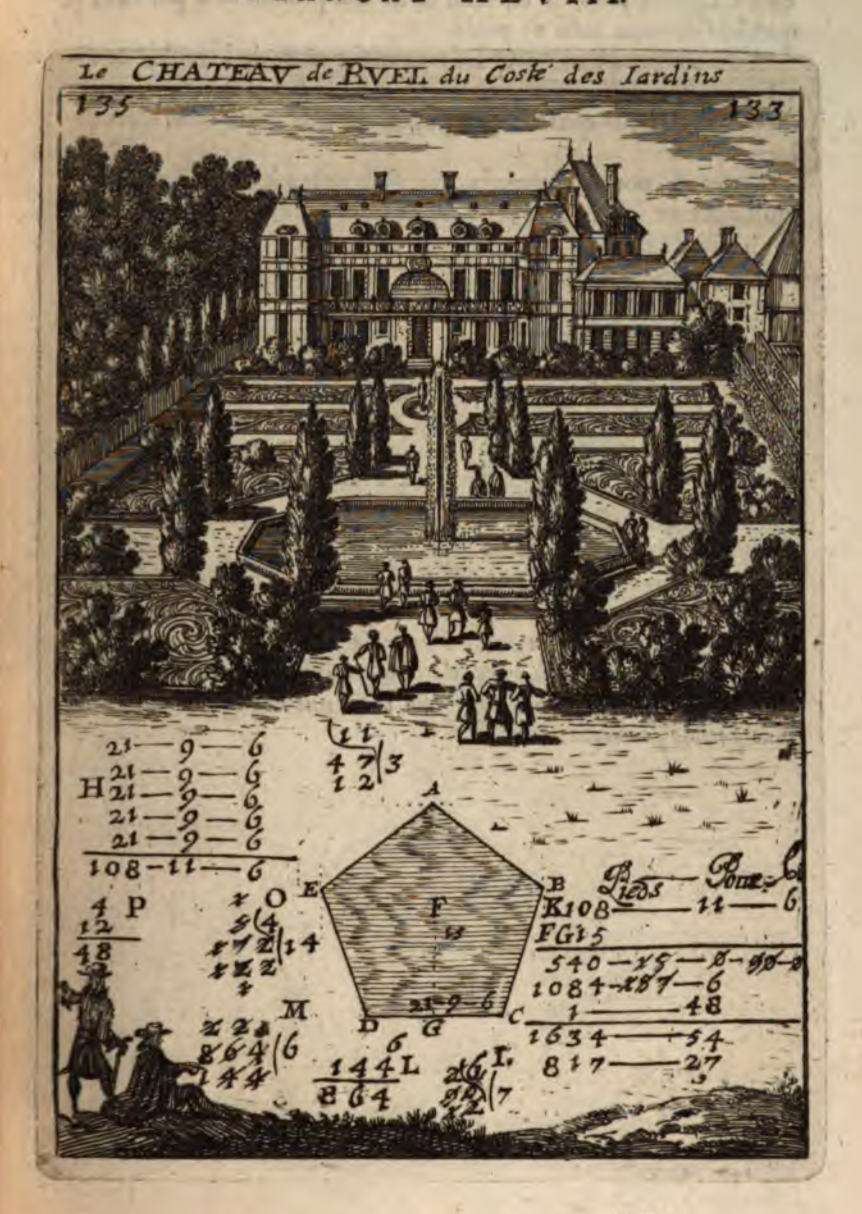
Puis multipliez les 15. pieds de F G par les 11. pouces de la somme K, qui produira $\left\{ \begin{matrix} 15 \\ 15 \end{matrix} \right\}$ pouces sur pieds, & comme il n'y a point de pouces aprés les 15. pieds de F G, chiffrez un o dans la régle à la colonne des pouces.

Multipliez les 15. pieds de F G par les 6. lignes de la somme K, qui produiront 90. lignes sur pieds.

Alors (selon la proposition cy-dessus citée) pour réduire les lignes sur pieds, & les pouces sur pieds en pieds & pouces quarrez.

Divisez à part en I par 12. les 90. lignes sur pieds de la régle, le quotient donnera 7. pouces sur pieds, qu'on chiffrera à la régle dans leur colonne; & pour les 6. lignes sur pieds restées à la division. I, on chiffrera un 6. à la colonne des pieds quarrez de la régle (à cause que 12. lignes sur pieds font 12. pouces quarrez) ce qu'on pourroit trouver encore en multipliant en L (comme nous l'avons enseigné dans la dixiéme proposition cy-dessus citée)

PLANCHE XLVIII.



les *6*. lignes ſur pieds par 144. (nombre des lignes quarrées que vaut 1. ligne ſurpied) & diviſant en M leur produit 864 par 144, le quotient donnera auſſi *6*. pieds.

Additionnez à part en O les pouces ſur pieds de la regle, & diviſez par 12. leur ſomme totale 172. pouces ſur pieds, le quotient donnera 14. pieds quarrez qu'on chiffrera à la regle dans leurs colonnes.

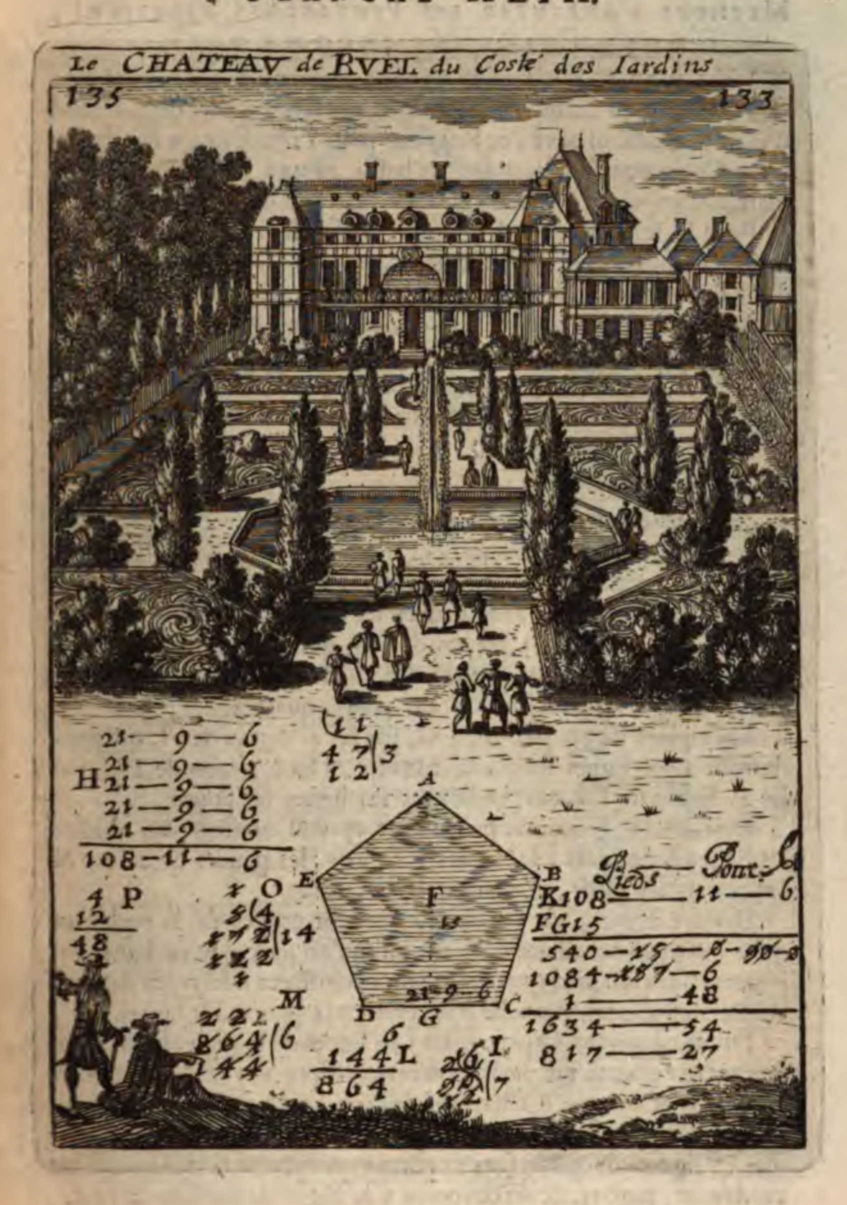
Et les 4. pouces ſur pieds, qui ſont reſtez à la diviſion O, ſe multiplieront à part en P, par 12. & leur produit 48. pieds quarrez ſe chiffrera à la régle dans leurs colonnes, ayant eu ſoin de trancher à la régle les lignes, & les pouces ſur pieds, puiſqu'on les a réduit en d'autres eſpeces. Cela pratiqué,

Faites l'addition des pouces, & pieds quarrez de la régle qui ſera de 1634. pieds quarrez & 54. pouces quarrez, dont la moitié donnera 817. pieds quarrez, & 27. pouces quarrez pour la juſte ſuperficie du pentagone propoſé A B C D E.

AVERTISSEMENT.

Comme les coſtez de ce pentagone ont été meſurez avec leurs fractions, la ſuperficie en eſt auſſi venuë juſte, & par conſequent moins forte que celle du pentagone donné cy-devant dans la page 130. duquel les coſtez ayant été meſurez comme s'ils n'avoient point de fractions, on a trouvé pour ſa ſuperficie 7. pieds quarrez & 117. pouces quarrez de plus qu'il ne falloit, ce qui fait connoiſtre les erreurs où s'engagent ceux qui négligent meſme les plus petites fractions.

PLANCHE XLIX.



METHODE D'ARPENTER LES PENTAGONES REGULIERS, DONT L'AIRE EST INCOMMODE'E.

EXEMPLE. Un Jardinier ayant rapporté à ſon Seigneur, que l'eau du baſſin A B C D E ſe perdoit à cauſe que le fond n'étoit ni glaiſſé ni pavé, ce Seigneur pour y remedier, a fait écrire à ſon Concierge de faire viſiter ce baſſin par un Paveur, & de luy mander combien il a de pieds en ſuperficie ſans qu'on le deſſeche.

Pour le ſçavoir, on enfermera ce baſſin dans un quarré par le moyen d'une équerre d'arpenteur, comme dans le rectangle FGHI, dont l'on trouvera le coſté F G, long de 35. pieds, 3. pouces, & le coſté F I, de 33. pieds 6. pouces, & 4. lignes.

Alors pour connoiſtre la ſuperficie de ce rectangle, multipliez (ſelon la régle de l'arpentage des rectangles donnée cy-devant, page 110. & ſelon l'onziéme propoſition donnée cy-devant, page 72.)

les 35. pieds de F G,	F G	35	pieds	3	0
par les 33. pieds de F I,	F I	33	pieds	6	4
(à cauſe que ces deux coſtez forment l'angle droit I F G) qui produiront		105 105	pieds quar.		

Puis multipliez en croix les 35. pieds de F G, par les 6. pouces de FI, qui produiront 210. pouces ſur pieds : multipliez auſſi les 33. pieds de F I, par les 3. pouces de F G, qui produiront encore 99. pouces ſur pieds, & multipliez les 3. pouces de F G, par les 6. pouces de F I, qui produiront 18. pouces quarrez.

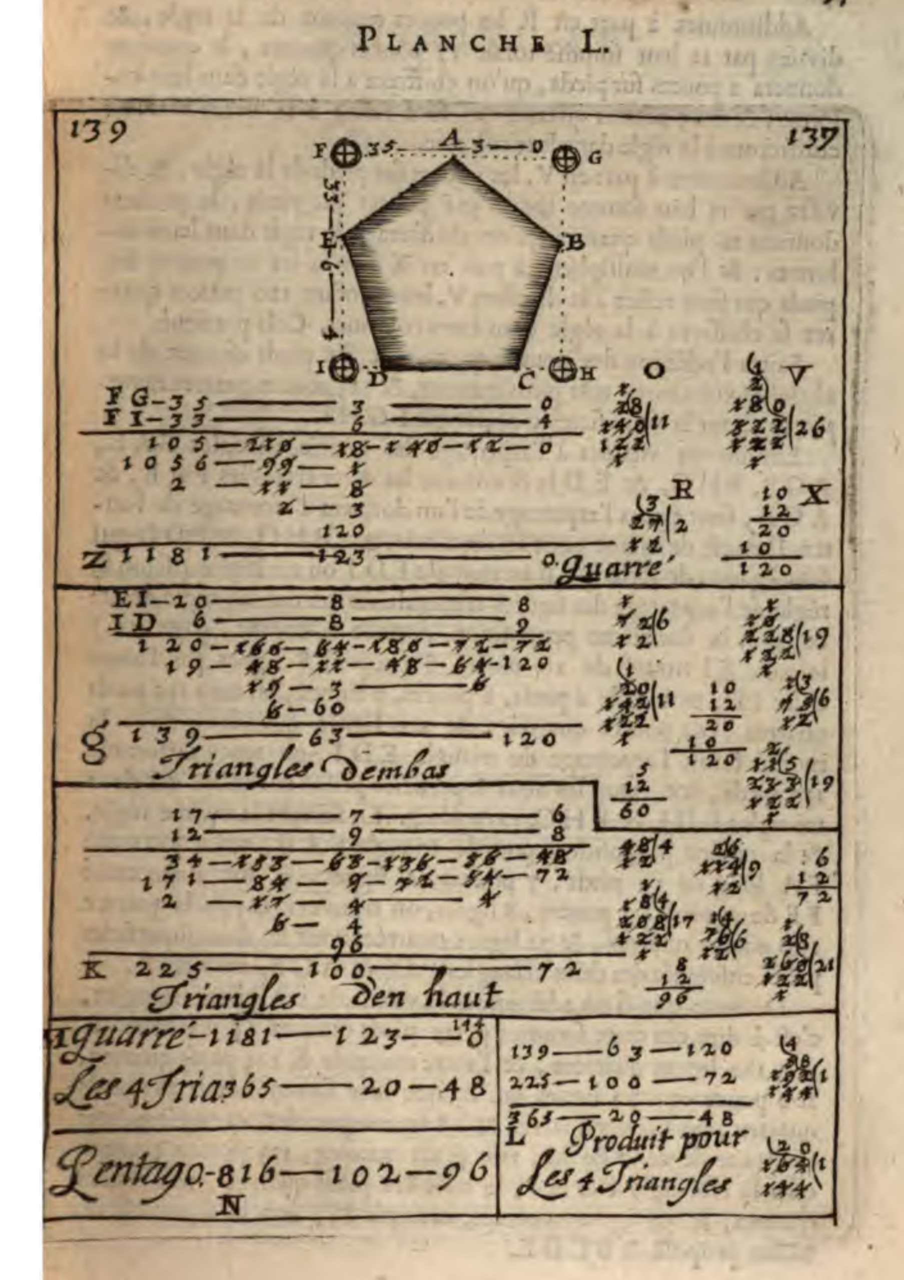
Multipliez les 35. pieds de F G, par les 4. lignes de FI, qui produiront 140. lignes ſur pieds. Multipliez les 3. pouces de F G, par les 4. lignes de F I, qui produiront 12. lignes ſur pouces.

Alors (ſelon l'onziéme propoſition cy-deſſus citée) pour réduire les lignes ſur pouces, les lignes ſur pieds, les pouces quarrez, & les pouces ſur pieds, en pieds quarrez, &c.

Diviſez à part, par 12. les 12 lignes ſur pouces de la regle, ce qu'il n'eſt pas neceſſaire de faire, puiſqu'on ſçait que 12 lignes ſur pouces, font un pied quarré lequel on chiffrera à la régle dans ſa colonne aprés avoir tranché à la régle les 12 pouces ſur lignes.

Diviſez à part en O par 12, les 140 lignes de la régle, le quotient donnera 11 pouces ſur pieds, qu'on chiffrera à la régle dans leurs colonnes, & comme il eſt reſté à la diviſion O, 8 lignes ſur pieds, on les chiffrera à la régle à la colonne des pouces quarrez, à cauſe que 12 lignes ſur pieds font 12 pouces quarrez ainſi qu'il a été dit cy-devant, page 55. & on couppera à la régle les chiffres de 140.

PLANCHE L.


139
137
A
B
C
D
E
F
G
H
I
O
V
R
X
Z 1181 — 123 — 0
Quarre'
EI — 20 — 8 — 8
ID 6 — 8 — 9
139 — 63 — 120
Triangles d'embas
K 225 — 100 — 72
Triangles d'en haut
Quarre' — 1181 — 123 — 0
Les 4 Tria 365 — 20 — 48
Pentago. 816 — 102 — 96
N
139 — 63 — 120
225 — 100 — 72
365 — 20 — 48
L
Produit pour
Les 4 Triangles

Additionnez à part en R les pouces quarrez de la regle, & divisez par 12 leur somme totale 27 pouces quarrez, le quotient donnera 2 pouces sur pieds, qu'on chiffrera a la régle dans leur colonne; & les 3 pouces quarrez qui sont restez à la division R se chiffreront à la régle dans leur colonne.

Additionnez à part en V, les pouces sur pieds de la régle, & divisez par 12 leur somme totale 322 pouces sur pieds, le quotient donnera 26 pieds quarrez qu'on chiffrera à la régle dans leurs colonnes: & l'on multipliera à part en X par 12 les 10 pouces sur pieds qui sont restez à la division V, leur produit 120 pouces quarrez se chiffrera à la régle dans leurs colonnes. Cela pratiqué.

Faites l'addition des pouces quarrez & des pieds quarrez de la régle, & vous aurez 1181 pieds quarrez, & 123 pouces quarrez *exemple* Z, pour la superficie du rectangle F G H I.

Ensuite on viendra à l'arpentage des quatre triangles F A E, A G B, B H C, & E D I; & comme les deux triangles F A E, & A G B, sont égaux l'arpentage de l'un donnera l'arpentage de l'autre. Il en est de même pour les deux triangles B H C, & E D I, qui sont égaux; de sorte que si au triangle E D I on multiplie (selon la régle de l'arpentage des figures triangulaires qui ont un angle droit: & selon la douziéme proposition donnée ci-devant, page 74.) le costé E I trouvé de 20 pieds, 8 pouces, 8 lignes par l'autre costé I D, trouvé de 6 pieds, 8 pouces, 9 lignes, on aura 139 pieds quarrez, 63 pouces quarrez, & 120 lignes quarrées, dont la moitié feroit l'arpentage du triangle E D I, ou toute la somme 139 pieds, &c. pour les deux superficies prises ensemble des deux triangles E D I, & B H C, *exemple* g. En suivant la mesme régle, & la mesme proposition pour le triangle F A E, qui a son costé F A long de 17 pieds, 7 pouces, 6 lignes, & son autre costé F E de 12 pieds, 9 pouces, 8 lignes, on trouvera 225 pieds quarrez 100 pouces quarrez, & 72 lignes quarrées pour les deux superficies prises ensemble des deux triangles FAE & A G B, *exemple* K.

De sorte qne si on additionne la valeur de ces quatre triangles, c'est-à-dire des deux sommes g 139 pieds quarrez 63 pouces quarrez, 120 lignes quarrées, & l'autre marquée K 225 pieds quarrez, 100 pouces qu. 72 lignes qu. & que leur somme totale 365 pieds quarrez, 20 pouces quarrez & 48 lignes quarrées, *exemple* L, soit soustraite de celle de M, 1181 pieds quarrez, 123 pouces quarrez qu'a le rectangle F G H I, le reste 816 pieds quarrez, 102 pouces quarrez, & 96 lignes quarreés, *exemple* N, sera la superficie du bassin proposé A B C D E.

Planche LI.


139
137
F
A
G
E
B
I
D
C
H
O
V
R
X
FG-35
FI-33
Z 1181 — 123 — 0 Quarré
EI-20
ID 6
139 — 63 — 120
Triangles d'embas
K 225 — 100 — 72
Triangles d'en haut
Quarré-1181 — 123 — 0
Les 4 Tria 365 — 20 — 48
139 — 63 — 120
225 — 100 — 72
365 — 20 — 48
L
Produit pour
Les 4 Triangles
Pentago-816 — 102 — 96
N

METHODE D'ARPENTER LES PENTAGONES REGULIERS, *qui sont inaccessibles.*

EXEMPLE. Soit à arpenter le pentagone régulier & inaccessible ABCDE, (que nous avons representé dans cette estampe en perpective cavaliere) il faut d'abord connoistre un de ses costez par les régles de la trigonometrie des distances innaccessibles, comme le marqué DC, en se postant où l'on voudra comme aux deux stations F & G, & l'on trouvera que ce costé DC (selon cet exemple) est long de 21 pieds 9 pouces 6 lignes.

Puis pour connoistre un des angles du centre de ce pentagone inaccessible, on divisera (ainsi qu'il a été enseigné cy-devant dans la page 20.) 360. par 5. à cause que cette figure a cinq costez, & viendra au quotient 72. pour chaque angle du centre du pentagone *exemple* R, & pour avoir l'angle du poligone on soustraira ces 72. de 180. leur reste 108. marqué en S, sera un angle du poligone comme celuy de EDC de la figure inaccessible. Cela observé,

En suivant l'Exemple du chapitre VII. du premier livre de cet ouvrage, page 212. on formera par le moyen du costé DC trouvé de 21. pieds, 9. pouces, 6. lignes, & de l'angle du poligone EDC trouvé de 108. degrez d'ouverture, un pentagone semblable à l'inaccessible ABCDE, en traçant où l'on voudra, & à l'infini la ligne NT qu'on limitera de N en M, par 21. pieds, 9. pouces, & 6. lignes prises sur l'échelle I (divisée en 30. pieds) pour égaler le costé DC du pentagone inaccessible ABCDE.

Puis au point M, & sur la ligne NM on formera avec le rapporteur H l'angle du poligone NMV de 108 degrez d'ouverture pour tracer la droite MV, qu'on limitera de M en L par 21. pieds, 9. pouces, 6. lignes de l'échelle I, & continuant ainsi de suite à tirer les cinq lignes, & à former cinq angles de poligone, on construira le pentagone artificiel KLMNO. pour de son centre P faire descendre sur le costé NM, la perpendiculaire PQ, qui mesurée sur l'échelle I, se trouvera longue selon cet exemple de 15. pieds.

Enfin si on additionne cinq fois la valeur du costé NM 21. pieds, 9. pouces, 6. lignes, on aura pour la somme totale des cinq costez du pentagone artificiel KLMNO, 108. pieds, 11. pouces, 6. lignes chiffrées au-dessus de PQ (vers V.) qu'on multipliera par la perpendiculaire PQ, 15. pieds, viendra au produit 1634. pieds, 54. pouces quar. dont la moitié 817. pieds quar. & 27. pouces quar. sera la superficie du pentagone KLMNO, ou de son semblable ABCDE.

Planche LII.


L'ESTANG au dessus de la GROTTE de RVEL
141
F
G
V.PQ15
180
72 S
EDC-108
O
P
L
M
H
N
Q
T
21-9-6
1634
817
864
4P
12
48

METHODE D'ARPENTER LES EXAGONES IRREGULIERS.

REGLE. On plantera des piquets à tous les angles de l'exagone irregulier, qu'on veut arpenter, puis on plantera encore un piquet vers le centre de cette figure, afin de tendre des cordeaux de ce piquet à tous les autres piquets, par ce moyen l'exagone irregulier sera divisé en plusieurs triangles, qu'on arpentera chacun en particulier afin de joindre la superficie de tous ces triangles en une somme totale, qui sera l'arpentage de l'exagone irregulier.

Exemple. Le Seigneur d'un lieu, pour rendre son jardin d'une plus grande étenduë, veut acheter d'un particulier une piece de terre, comme la marquée A B C D E F, qui est un exagone irregulier, à raison de livres la toise quarrée.

En suivant la régle cy-dessus donnée, on plantera des piquets à tous les angles de l'exagone irregulier A B C D E F, sans oublier d'en mettre un vers son milieu comme au point G.

Puis de ce piquet G on tendra des cordeaux à tous les piquets des angles, ou l'on beschera le long comme sont les traits G A, G B, &c. ou bien on les marquera sur un memorial, de sorte qu'ils diviseront le terrain de la figure en plusieurs triangles de differentes grandeur, sçavoir dans le triangle A G F, qui a sa base F G de 13. toises, & sa perpendiculaire A H, de 6. toises 3. pieds, de sorte que pour avoir la superficie de ce triangle.

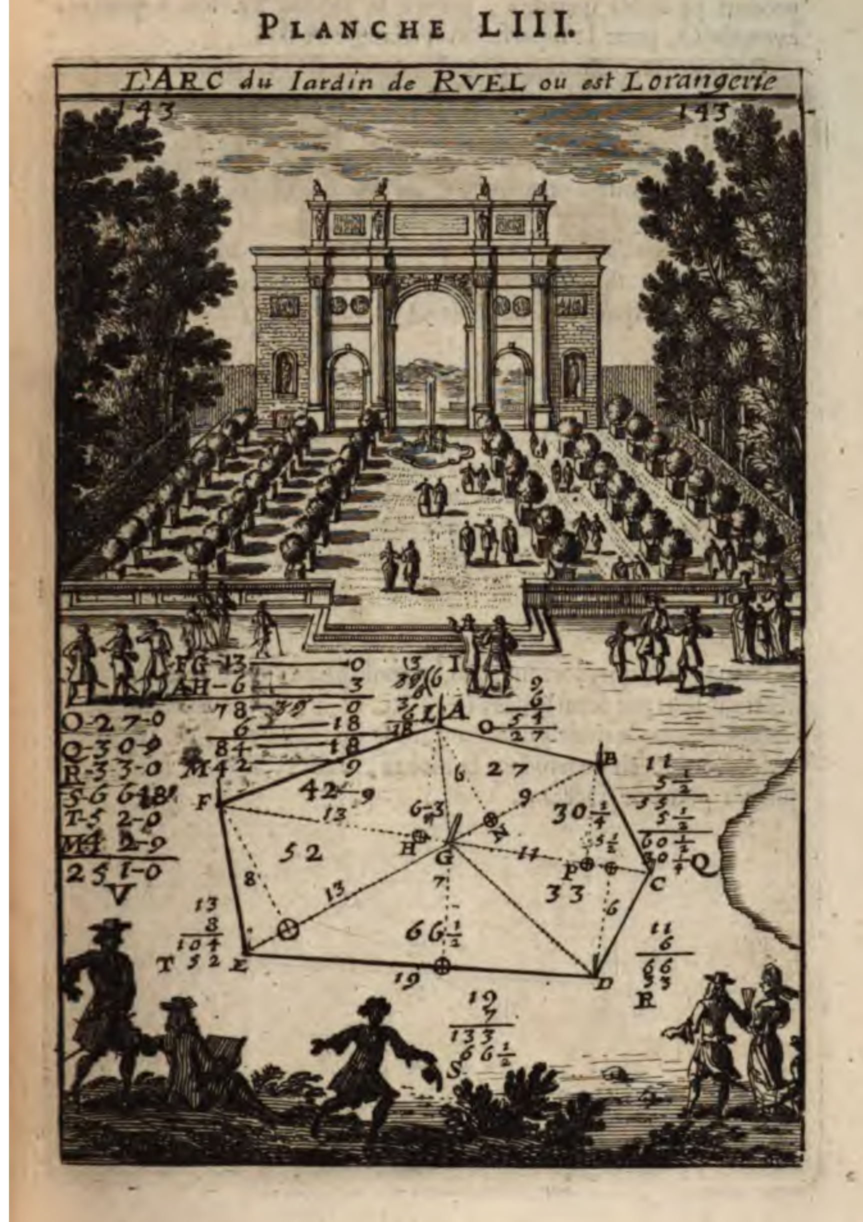
Multipliez (selon l'arpentage des figures triangulaires donné dans le troisiéme chapitre de ce troisiéme livre, & selon la seconde proposition du second chapitre aussi de ce troisiéme livre) les 13. toises de FG par les 6. toises de AH, qui produiront 78. toises quarrées. Multipliez encore les 13. toises de F G par les 3. pieds de AH qui produiront 39. pieds sur toises. Alors selon la proposition que nous avons citée, pour reduire ces 39 pieds sur toises en toises quarrées

Divisez-les à part en I par 6. le quotient donnera 6. toises quarrées qu'on chiffrera à la régle dans leur colonne ; & les 3. pieds sur toises qui sont restez à la division I, se reduiront en pieds quarrez en les multipliant à part en L par 6. qui produiront 18. pieds quarrez qu'on chiffrera à la regle dans leurs colonnes.

Faites l'addition des pieds quarrez, & des toises quarrées, qui sera de 84. toises quarrées, 18. pieds quarrez, dont vous prendrez la moitié 42. toises quarrées & 9. pieds quarrez *exemple* M. pour l'arpentage du triangle A G F.

Ensuite pour avoir la superficie du triangle A B G, multipliez sa base G B 9. toises par sa perpendiculaire A N 6. toises, & de leur

PLANCHE LIII.



produit 54 toiſes quarrées, prenez la moitié 27. toiſes quarrées *exemple* O, pour la ſuperficie du triangle A B G.

Puis pour avoir la ſuperficie du triangle B C G, dont la baſe GC eſt de 11. toiſes, & la perpendiculaire B P de 5. toiſes $\frac{1}{2}$: il faut multiplier les 11. toiſes de G C par les 5. toiſes de B P, qui produiront 55. toiſes quarrées; & comme la perpendiculaire B P a 5. toiſes & une demie toiſe, on demandera la moitié des 11. toiſes de G C, qui ſont 5. toiſes $\frac{1}{2}$.

Alors faites l'addition de cette régle, & vous aurez 60. toiſes quarrées $\frac{1}{2}$ ou 18. pieds quarrez, dont la moitié 30. toiſes quarrées $\frac{1}{4}$ ou 9. pieds quarrez, *exemple* Q, ſera la ſuperficie du triangle B C G.

En ſuivant la meſme pratique, on trouvera pour le triangle GCD 33. toiſes quarrées, *exemple* R.

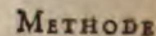
Pour le triangle G D E 66. toiſes quarrées $\frac{1}{2}$ *exemple* S.

Enfin pour celui de FGE 52. toiſes quarrées, *exemple* T.

De ſorte qu'en ſuivant la régle de la page précedente, ſi on ajoûte la valeur de tous ces cinq triangles, leur ſomme totale 251. toiſes quarrées, *exemple* V, ſera l'arpentage de la piéce de terre A B C D E F, ce qu'il falloit trouver.

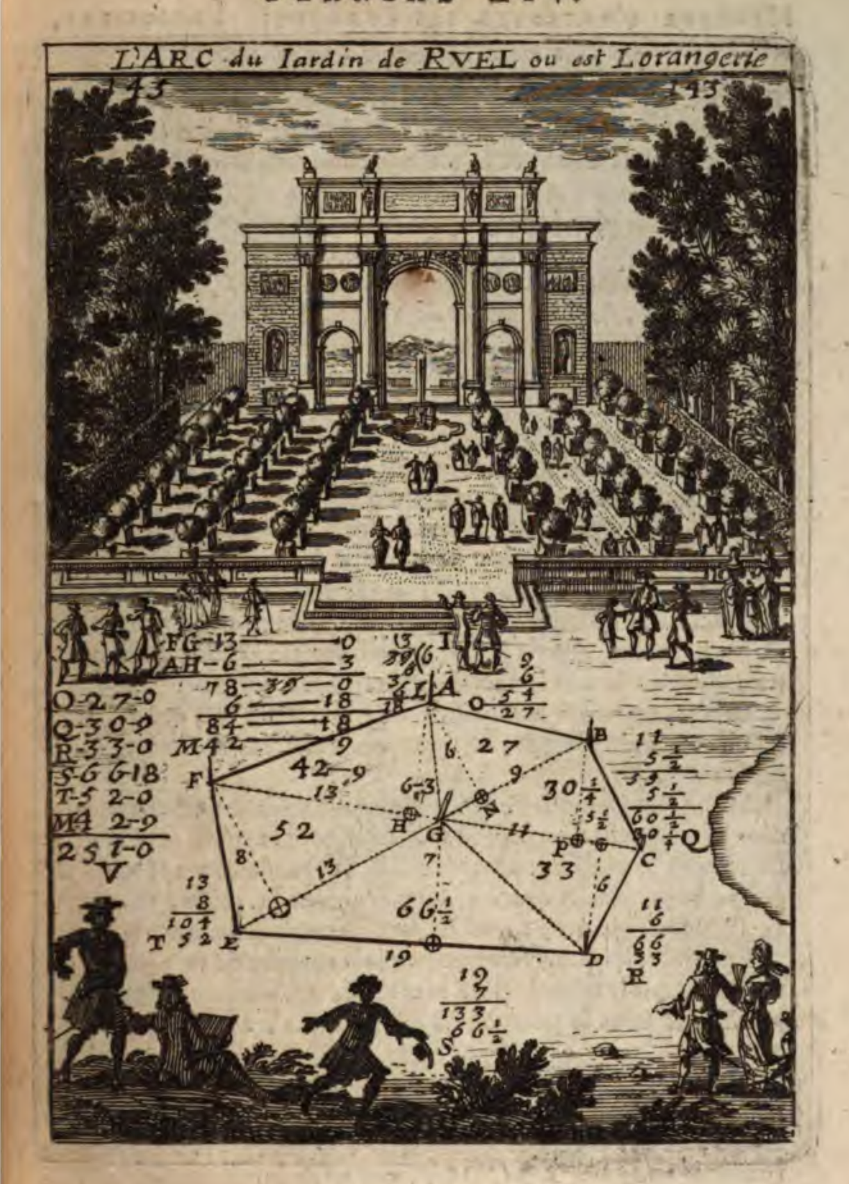
Avertiſſement ſur l'Arithmetique.

Remarquez que, lorſque dans les multiplications des toiſes, leurs fractions ſont par demi toiſes, tiers, &c. & qu'il n'y a que la ſomme ſuperieure, ou le multiplicateur qui ait des fractions, on fait cette multiplication en demandant la moitié, le tiers, &c. de la ſomme qui n'a point de fractions.



METHODE

PLANCHE LIV.



METHODE D'ARPENTER LES EXAGONES IRREGULIERS, *qui sont embarassez vers leur milieu.*

EXEMPLE. On veut arpenter, ou connoiſtre la ſuperficie de l'Exagone irregulier A B C D E F, dont ſon côté E D eſt ſupposé long de 19. toiſes, & le milieu de ſon terrain incommodé par l'Etang G.

Aprés avoir planté des Piquets à tous les angles de cette figure A B C D E F, on marquera des traits, ou l'on tendra des cordeaux du piquet F, à celui de B ; de celui de B au piquet D ; & de celui de D à celui de F, de ſorte que tous ces cordeaux diviſeront l'Exagone irregulier A B C D E F, en quatre Triangles. Cela fait.

Pour avoir la Superficie du Triangle A B F, qui a ſa baſe F B de 21. toiſes, & ſa perpendiculaire A H de 3. toiſes $\frac{1}{2}$.

Multipliez (ſelon l'arpentage des Figures triangulaires, données dans le troiſiéme chapitre de ce troiſiéme livre) les 21. toiſes de F B, par les 3. toiſes de AH, qui produiront 63. toiſes quarrées : & comme la perpendiculaire A H a trois toiſes & une demie toiſe, on demandera donc par la demie toiſe la moitié des 21. toiſes de F B, qui donneront 10. toiſes quarrées $\frac{1}{2}$, ou 18. pieds quarrez.

Alors faites l'addition de cette regle, & vous aurez 73. toiſ. & 18. pieds quarrez, dont la moitié 36. toiſes quarrées & 27. pieds quarrez, *exemple* I, ſera la ſuperficie du triangle A B F.

Enſuite pour avoir la ſuperficie du triangle B C D, qui a ſa baſe BD de 11. toiſes 2. pieds, & ſa perpendiculaire CK de 2. toiſes 3. pieds 10. pouces.

Multipliez (ſelon la cinquiéme propoſition du ſecond chapitre de ce 3. livre donnée dans la page 62.) les 11. toiſes 2. pieds de BD, par les 2. toiſes 3. pieds 10. pouces de CK, qui produiront 29. toiſes 32. pieds, & 96. pouces quarrez, dont la moitié 14. toiſes, 34. pieds, & 48. pouces quarrez, *exem.* L, ſera la ſuperficie du triangle BCD.

En ſuivant les propoſitions du ſecond chapitre de ce 3. livre, on trouvera pour le triangle BDF 120. toiſes, 27. pieds quarrez, *exemple* M : & pour le triangle F D E 78. toiſes, 21. pieds quarrez, *exemple* N.

De ſorte que ſi on ajoûte les valeurs de ces quatre triangles marquées en I, L, M, & N : leur ſomme totale 251. toiſes quarrées 1. pied, & 48. pouces quarrez ſera le contenu, ou la ſuperficie de l'exagone irregulier A B C D E F, qui eſt de la meſme capacité que celuy de l'exemple précedent : le côté ED, qui ſert d'échelle étant auſſi ſuppoſé long de 19. toiſes.

PLANCHE LV.


La GROTTE de Rocaille du Iardin de RVEL
147
FB-2 1
AH-3
A
B
C
D
E
F
G
H
K
I
L
M
N
36 -27
120-27
78-21
19
251-1-48

METHODE D'ARPENTER LES EXAGONES IRREGULIERS, *dont l'aire est incommodée.*

REGLE. Cette propoſition d'arpenter les exagones irreguliers, dont l'aire eſt incommodée, ſe reſoudra preſque de meſme qu'il a été enſeigné dans les pages précedentes, pour arpenter les pentagones reguliers, dont l'aire eſt auſſi incommodée; c'eſt à dire qu'on inſcrita l'exagone irregulier dans un quarré, dont les coſtez toucheront preſque tous les angles de l'exagone irregulier, ſans oublier de tendre des cordeaux des angles, qui ne touchent point le quarré aux angles relatifs du quarré, ou qui ſont vis-à-vis : ce qui formera pluſieurs triangles artificiels, dont l'arpentage étant ſouſtrait de toute la ſuperficie du quarré artificiel, le reſte ſera le contenu de l'Exagone irregulier dans lequel on ne peut entrer.

Exemple. On veut arpenter le Marais A B C D E F, qui eſt un exagone irregulier dans lequel on ne peut marcher, à cauſe qu'il eſt couvert d'eau.

On enfermera par le moyen de l'Equerre d'Arpenteur ce marais A B C D E F, dans le quarré long ou Rectangle H I K G, duquel on trouvera le grand côté G K long. de 24. toiſes, & le petit côté H G de 13. toiſes, 17. pouces.

Alors pour connoiſtre la ſuperficie de ce rectangle H I K G, multipliez (ſelon la Regle de l'arpentage des rectangles expliquée dans le chapitre précedent; & ſelon la quatriéme propoſition du ſecond chapitre de ce troiſiéme livre, donnée dans la page 60.)

les 24. toiſes de G K	GK	24 toiſes.		
par les 13. toiſes de H G	HG	13	0	17

(à cauſe que ces deux côtez forment l'angle droit H G K) qui produiront { 27 / 24 } toiſes quar.

Puis multipliez les 24. toiſes de G K, par les pieds de HG, mais comme il n'en a point, chiffrez donc un 0 à la place; & multipliez les 24. toiſes de G K par les 17. pouces de HG, qui produiront les deux ſommes preſentes, { 168 / 24 } pouces ſur toiſes.

Alors (ſelon la propoſition cy-deſſus citée) pour reduire les pouces ſur toiſes en toiſes quarrées, additionnez-les à part en L, & diviſez leur ſomme 408. pouces ſur toiſes par 12. le quotient donnera 34. pieds ſur toiſes qu'on chiffrera dans la Regle à leur place, &

PLANCHE LVI.


La VIEILLE GROTTE de RVEL
HAF
AIB
FEG
ICB
CKD
HAF 33 — 0 — 0
AIB — 9 — 27 — 0
ICB — 7 — 22 — 140
CKD — 9 — 0 — 0
FEG — 7 — 8 — 72

qu'on diviſera à part en M, par 6. Le quotient donnera 5. toiſes quarrées qu'on chiffrera à la regle dans leur colonne : & l'on multipliera à part en N, par 6. les 4. pouces ſur toiſes qui ſont reſtez à la diviſion M, leur produit ſera 24. pieds quarrez, qu'on chiffrera à la regle dans leurs colonnes, & l'on coupera à la regle les chiffres des pouces ſur toiſes & des pieds ſur toiſes. Cela pratiqué,

Faites l'addition des pieds quarrez, & des toiſes quarrées de la regle, & vous aurez 317. toiſes quarrées, & 24. pieds quarrez, *exemple* O, pour la ſuperficie du rectangle H I K G.

Puis on viendra à l'arpentage des cinq triangles H A F, A I B, I C B, C K D, & F E G, & premierement du triangle rectangle H A F, en multipliant (ſelon l'arpentage des figures triangulaires données dans le troiſiéme chapitre de ce troiſiéme livre) le coſté H A 11. toiſes par H F, 6. toiſes, afin de prendre de leur produit 66. toiſes quarrées, la moitié 33. toiſes quarrées, *exemple* P, pour la ſuperficie du triangle H A F.

Enſuite vous aurez la ſuperficie du triangle A I B, en multipliant (ſelon la ſeconde propoſition donnée cy-devant dans la page 56.) les 13. toiſes de AI, par 1. toiſe 3. pieds, longueur de la perpendiculaire QR. cette toiſe produira 13. toiſes quarrées : Et multipliez encore les 13. toiſes de A I par les 3. pieds de QR, qui produiront 39. pieds ſur toiſes, qu'on chiffrera à la regle dans leurs colonnes : & l'on diviſera à part en S par 6. ces 39. pieds ſur toiſes, le quotient donnera 6. toiſes quarrées, qu'on chiffrera à la regle dans leur colonne : & les 3. pieds ſur toiſes qui ſont reſtez à la diviſion S, eſtant multipliez à part en T, produiront 18. pieds quarrez, qu'on chiffrera à la regle dans leurs colonnes ; ayant eu ſoin de trancher à la regle les 39. pieds ſur toiſes.

Faites l'addition des pieds quarrez, & des toiſes quarrées de cette regle, & vous aurez 19. toiſes, 18. pieds quarrez, dont la moitié 9. toiſes & 27. pieds quarrez, *exemple* V, ſera la ſuperficie du triangle A I B. En ſuivant les propoſitions du ſecond chapitre de ce 3. livre, on trouvera pour le triangle IC B 7. toiſes, 22. pieds, & 140. pouces quarrez, *exemple* X. Pour le triangle G KD, 9. toiſes quarrées, *exemple* Y ; & enfin pour le triangle F E G, 7. toiſes, 8. pieds & 72. pouces quarrez, *exemple* Z.

Alors ſi on additionne la valeur de ces cinq triangles, & que leur ſomme totale 66. toiſes, 22. pieds & 68. pouces quarrez, *exemple* a, ſoit ſouſtraite de celle de O 317. toiſes & 24. pieds quarrez du rectangle H I K G, le reſte 251. toiſes, 1. pied & 71. pouces quarrez ſera la ſuperficie du marais A B C D E F.

Planche LVII.



METHODE D'ARPENTER LES EXAGONES IRREGULIERS, *qui sont inaccessibles.*

REGLE. Puisque l'on ne peut mesurer actuellement à la main les costez d'une figure, quand elle est inaccessible, il faudra donc pour avoir l'arpentage d'une figure irreguliere & inaccessible, lever son plan par le moyen de quelque instrument, ainsi qu'il a été enseigné dans le II. tome de cette Geometrie pratique par le Demicercle, le Compas de proportion, la Planchette, &c. afin qu'en venant à la connoissance de la superficie de ce plan, on ait l'arpentage de la figure proposée.

Exemple. On veut arpenter l'exagone irregulier A B C D E F. qui est inaccessible, à cause de l'eau qui l'environne, & qui empesche qu'on n'en puisse approcher.

On aura recours à quelque instrument (ainsi que nous avons dit cy-dessus) pour en lever le plan, comme par la planchette marqué X, que nous avons expliquée dans le huitiéme chapitre du second livre de cette Géometrie Pratique, page 198. afin qu'en trouvant en petit sur la feüille de papier de la planchette le plan A B C D E F semblable à l'exagone inaccessible du terrain, on ait la connoissance de la superficie de cette petite figure, qui donnera l'arpentage de l'exagone irregulier & inaccessible: De sorte que si cét exagone inaccessible avoit son costé E D long de 19. toises, comme il est supposé dans cét exemple, son plan artificiel de dessus la planchette montreroit que son arpentage seroit de 251. toises quarrées.

OBSERVATION.

Les exemples que nous venons de donner dans ce chapitre, pour l'arpentage des pentagones, & des exagones tant accessibles, qu'inaccessibles, reguliers, ou irreguliers, serviront de regles pour arpenter generalement toutes sortes de figures multilateres rectilignes de telle grandeur & figure qu'elles puissent estre: & mesme en suivant les regles, que nous avons données dans les deux chapitres précedens & dans celuy-cy, pour arpenter les triangles, les quarrez, les pentagones, & autres figures, on mesurera la superficie des pyramides, prismes, & autres corps rectilignes, puisque la superficie de ces corps ne peut estre que triangulaire, quarrée, pentagonique, exagonique, &c.

PLANCHE LVIII.



REMARQUES SUR L'ARPENTAGE DES FIGURES MULTILATERES.

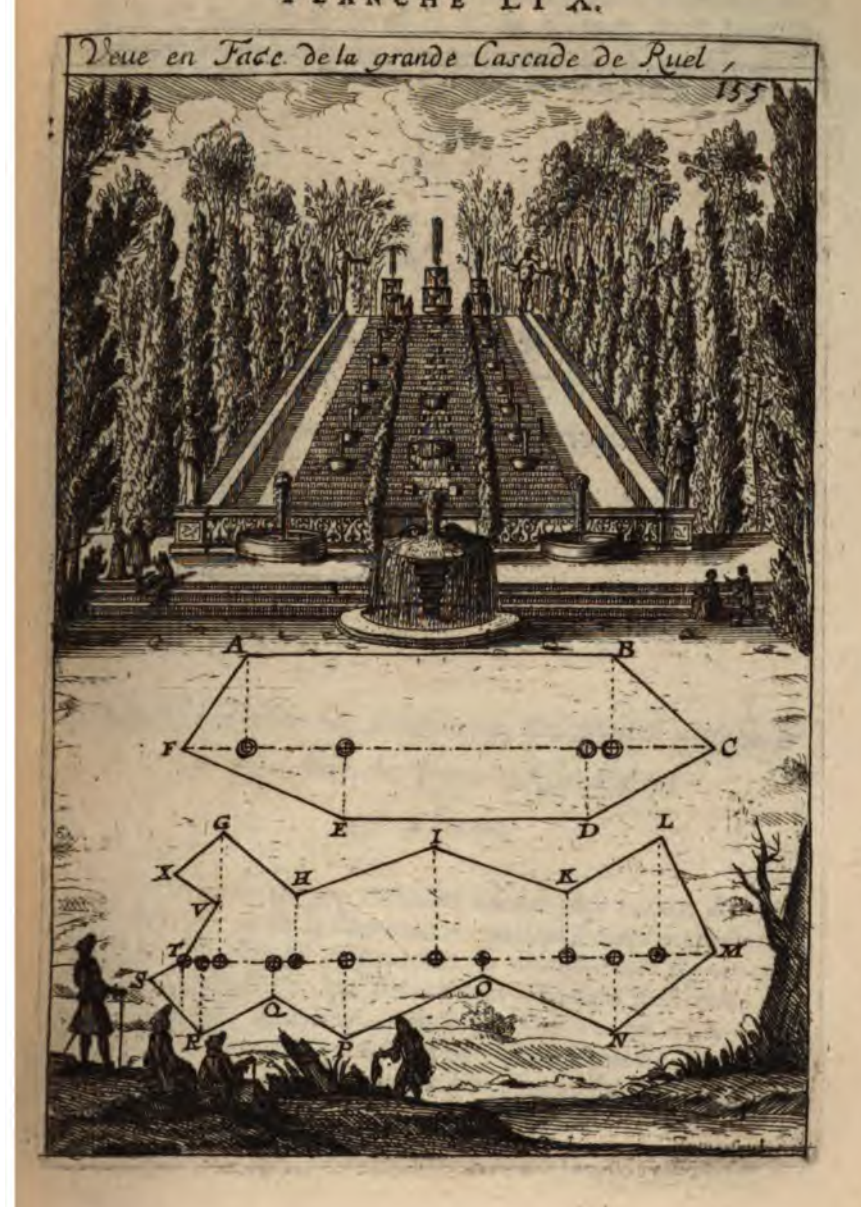
AVANT de finir ce Chapitre, nous avertirons, pour bien arpenter une figure de plus de quatre coſtez, qui eſt irréguliere, qu'il y faut former le moins de triangles, ou d'autres figures qu'il eſt poſſible, afin d'éviter la multitude des fractions, qui ſe trouvent toûjours dans le grand nombre des petites figures, qui en partagent une grande.

D'ailleurs le grand nombre des petites figures jette ſouvent l'Arpenteur dans un grand embarras, & fait monter ſon calcul plus haut qu'il ne faut, à cauſe que quand on fait les multiplications de leurs petites fractions, on les conſidere comme ſi elles étoient preciſément de la longueur qu'on les ſuppoſe, & comme d'ordinaire elles ne le ſont pas ; c'eſt ce qui fait que ces petites quantitez augmentent d'autant plus le calcul de pluſieurs entiers, qu'elles ſe trouvent en grand nombre ſur un meſme ſujet.

Pour donc bien arpenter un terrain il y faut faire le moins de figures qu'il eſt poſſible en le diviſant par des lignes de directions ou diagonales, en quarrez, quarrez-longs, & fort peu en triangles, comme il eſt aiſé de remarquer dans la figure ABCDEF.

Si la figure eſt fort irréguliere & compoſée de pluſieurs angles ſaillans, & rentrans, le meilleur eſt de la reduire en trapezes, ſans y former des triangles que vers ſes extrémitez. Et ces triangles devenant fort petits, ne peuvent pas produire de grandes fractions, ni par conſéquent d'erreurs fort conſiderables, ainſi qu'il ſe peut remarquer dans le terrain GHIKLMNOP, &c.

Planche LIX.


Veue en Face de la grande Cascade de Ruel,
155
A
B
F
C
E
D
G
I
L
X
H
K
V
T
M
S
O
Q
R
P
N

LA GEOMETRIE PRATIQUE.

LIVRE TROISIE'ME.

CHAPITRE VI.

De la Planimetrie ou Arpentage, qui montre à meſurer la ſuperficie des Figures Circulaires & Mixtes.

CE Chapitre eſt ſans difficulté un des plus curieux de l'arpentage, ou de la Planimetrie, puis qu'il traite des differentes Methodes, uſitées pour meſurer la ſuperficie des figures circulaires & mixtes; ce que l'on ne peut faire dans la derniere juſteſſe, mais par proximité, à cauſe que l'on n'a pas trouvé juſqu'ici la *quadrature du cercle*, c'eſt-à-dire, le moyen de former un quarré, dont la ſuperficie ſoit préciſément égale à celle d'un cercle.

REMARQUES SUR CE QU'ON APPELLE LA QUADRATURE DU CERCLE.

CEUX qui cherchent la Quadrature du cercle, taſchent de trouver le rapport qu'il y a de la ligne droite à la ligne courbe, ou pour mieux dire la vraye ſuperficie du cercle, afin de former un quarré dont la ſuperficie ſoit préciſément égale à celle d'ún cercle, ſans qu'on exige que l'enceinte du quarré ſoit égale à la circonference du cercle.

Nous diſons donc qu'il ne faut pas avoir égard à l'égalité de leurs enceintes ou pourtours, puis que tous les Géometres ſont perſuadez que des figures iſoperimetres, ou d'une égale enceinte, le triangle contient bien moins que le quarré, & le quarré moins que le cercle.

Exemple. Soit ſuppoſé que le triangle A ait ſes trois coſtez égaux, & chacun long de 14. pieds, 8. pouces; ſon enceinte ſera de 44. pieds, ainſi qu'il ſe peut remarquer dans le calcul qui en eſt proche. Soit auſſi ſuppoſé que le quarré B ait ſes quatre coſtez chacun long de 11. pieds; ſon enceinte ſera de 44. pieds. Enfin, ſoit ſuppoſé qu'au cercle C ſa circonference ſoit de 44. pieds de pourtour, ces trois figures ſeront donc iſoperimetres, à cauſe qu'elles ont une égale enceinte.

Alors ſi l'on meſure, ou ſi l'on arpente le triangle A & le quarré B, ſelon les régles données dans les deux Chapitres précedens, & la treiziéme Propoſition donnée ci-devant page 76. on trouvera que le triangle contiendra dans ſa ſuperficie 95. pieds quarrez & 114. pouces quarrez; que le quarré renfermera dans ſa ſuperficie 121. pieds, & que le cercle (meſuré comme il ſera enſeigné ci-aprés) contiendra 154. pieds quarrez dans ſa ſuperficie, d'où il ſera aiſé d'inférer que des figures iſoperimetres, le triangle contient moins que le quarré, & le quarré moins que le cercle.

Entre les Sçavans, qui ont écrit ſur les moyens de trouver la ſuperficie du cercle, il n'y en a point qui ayent donné des régles plus approchantes du vrai qu'Archiméde; ce grand homme pour en faciliter la connoiſſance, avance trois ſuppoſitions, que nous expliquerons dans les pages ſuivantes, & dont nous nous ſervirons.

PLANCHE LX.



RAPPORT DU DIAMETRE D'UN CERCLE A SA CIRCONFERENCE.

ARCHIMEDE, pour trouver la ſuperficie du cercle, avance trois ſuppoſitions, dont la premiere eſt, que la circonference d'un cercle eſt triple de ſon diametre & prés d'un ſeptiéme; c'eſt-à-dire, que la circonference A B C D aura prés de 22. pieds, ſi ſon diametre A C eſt de 7. pieds: ce qui fait qu'un diametre eſt à ſa circonference comme 7. ſont à 22. & auſſi que la circonference eſt à ſon diametre comme 22. ſont à 7. ce qui ſe peut facilement obſerver au cercle ABCD, où la circonference ABCD, reduite en ligne droite comme eſt la marquée A E, eſt trois fois plus grande que la longueur de ſon diametre A C, & preſque encore d'une ſeptiéme partie de ce diametre, comme eſt F E.

La ſeconde ſuppoſition eſt, que la ſuperficie du cercle eſt égale au triangle rectangle fait de la circonference & du ſemidiametre du cercle; c'eſt-à-dire, que le triangle rectangle G I H contient autant en ſuperficie que le cercle ponctué K, à cauſe que ce triangle a ſon coſté H I égal à la circonference du cercle, & que G I, qui forme l'angle droit G I H, eſt égal au ſemidiametre G K.

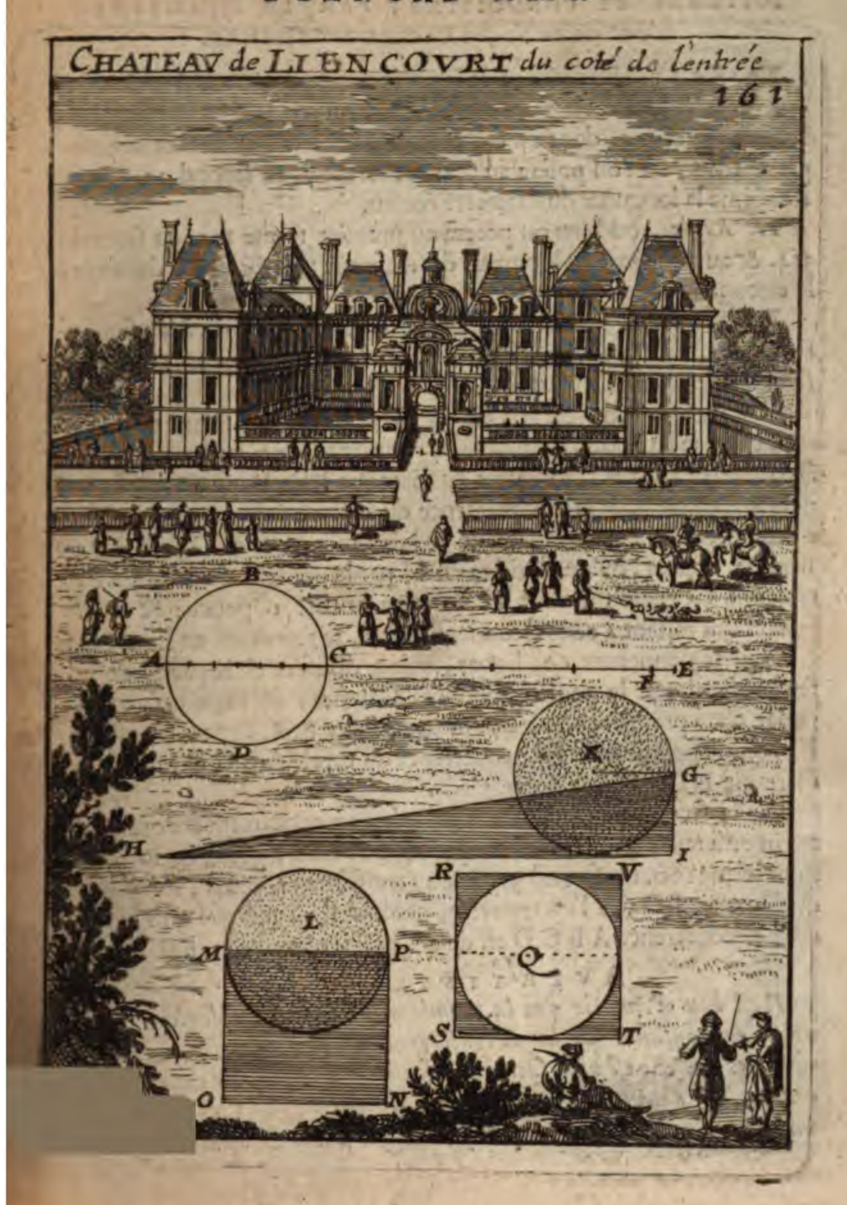
Enfin la troiſiéme ſuppoſition de ce celebre Auteur eſt, que la ſuperficie du cercle eſt au quarré de ſon diametre comme 11. ſont à 14. c'eſt-à-dire, que ſi le cercle L contient dans ſa ſuperficie 11. pieds quarrez, le quarré M P N O, fait ſur le diametre du cercle M P, en contiendra 14. ce qu'on peut facilement remarquer au cercle Q, qui eſt inſcrit dans la quarré RVTS, & où l'on voit que le quarré R V T S, formé ſur le diametre ducercle, eſt plus grand que le cercle qu'il enferme.

Il eſt bon d'obſerver que les ſuppoſitions de 7. à 22. qu'Archimede donne comme principe de rapport du diamatre d'un cercle à ſa circonference, ſe peuvent encore pratiquer par une plus grande quantité de chiffres, comme de 100. à 314. &c. on obſervera meſme que plus on ſe ſervira de grandes ſommes (ſi la multitude des chiffres n'embarraſſe point) & plus on approchera du vrai, que lorſqu'on calculera avec peu de chiffres.

D'ailleurs, ſi l'on ne trouve pas la ſuperficie du cercle dans ſa derniere préciſion, le deffaut ne vient pas de la ſuperficie, puis qu'il y a dans cette ſuperficie une quantité égale à un quarré; mais ce deffaut peut venir de la diviſion de l'unité laquelle n'eſt pas au nombre, ou à la quantité diſcrete, comme le point eſt en la continuë.

METHODE

PLANCHE LXI.


CHATEAU de LIENCOURT du coté de l'entrée
161
B
A
C
E
F
D
G
H
I
R
V
L
M
P
Q
S
T
O
N

METHODE DE CONNOISTRE, PAR LE DIAMETRE D'UN CERCLE, SA CIRCONFERENCE.

I. REGLE. En ſuivant la premiere ſuppoſition d'Archimede donnée dans la page précedente, on connoiſtra la circonference d'un cercle, dont on connoiſt le diametre, en faiſant une regle de trois, où l'on poſera au premier terme 7. au ſecond 22. & au troiſiéme la longueur du diametre connu.

II. Régle, ou bien on poſera au premier terme 100. au ſecond 314. & au troiſiéme la longueur du diametre; le quotient donnera la circonference du cercle.

Exemple. On veut ſçavoir au baſſin A B C D qui eſt de figure circulaire, & dont le diametre B D eſt long de 15. pieds, combien ſa circonference a de pourtour.

En ſuivant la premiere régle ci-deſſus donnée, on fera une régle de trois comme en E, où l'on poſera au premier terme 7. au ſecond 22. & au troiſiéme 15. pieds, longueur du diametre BD; le quotient F donnera 47. pieds pour la circonference du baſſin : mais comme il reſte à cette diviſion F 1. pied, on le reduira en pouces en G, qui donnera 12. pouces, qu'on diviſera en H par le diviſeur de la régle de trois qui eſt 7. le quotient H donnera encore 1. pouce : & les 5. pouces qui reſtent à cette ſeconde diviſion, ſe reduiront en lignes en I. leſquels donneront 60. lignes, qu'on diviſera en K par le diviſeur ordinaire 7. le quotient donnera 8. lignes; de ſorte qu'on aura par cette premiere régle 47. pieds 1. pouce & 8. lignes, *exemple* F, pour le pourtour de la circonference du cercle A B C D, dont le diametre B D eſt long de 15. pieds.

Par la ſeconde régle ci-deſſus donnée, on connoiſtra encore cette circonference en faiſant une autre régle de trois, qui aura au premier terme 100. au ſecond 314. & au troiſiéme 15. pieds, longueur du diametre BD; & l'on trouvera, comme il eſt marqué en L, que cette circonference A B C D eſt de 47. pieds, 1. pouce, 2. lignes.

AVERTISSEMENT.

Il eſt bon d'avertir que la premiere methode de calculer, donne la connoiſſance de la circonference un peu plus forte que le vrai, & qu'elle eſt plus facile à calculer que la ſeconde; mais pour contenter le nouveau Geometre, nous donnerons dans les pages ſuivantes les calculs des exemples fondez ſur l'une & l'autre régle.

PLANCHE LXII.

...e du costé du grand parterre de LIENCOVRT,

163

E

100 — 314 — 15

15

1570

314

4710

22 — 15 BD

15

110

22

330

A B C D 15

F

47 — 1 — 8

47 — 1 — 2

L

10

12

20

10

120

H

I

5

12

60

K

20

12

40

20

240

METHODE DE CONNOISTRE, PAR LA CIRCONFERENCE D'UN CERCLE, SON DIAMETRE.

I. REGLE. En ſuivant la premiere ſuppoſition d'Archimede, expliquée ci-devant dans la page 160. on connoiſtra le diametre d'un cercle par ſa circonference, en faiſant une régle de trois, où l'on poſera au premier terme 22. au ſecond 7. & au troiſiéme la circonference connuë.

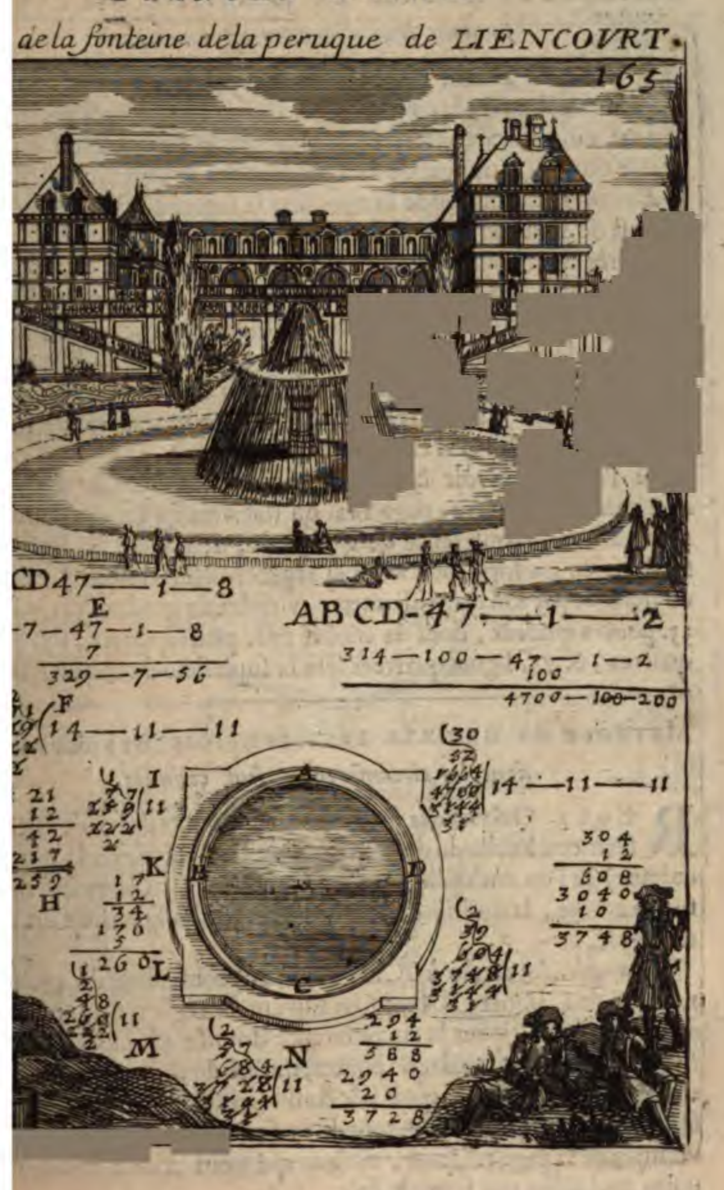
II. Régle. On poſera au premier terme 314. au ſecond 100. & au troiſiéme la circonference connuë, le quotient donnera le diametre du cercle.

Exemple. On veut ſçavoir au baſſin circulaire A B C D dont la circonference eſt ſuppoſée de 47. pieds 1. pouce, 8. lignes, combien ſon diametre B D eſt long.

En ſuivant la premiere régle ci-deſſus donnée, on fera une régle de trois en E, où l'on poſera au premier terme 22. au ſecond 7. & au troiſiéme la circonference A B C D 47. pieds 1. pouce, 8. lignes; le quotient F donnera 14. pieds pour le diametre BD. Mais comme il reſte à cette diviſion F 21. pieds, on les reduira en pouces en G, auſquels étant ajoûtez les 7. pouces du produit de la multiplication E, on aura 259. pouces, *exemple* H, qu'on diviſera en I, par le diviſeur de la régle qui eſt 22. le quotient donnera encore 11. pouces qu'on chiffrera aprés les 14. pieds de F; & les 17. pouces qui reſtent à la diviſion I, ſe reduiront en K en lignes, auſquelles étant ajoûtées les 56. lignes de la régle, on aura 260. lignes (*exemple* L) leſquelles on diviſera en M par le diviſeur ordinaire 22. le quotient donnera 11. lignes, qu'on chiffrera aprés les 14. pieds, 11. pouces de F; de ſorte qu'on aura par cette premiere régle 14. pieds, 11. pouces & 11. lignes pour le diametre B D; & comme il eſt reſté 18. lignes à la diviſion M, laquelle a 22. pour diviſeur, on pourroit comme prendre une ligne, ce qui feroit 15. pieds pour le diametre BD.

Par la ſeconde régle ci-deſſus donnée, on connoiſtra encore ce diametre, en faiſant auſſi une régle de trois, qui aura au premier terme 314. au ſecond 100. & au troiſiéme 47. pieds 1. pouce & 8. lignes, valeur de la circonference ABCD; & l'on trouvera (en reduiſant le reſte de la diviſion en pieds, pouces, & lignes) que ce diametre ſera de 14. pieds 11. pouces & 11. lignes; & comme il eſt reſté à la diviſion N 274. lignes, laquelle a pour diviſeur commun de cette ſeconde régle 314. on pourroit comme prendre une ligne, & on auroit 15. pieds pour le diametre B D du cercle A B C D.

PLANCHE LXIII.



METHODE DE MESURER LA SUPERFICIE DES CERCLES, *dont leur diametre eſt connu.*

REGLE. Il faut d'abord trouver par la connoiſſance du diametre donné, la circonference de ſon cercle, puis multiplier la valeur de cette circonference connuë par la longueur du demidiametre donné, la moitié de leur produit ſera la ſuperficie du cercle.

Exemple. On demande à connoiſtre la ſuperficie du baſſin ABCD qui eſt de figure circulaire, dont le diametre BD eſt long de 15. pieds.

Aprés avoir connu (par la premiere régle donnée ci-devant, page 162.) qu'un diametre de 15. pieds donnoit 47. pieds 1. pouce & 8. lignes pour ſa circonference, on multipliera donc, ſelon la régle ci-deſſus donnée, cette circonference par ſon demi-diametre, 7. pieds, 6. pouces, qui produiront 353. pieds & 78. pouces quarrez, dont la moitié 176. pieds quarrez & 111. pouces quarrez ſera la ſuperficie du baſſin ABCD, *exemple* E.

Si l'on veut avoir cette ſuperficie par la ſeconde régle donnée dans ce chapitre, page 162. on trouvera qu'un diametre de 15. pieds a une circonference de 47. pieds, 1. pouce, 2. lignes; de ſorte qu'en multipliant (ſelon la régle ci-deſſus donnée) cette circonference par ſon demi-diametre, viendra au produit 353. pieds & 33. pouces quarrez, dont la moitié 176. pieds quarrez, 88. pouces quarrez, & 72. lignes quarrées ſera la ſuperficie du baſſin ABCD.

METHODE DE MESURER LA SUPERFICIE DES CERCLES, *dont les circonferences ſont connuës.*

REGLE. On viendra d'abord, par la connoiſſance de la circonference, à celle du diametre (ſelon la methode de la page précedente) & l'on multipliera cette circonference par la moitié du diametre connu, la moitié de leur produit ſera la ſuperficie du cercle demandé.

Exemple. Au cercle ABCD, qui a ſa circonference de 47. pieds, 1. pouce & 8. lignes; il faut (en ſuivant la régle que nous venons de donner) multiplier la circonference donnée 47. pieds, 1. pouce & 8. lignes, par 7. pieds, 6. pouces, moitié du diametre BD, qu'on trouvera preſque de 15. pieds; & comme ces deux ſommes étant poſées l'une ſur l'autre donneront le meſme produit que le premier exemple de la page préſente, c'eſt ce qui nous donne lieu de ne les point multiplier une ſeconde fois.

PLANCHE LXIV.

Premiere Methode	Seconde Methode
Diametre —— 15. pi.	Diametre —— 15. pie.
Circonference du Cercle - 47 — 1 — 8	Circonference du Cercle - 47 — 1 — 2
Superficie du Cercle - 176 —— 111	Superficie du Cercle - 176 — 88 — 72
piads quar. pouces quar.	pieds quar. pou-qu. lig-qu.

METHODE DE CONNOISTRE LA LONGUEUR DU DIAMETRE, ET LE POURTOUR DE LA CIRCONFERENCE D'UN CERCLE, *dont on connoiſt la ſuperficie.*

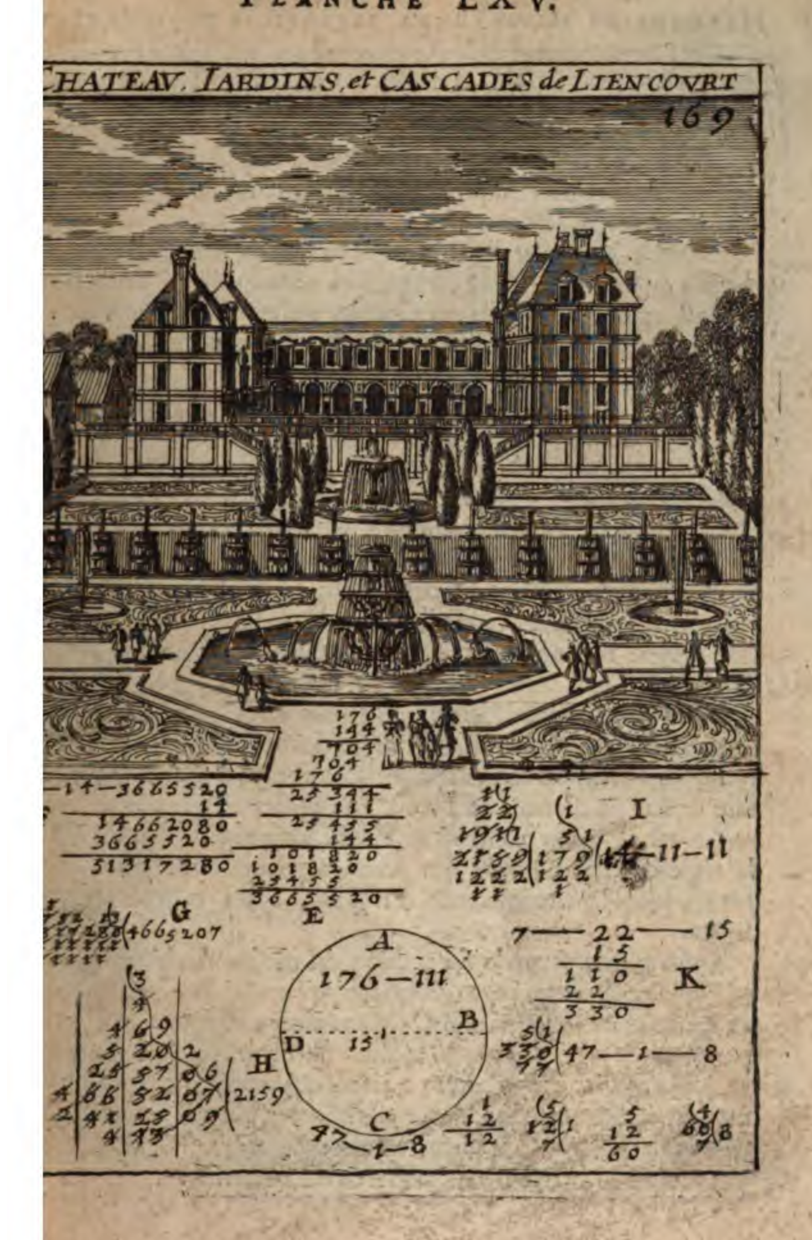
REGLE. En ſuivant la troiſiéme ſuppoſition d'Archimede, citée ci-devant,page 160. on connoiſtra le diametre du cercle, par une régle de trois, où l'on poſera au premier terme 11. au ſecond 14. & au troiſiéme la ſuperficie connuë du cercle, le quotient de la régle de trois donnera un quarré, duquel la racine ſera la longueur du diametre propoſé : puis par la connoiſſance de ce diametre, on viendra à celle de ſa circonference, ainſi qu'il a été expliqué dans ce chapitre,pag.162. en faiſant une régle de trois,où l'on poſera pour premier terme 7.au ſecond 22. & au troiſiéme la longueur du diametre,le quotient de la régle de trois donnera la circonference du cercle.

Exemple. Soit propoſé le cercle A B C D, duquel la ſuperficie eſt connuë de 176. pieds quarrez, & 111. pouces quarrez, on demande combien ſon diametre D B a de longueur, & ſa circonference A B C D de pourtour.

Il faut reduire les 176. pieds quarrez & 111. pouces quarrez, tous en lignes quarrées, & on aura (comme il eſt marqué en E) 3665520. lignes quarrées. Alors en ſuivant la régle ci-deſſus donnée (pour avoir le diametre du cercle A B C D) on fera une régle de trois en F, où l'on poſera au premier terme 11. au ſecond 14. & au troiſiéme 3665520. lignes quarrées, ſuperficie du cercle A B C D; le quotient G donnera 4665207. lignes quarrées pour la ſuperficie d'un quarré, duquel tirant la racine, viendra au quotient H 2159. lignes pour le diametre D B, leſquelles 2159. lignes étant reduites en pouces, & pieds en I, donneront 14. pieds, 11. pouces, & 11. lignes pour le diametre D B; mais comme il eſt reſté à la régle de la racine quarrée H 3926. qui font prés d'une ligne, on peut donc au lieu de 14. pieds, 11. pouces, 11. lignes, en ajoûtant 1. ligne, dire 15. pieds pour la longueur du diametre D B.

Alors, par la connoiſſance de ce diametre D B 15. pieds, on viendra à celle de la circonference; en faiſant une régle de trois en K, (ainſi qu'il a été pratiqué dans ce chapitre, page 162.) poſant au premier terme 7. au ſecond 22. & au troiſiéme 15. longueur du diametre D B, on trouvera 47. pieds, 1. pouce, & 8. lignes pour la circonference A B C D. Ce qu'il falloit connoiſtre.

PLANCHE LXV.



METHODE DE MESURER LA SUPERFICIE DES CERCLES, *dont l'on ne connoist ni le diametre, ni toute la circonference.*

REGLE. Par le moyen de quelques traits de la circonference du cercle proposé, il faut venir à la connoissance de son diametre, & par la connoissance de ce diametre à celle de sa circonference entiere, afin d'avoir la superficie du cercle selon les régles données dans les pages précedentes.

Exemple. On veut sçavoir par le moyen de l'arc ECF, la superficie du cercle ABCD, duquel on ne connoist ni diametre ni circonference, à cause des eaux qui les couvrent en partie.

Tracez la corde, ou droite EF, & divisez cette droite EF en deux parties égales au point G; à ce point G, & sur EF, tracez la perpendiculaire GC; ensuite mesurez la longueur EG, qu'on trouvera de 7. pieds, 11. lignes, & celle de GC de 5. pieds.

Alors (selon la douziéme proposition donnée ci-devant, pag. 74.) multipliez la longueur EG 7. pieds & 11. lignes, par les mesmes 7. pieds, 11. lignes: & leur produit 50. pieds, 10. pouces, 121. lignes se divisera par la longueur GC 5. pieds; le quotient donnera 10. pieds pour la longueur AG; de sorte que si à cette longueur AG, 10. pieds marquez en H, vous ajoûtez la longueur GC 5. pieds, leur somme totale 15. pieds sera la longueur du diametre AC du cercle ABCD.

Puis (par la connoissance de ce diametre AC 15. pieds, & selon la premiere supposition d'Archimede donnée à la teste de ce chapitre, page 160.) on connoistra la circonference embarassée; en faisant une régle de trois en I, où l'on posera au premier terme 7. au second 22. & au troisiéme 15. pieds, longueur du diametre AC, la régle de trois donnera 47. pieds, 1. pouce, & 8. lignes, *exemple* K, pour la circonference ABCD, ayant calculé jusqu'aux lignes.

Enfin par la seconde supposition du mesme Archimede, donnée dans ce chapitre, page 160. on multipliera, comme il est marqué en L, la circonference ABCD 47. pieds, 1. pouce, 8. lignes, par 7. pieds, & 6. pouces moitié du diametre AC trouvé de 15. pieds, & de leur produit 353. pieds quarrez & 78. pouces quarrez, on prendra la moitié 176. pieds quarrez, & 111. pouces quarrez, pour la superficie du cercle proposé ABCD, dont on ne connoissoit ni le diametre ni toute la circonference.

Planche LXVI.



METHODE DE MESURER LES CERCLES VUIDES, APPELLEZ ORDINAIREMENT COURONNES.

EXEMPLE. On propoſe à un Marbrier de faire autour du ſallon ou cercle E H G F, (qui eſt pavé de marbre) une bordure, ou couronne de pierres fort curieuſes taillées ſur un deſſein à la Mozaique, & on lui demande, cette bordure étant large de 3. pieds, combien elle contiendra en ſuperficie de pieds quarrez.

Pour réſoudre cette propoſition, il faut d'abord meſurer le petit diametre FH du cercle, qu'on trouvera, ſelon cet exemple, long de 9. pieds, & par conſequent (ſelon la I. Régle donnée ci-devant dans la page 162.) ſa circonference EHGF étant évaluée juſqu'en lignes (à cauſe que le prix de l'ouvrage eſt fort conſiderable) ſera de 28. pieds, 3. pouces, & 5. lignes.

A ce petit diametre F H, qui eſt long de 9. pieds, on ajoûtera deux fois 3. pieds (à cauſe que la couronne eſt large de 3. pieds) ce qui donnera 15. pieds pour le grand diametre B D, ou A C ſon égal : enſuite par le moyen de ce diametre AC 15. pieds, on aura pour la circonference de ſon cercle A D C B (étant évaluée juſqu'en lignes,) 47. pieds, 1. pouce, & 8. lignes. Cela trouvé, on connoiſtra toute la ſuperficie du cercle A D C B, comme s'il étoit plein, par la connoiſſance de ſon diametre A C 15. pieds, & de ſa circonference A D C B 47. pieds, 1. pouce, & 8. lignes, ainſi que nous l'avons pratiqué ci-devant, page 166, où l'on trouvera pour la ſuperficie de ce cercle A D C B 176. pieds quarrez & 111. pouces quarrez, *exemple* L ; ces 111. pouces quarrez ne faiſant pas 1. pied quarré, puis qu'il en faut 144.

Enfin connoiſſant au cercle E H G F, que ſon diametre F H eſt long de 9. pieds, & que ſa circonference E H G F a 28. pieds, 3. pouces, 5. lignes de pourtour, on aura pour ſa ſuperficie 63. pieds quarrez, 92. pouces quarrez, & 36. lignes quarrées, *exemple* M.

De ſorte que ſi l'on ſouſtrait en N, cette ſuperficie du cercle EHGF 63. pieds quarrez, 92. pouces quarrez, & 36. lignes quarrées, de la ſuperficie du cercle A D C B 176. pieds quarrez, & 111. pouces quarrez, reſtera 113. pieds quarrez, 18. pouces quarrez, & 108. lignes quarrées pour la ſuperficie de la bordure.

Si le dedans du lieu à faire la bordure étoit inacceſſible, il faudroit en connoiſtre le diametre par les régles de la Trigonometrie qui montrent à meſurer les diſtances inacceſſibles.

PLANCHE LXVII.



METHODE DE MESURER LE MILIEU DES COURONNES, *ou le vuide des Cercles inaccessibles ; en se servant du calcul des Entiers, dont les fractions sont seulement considerées, par moitié, tiers, & quarts, selon l'usage vulgaire des Arpenteurs.*

EXEMPLE. Soit à mesurer au cercle inaccessible A B C D, le vuide E F G H qui est de figure circulaire, & dans lequel on ne peut entrer.

On viendra d'abord à la connoissance de la longueur du diametre inaccessible F.H, en posant où l'on voudra, comme aux deux stations I & K, quelque instrument, par exemple un demicercle propre à former les triangles, & à connoistre l'ouverture des angles, qu'on est obligé de former sur le terrain, & dont on chiffrera l'ouverture sur le memorial L, ainsi que nous en avons parlé dans la Trigonometrie du Tome II. de cette Geometrie pratique.

Puis où l'on voudra comme en M, on fera par le secours du memorial L, avec un rapporteur, & l'échelle N tracée à volonté, des triangles semblables à ceux du terrain, & la longueur ou base P Q des triangles M, étant mesurée sur l'échelle N, s'y trouvera longue (selon cet exemple) de 9. des parties de cette échelle N, ce qui marquera que le diametre inaccessible FH est long de 9. pieds, à cause que les triangles faits en campagne, & ceux de M sont semblables.

Puis par le moyen de ce diametre inaccessible F H trouvé long de 9. pieds, on viendra à la connoissance de la circonference EFGH ; en faisant comme nous avons dit dans ce chapitre, page 162. une régle de trois en O, où l'on posera au premier terme 7. au second 22. & au troisiéme 9. longueur de ce diametre, le quotient donnera 28. pieds pour le pourtour de la circonference E F G H.

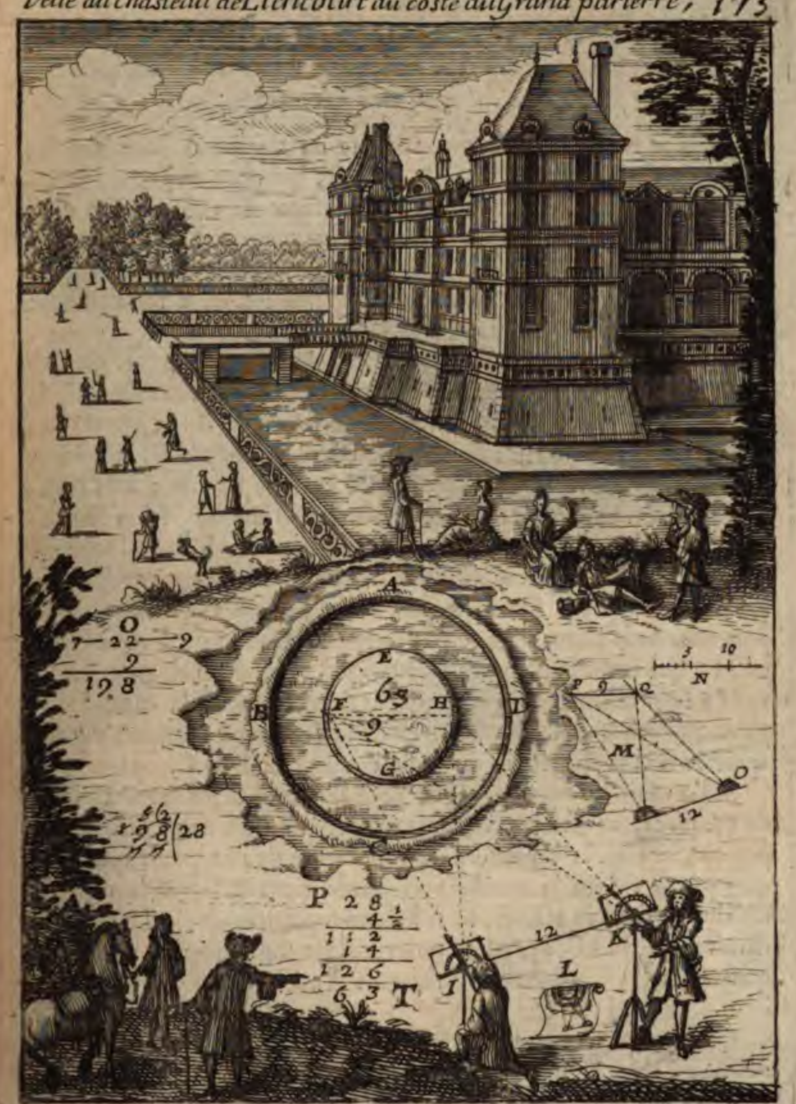
Enfin on multipliera en P, ces 28. pieds de la circonference EFGH par 4. $\frac{1}{2}$, moitié du diametre FH 9. leur produit donnera 126. dont la moitié 63. pieds quarrez sera le contenu du vuide inaccessible E F G H, *exemple* T.

AVERTISSEMENT.

On remarquera que ce calcul qui est fait à la maniere vulgaire des Arpenteurs est fort court, mais qu'il n'est pas si juste que celui qu'on a donné dans la page précedente, selon l'Arithmetique que nous appellons des Ingenieurs, à cause que la methode des Arpenteurs neglige les restes des divisions qui causent toûjours quelques petites erreurs de lignes, pouces, & ce que ces mesmes Arpenteurs estiment être peu de chose au respect des grands terrains.

PLANCHE LXVIII.

Veue du Chasteau de Liencourt du coste du Grand parterre, 175



METH. DE MESURER LA SUPERFICIE DES DEMICERCLES ET QUARTS DE CERCLES;

en se servant du calcul des Entiers, dont les fractions sont seulement considerées par moitiez, tiers, & quarts; avec leur estime selon le calcul vulgaire des Arpenteurs.

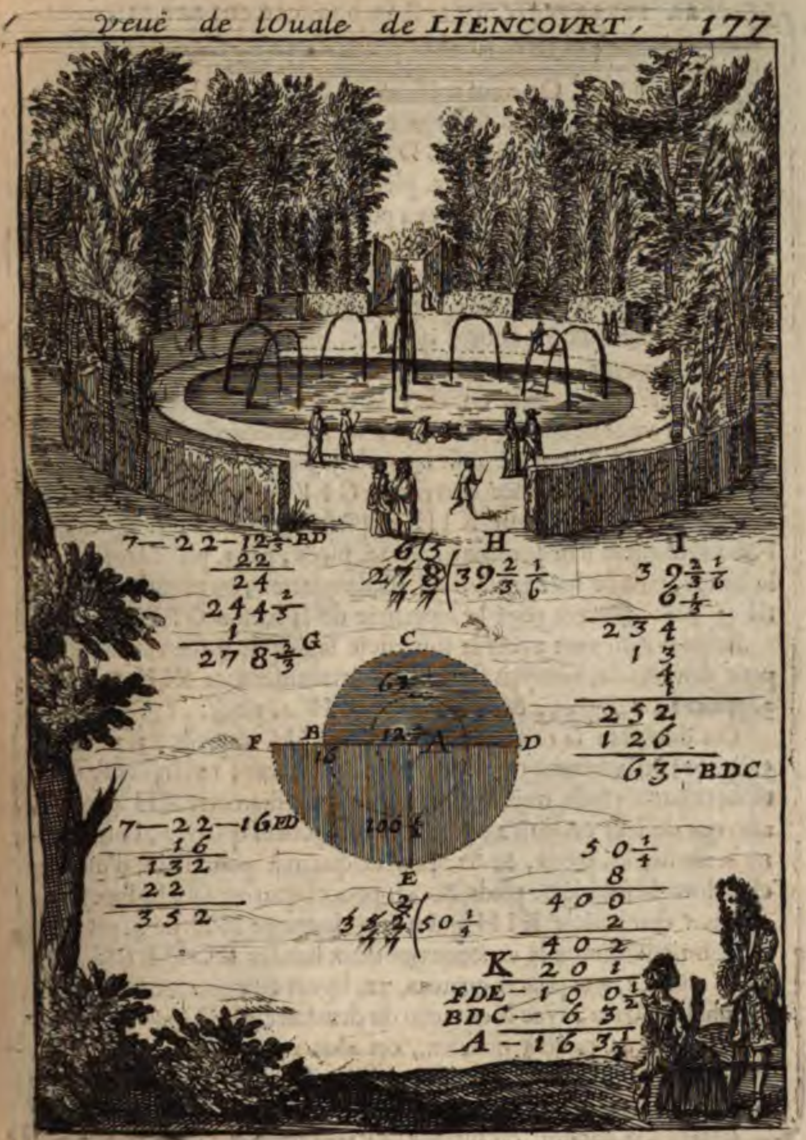
EXEMPLE. On veut connoistre au terrain A, combien les deux demicercles B D C & F D E, qui sont sablez de differentes couleurs, & qui forment une maniere de volute, ont chacun en superficie de pieds quarrez. Il faut mesurer les diametres de ces deux demicercles, & on trouvera que le petit B D C a son diametre B D de 12. pieds $\frac{2}{3}$, & que le grand F D E a son diametre de 16. pieds. Cela connu.

En suivant la I. Régle donnée dans ce chapitre, page 162. on fera une régle de trois, où l'on posera au premier terme 7. au second 22. & au troisiéme 12. pieds $\frac{2}{3}$, longueur du diametre B D, viendra au produit de la multiplication 278. pieds $\frac{2}{3}$, *exemple* G, qui étant divisez par 7. donneront 39. pieds; & comme il reste 5. à la division, par cette methode de calculer, on les estimera $\frac{2}{3}$ (selon la proportion de l'un à l'autre,) & les deux tiers du produit de la multiplication qui n'ont pas été divisez, seront, selon cette methode de calculer, estimez $\frac{1}{6}$. De sorte qu'on aura 39. pieds, $\frac{2}{3}$. & $\frac{1}{6}$ pour le pourtour de la circonference du diametre B D comme il est marqué en H, qui étant multipliez en I par 6. $\frac{1}{3}$ moitié du diametre B D 12. $\frac{2}{3}$, le produit donnera 252. pieds quarrez, dont la moitié 126. pieds quarrez sera la superficie de son cercle, dont la moitié 63. pieds quarrez sera la superficie du petit demicercle B D C.

Si l'on suit les mesmes régles pour le grand diametre F D long de 16. pieds, on trouvera que sa circonference sera de 50. pieds $\frac{1}{4}$, & par consequent la superficie de son cercle de 201. pieds quarrez, *exemple* K, dont la moitié 100. pieds quarrez $\frac{1}{2}$ sera la superficie du demicercle F D E, & si à cette superficie on ajoûte celle du demicercle B D C 63. pieds quarrez, leur somme totale 163. pieds quarrez $\frac{1}{2}$ sera la superficie du terrain A, selon ce calcul vulgaire.

On mesurera un quart de cercle, en connoissant d'abord son demicercle, dont la moitié sera la superficie du quart de cercle.

PLANCHE LXIX.



METHODE DE MESURER LA SUPERFICIE DES BANDES CIRCULAIRES, *qui forment des eſpeces de volutes.*

EXEMPLE. On veut meſurer au Parterre A, la bande ſablée BCDEFG, qui a ſa largeur BG de 3. pieds, & ſa portion de circonference exterieure BCD de 25. pieds, 1. pouce, 8. lignes, & ſon interieure GFE de 15. pieds, 8. pouces, 7. lignes. Cela ſuppoſé, on additionnera les deux portions de circonference BCD & GFE : leur ſomme totale 40. pieds, 10. pouces, 3. lignes ſe multipliera par la largeur BG 3. pieds de la bande BCDEFG, qui produira (ſelon la XIV. Propoſition donnée ci-devant dans la page 78.) 122. pieds & 81. pouces quarrez, dont on prendra la moitié 61. pieds quarrez, 40. pouces quarrez, & 72. lignes quarrées pour la ſuperficie de la bande ſablée BCDEFG.

Si l'on vouloit encore connoiſtre la ſuperficie de la bande ombrée GFEHIK qui eſt auſſi large de 3. pieds, on additionnera ſa portion de circonference exterieure GFE 15. pieds, 8. pouces, 7. lignes, avec ſon interieur KIH 6. pieds, 3. pouces, 5. lignes, & l'on multipliera leur ſomme totale 22. pieds, par 3. pieds largeur de la bande, puis de leur produit 66. pieds quarrez, on prendra la moitié 33. pieds quarrez pour la ſuperficie de la bande GFEHIK.

Enfin ſi l'on veut avoir la ſuperficie ſablée du milieu, qui eſt un petit demicercle, compris ſous la demicirconference KIH 6. pieds, 3. pouces, 5. lignes, & le diametre KH 4. pieds.

On doublera ſa demicirconference KIH 6. pieds, 3. pouces, 5. lignes ; & la ſomme totale 12. pieds, 6. pouces, 10. lignes ſe multipliera par 2. pieds, qui ſont la moitié de ſon diametre KH 4. pieds, afin que de leur produit 25. pieds, & 20. pouces quarrez, l'on prenne la moitié 12. pieds, & 82. pouces quarrez pour l'aire d'un cercle, dont la moitié 6. pieds & 41. pouces quarrez ſera la ſuperficie du petit demicercle KIH qui a ſon diametre KH de 4. pieds.

Si on additionne le contenu des deux bandes BCDEFG, 61. pieds quarrez, 40. pouces quarrez, 72. lignes quarrées, & GFEHIK 33. pieds quarrez, avec le contenu du demicercle KIH qui a 6. pieds quarrez & 41. pouces quarrez, on aura 100. pieds quarrez, 81. pouces quarrez, & 72. lignes quarrées pour la partie ſuperieure BCDEHKG du parterre A.

Quant aux bandes, ou liſteaux X, tant lombré, que le ponctué, on les meſurera ſelon la régle des Trapezoïdes donnée ci-devant dans la page 124.

PLANCHE LXX.



METHODE DE MESURER LES SECTEURS.

REGLE. On multipliera l'arc, ou la portion de circonference du ſecteur propoſé, par la longueur d'un de ſes rayons, ou lignes droites, la moitié du produit ſera la ſuperficie du ſecteur.

Exemple. On veut meſurer le petit ſecteur ombré A, afin de le gazonner, & l'on demande combien il contiendra de pieds quarrez de gazon, ſa portion de circonference, ou ſon arc C D E étant de 15. pieds, 8. pouces, 6. lignes de pourtour, & ſon rayon B E long de 7. pieds, 6. pouces. Cela ſuppoſé,

On multipliera (ſuivant la régle que nous venons de donner, & ſelon la XI. Propoſition donnée ci-devant dans la page 72. de ce troiſiéme Livre) l'arc C D E 15. pieds, 8. pouces, 6. lignes, par ſon rayon B E 7. pieds, 6. pouces, & de leur produit 117. pieds quarrez & 117. pouces quarrez, on prendra la moitié ſçavoir 58. pieds quarrez, 130. pouces quarrez, & 72. lignes quarrées pour le contenu du petit ſecteur ombré A.

En ſuivant la meſme régle, on connoiſtra la ſuperficie du grand ſecteur ponctué X, qu'on trouvera avoir 117. pieds quarrez, 124. pouces quarrez, & 72. lignes quarrées, ſa portion de circonference C F E étant donnée de 31. pieds, 5. pouces, 2. lignes de pourtour, & ſon rayon B E long de 7. pieds, & 6. pouces.

Si l'on veut ſçavoir combien vaut toute la ſuperficie du cercle qui forme ces deux ſecteurs, on additionnera la valeur du petit ſecteur A 58. pieds quarrez, 130. pouces quarrez, & 72. lignes quarrées, avec la valeur du grand ſecteur X, trouvée de 117. pieds quarrez, 124. pouces quarrez, & 72. lignes quarrées, leur ſomme totale 176. pieds quarrez, & 111. pouces quarrez donnera la ſuperficie du cercle F C D E, qui a ſon diametre de 15. pieds, puiſque ſon rayon ou demidiametre B E eſt de 7. pieds & 6. pouces.

PLANCHE LXXI.



METHODE DE MESURER LES SEGMENS.

REGLE. Sur la circonference du ſegment propoſé, on formera un ſecteur qu'on meſurera, ainſi qu'il a été enſeigné dans la page précedente ; puis on meſurera en particulier le triangle iſocele formé par les deux rayons du ſecteur & par la baſe ou droite du ſegment, pour ſouſtraire la ſuperficie de ce triangle iſocele, de la ſuperficie du ſecteur, le reſte ſera le contenu du ſegment propoſé.

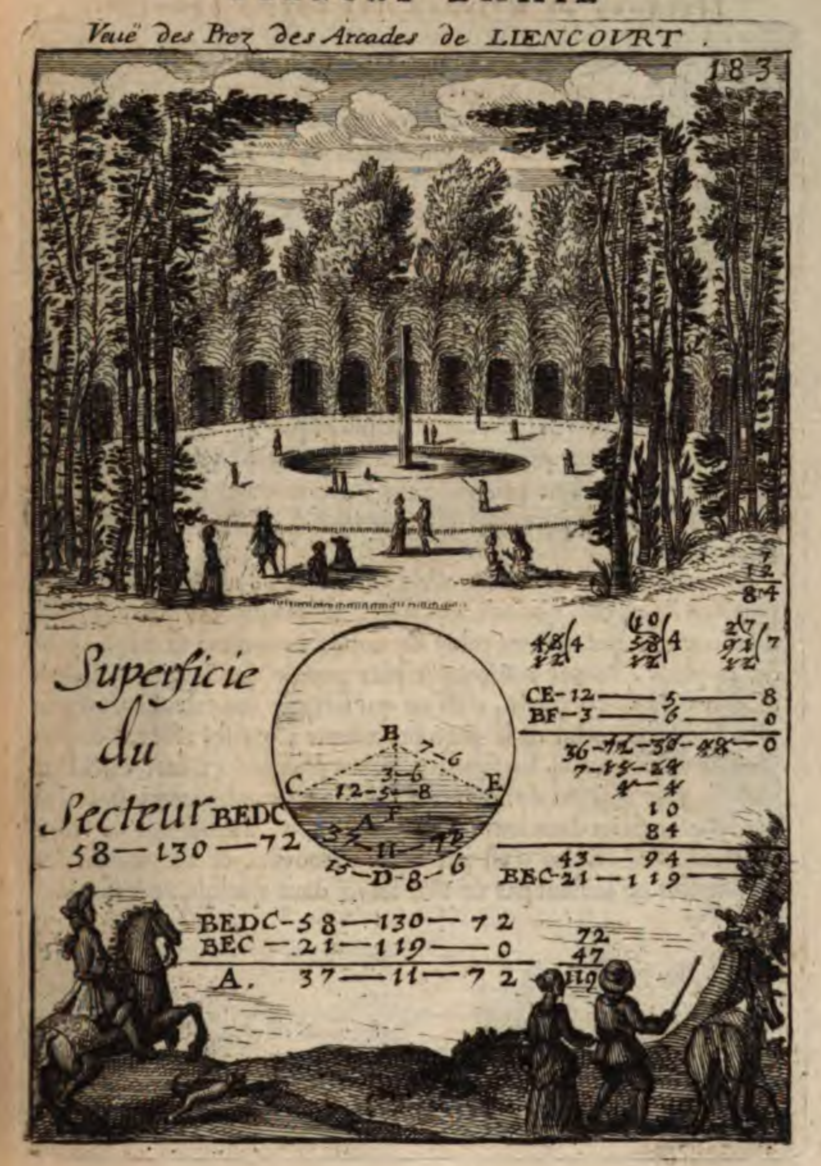
Exemple. Soit à meſurer le ſegment A, duquel la droite ou baſe CE eſt ſuppoſée longue de 12. pieds, 5. pouces, 8. lignes, & ſon arc CDE de 15. pieds, 8. pouces, & 6. lignes.

En ſuivant la régle ci-deſſus donnée, on formera ſur l'arc CDE, le ſecteur BEDC, qu'on meſurera ainſi qu'il a été enſeigné dans la page précedente, & l'on trouvera donc que ſa ſuperficie ſera de 58. pieds quarrez, 130. pouces quarrez, & 72. lignes quarrées.

Puis on meſurera auſſi en particulier le triangle BEC, (en ſuivant les methodes d'arpenter les figures triangulaires données dans le III. Chapitre de ce III. Livre) c'eſt-à-dire qu'on multipliera ſa baſe CE 12. pieds, 5. pouces, 8. lignes, par ſa perpendiculaire BF 3. pieds, 6. pouces, qui produiront (ſelon l'onziéme propoſition du ſecond Chapire de ce troiſiéme Livre donnée dans la page 72.) 43. pieds quarrez & 94. pouces quarrez, dont on prendra la moitié 21. pieds quarrez, & 119. pouces quarrez pour la ſuperficie du triangle iſocele BEC.

Alors ſi l'on ſouſtrait, à ce triangle iſocele BEC ſa ſuperficie 21. pieds & 119. pouces quarrez de la ſuperficie du ſecteur BEDC 58. pieds quarrez, 130. pouces quarrez, & 72. lignes quarrées, il reſtera 37. pieds quarrez, 11. pouces quarrez, & 72. lignes quarrées pour le ſegment propoſé A. Ce qu'il falloit trouver.

PLANCHE LXXII.



METHODE DE MESURER LES PETITS SEGMENS.

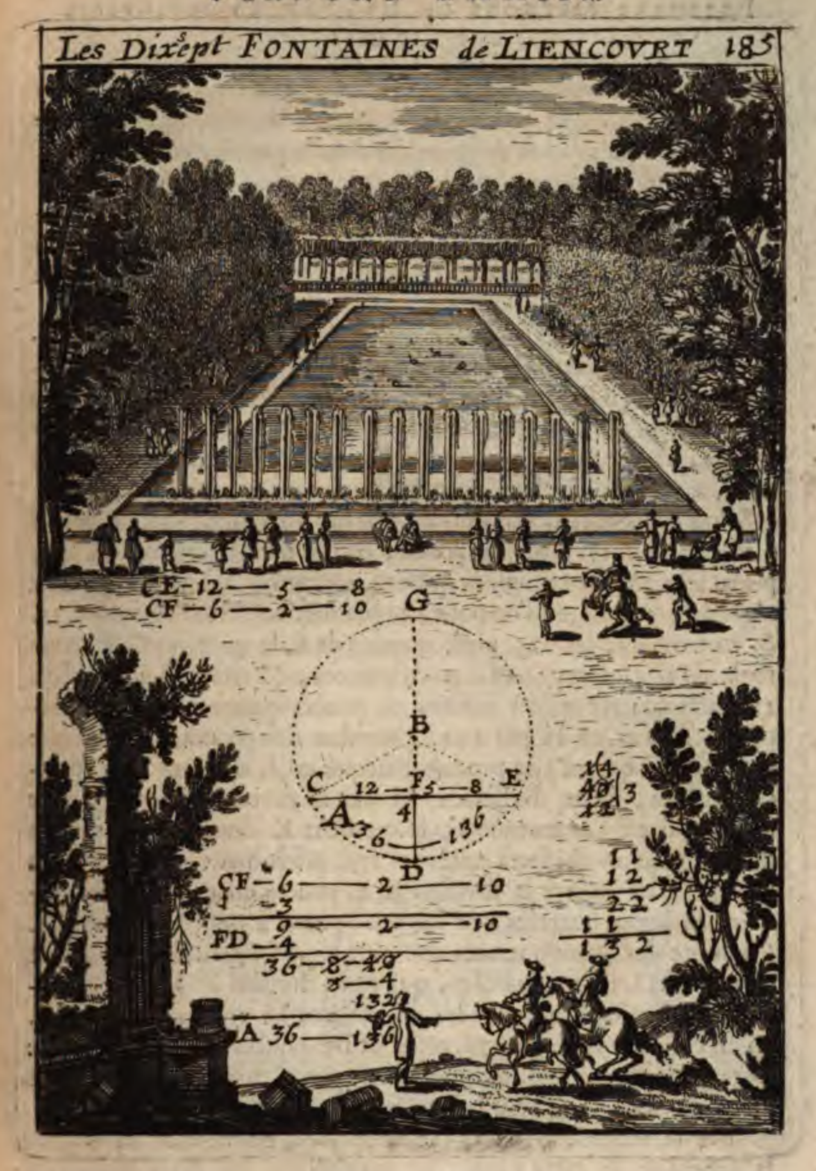
REGLE. Quand le ſegment d'un cercle eſt fort petit, on le meſure en ajoûtant à la moitié de la longueur de ſa corde les trois quarts de la longueur de ſa fléche, & leur ſomme totale ſe multiplie par toute la longueur de la fléche, le produit qui en vient eſt la ſuperficie du petit ſegment.

Exemple. On veut avoir le contenu du ſegment A, duquel la corde CE eſt ſuppoſée longue de 12. pieds, 5. pouces, 8. lignes, & la fléche FD de 4. pieds. Cela obſervé,

En ſuivant la régle ci-deſſus donnée, on prendra de la corde CE 12. pieds, 5. pouces & 8. lignes, ſa moitié CF, 6. pieds, 2. pouces, 10. lignes, & à cette moitié on ajoûtera 3. pieds qui ſont les trois quarts de la fléche FD 4. pieds, leur ſomme totale 9. pieds, 2. pouces, 10. lignes ſe multipliera par 4. longueur de toute la fléche FD, qui produiront (ſelon la régle ci-deſſus donnée, & ſelon la quinziéme propoſition donnée ci-devant la page 80.) 36. pieds & 136. pouces quarrez, *exemple* A, pour la ſuperficie du ſegment A.

On remarquera qu'on appelle ordinairement petits ſegmens, les portions de cercle, qui ont leur fléche au-deſſous du quart de leur diametre, & que comme celuy de noſtre exemple a ſa fléche FD de 4. pieds, & par conſequent plus grande que le quart de ſon diametre DG 15. pieds, c'eſt ce qui fait que ſon calcul eſt un peu plus foible que celui de la page précedente, qui lui eſt égal en ſuperficie; mais quand les ſegmens ſeront plus petits, leur calcul en viendra plus fort & plus juſte: d'ailleurs ces methodes ne donnent pas les ſuperficies dans leur derniere préciſion, à cauſe que la vraye ſuperficie des cercles n'eſt pas encore trouvée, & neanmoins les Géometres ne laiſſent pas de s'en ſervir dans quelques occaſions.

Planche LXXIII.



PREMIERE METHODE DE MESURER LA SUPERFICIE DES OVALES.

REGLE. On multipliera le grand diametre de l'ovale, par ſon petit diametre leur produit ſervira de troiſiéme terme, pour faire une régle de trois (ſelon Archimede) dont le premier terme ſera 14. & le ſecond 11. le quotient de la régle de trois donnera la ſuperficie de l'ovale propoſée. Ou bien par une autre régle, on multipliera le produit des deux diametres, par 785. & l'on diviſera ce ſecond produit par 1000. Le quotient donnera la ſuperficie de l'ovale.

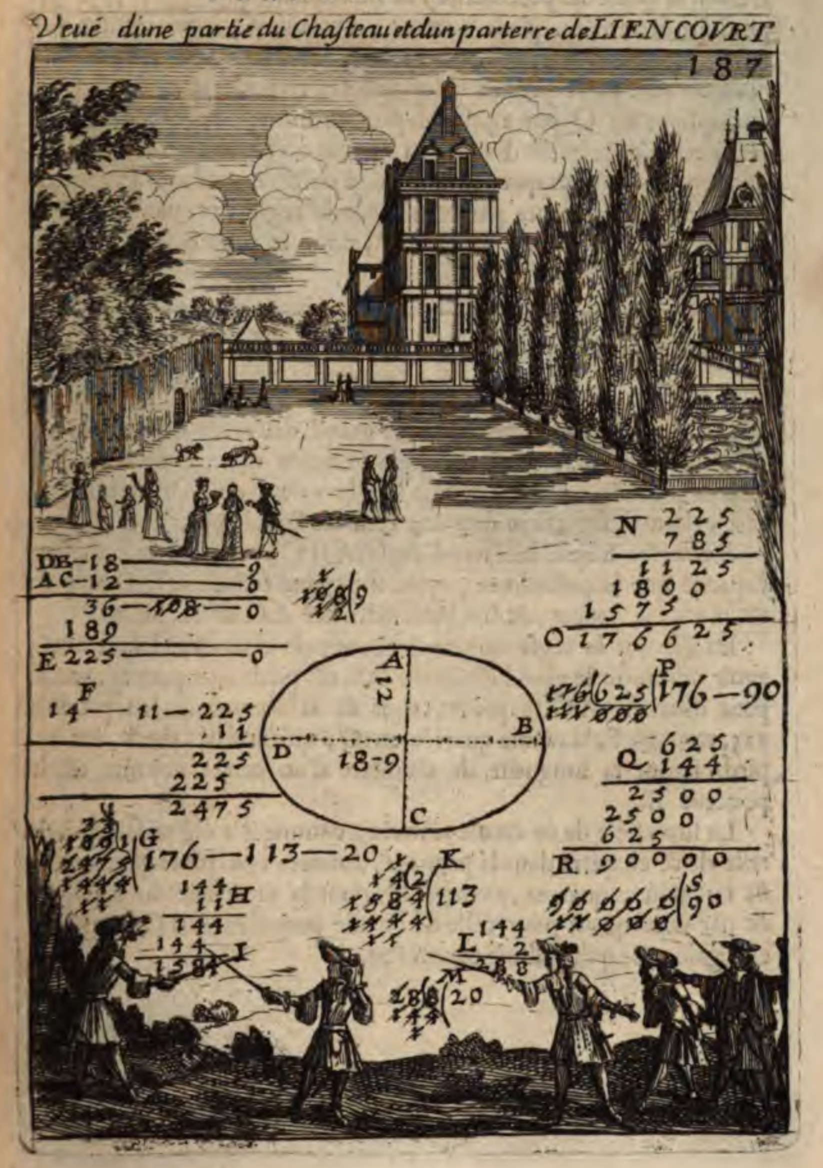
Exemple. Une perſonne de la premiere qualité, qui a fait conſtruire dans un pavillon d'un de ſes chaſteaux, un ſallon de la figure ovale ABCD, dont le grand diametre DB eſt long de 18. pieds, 9. pouces, & le petit diametre AC de 12. pieds, demande, voulant faire paver ce ſallon avec du marbre blanc & noir, combien il y aura de pieds quarrez.

Selon la régle ci-deſſus donnée, multipliez la longueur du grand diametre DB 18. pieds, 9. pouces, par le petit diametre AC 12, pieds, leur produit 225. pieds quarrez, *exemple* E, ſervira à faire une régle de trois en F, où l'on poſera au premier terme 14. au ſecond 11. & au troiſiéme les 225. pieds quarrez de E, le quotient G de cette régle de trois donnera 176. pieds quarrez, & reſtera à la diviſion 11. pieds quarrez qu'on reduira en pouces quarrez, en les multipliant à part en H par 144. (nombre des pouces quarrez que vaut 1. pied quarré) le produit marqué en I, donnera 1584. pouces quarrez, qu'on diviſera en K par le diviſeur de la régle de trois, qui eſt 14. marqué F, le quotient K donnera 113. pouces quarrez, qu'on chiffrera aprés les 176. pieds quarrez de G; mais comme il eſt reſté à la diviſion K 2. pouces quarrez, on les reduira en lignes quarrées, en les multipliant à part en L par 144. (nombre des lignes quarrées que vaut 1. pouce quarré) le produit donnera 288. lignes quarrées, qui étant diviſées en M, par le diviſeur ordinaire F 14. viendra au quotient M 20. lignes quarrées, qu'on chiffrera aprés les 176. pieds & 113. pouces quarrez de G. De ſorte qu'on aura 176. pieds quarrez 113. pouces quarrez, & 20. lignes quarrées, *exemple* G, pour la ſuperficie de l'ovale propoſée ABCD.

Par la ſeconde régle ci-deſſus donnée, on connoiſtra encore la ſuperficie de cette ovale, en multipliant les deux diametres de l'ovale DB 18. pieds, 9. pouces, & AC 12. pieds l'un par

PLANCHE LXXIV.

Veuë d'une partie du Chasteau et d'un parterre de LIENCOURT



l'autre, & leur produit 225. pieds quarrez, (comme il eſt marqué en E dans la planche précedente) ſe multipliera en N, par 785. qui produiront 176625. pieds quarrez, *exemple* O, qui diviſez par 1000. en P, viendra au quotient 176. pieds quarrez, & reſtera à la diviſion 625. pieds quarrez qu'on reduira en pouces quarrez, en les multipliant en Q par 144. qui produiront 90000. pouces quarrez, *exemple* R, qu'on diviſera en S par le diviſeur 1000. viendra au quotient 90. pouces quarrez, qui étant chiffrez aprés les 176. pieds quarrez de P, on aura par cette ſeconde régle 176. pieds quarrez & 90. pouces quarrez, *exemple* P, pour la ſuperficie de l'ovale ABCD.

SECONDE METHODE DE MESURER LA SUPERFICIE DES OVALES.

REGLE. Ayant multiplié le grand diametre de l'ovale par ſon petit diametre, on tirera la racine quarrée de la ſomme de leur produit, & cette racine ſera la valeur d'un diametre d'un cercle dont ſa ſuperficie donnera celle de l'ovale propoſée.

Exemple. Soit à meſurer l'ovale A B C D qui eſt de la meſme capacité que la précedente, ayant ſon grand diametre D B long de 18. pieds, 9. pouces, & ſon petit diametre A C de 12. pieds.

En ſuivant la régle que nous venons de donner, il faut aprés avoir multiplié le grand diametre DB, 18. pieds, 9. pouces, par le petit diametre A C 12. pieds, tirer de la ſomme de leur produit 225, *exemple* F, la racine quarrée en G, qui ſera 15. pieds, ces 15. pieds ſeront la longueur du diametre d'un cercle comme eſt le ponctué E.

La ſuperficie de ce cercle trouvée, comme il a été enſeigné à la teſte de ce chapitre dans la page 166. donnera 176. pieds quarrez, & & 111. pouces quarrez, *exemple* H, pour la ſuperficie du cercle E, & par conſequent pour celle de l'ovale propoſée A B C D qui lui eſt égale. Ce qu'il falloit connoiſtre.

Planche LXXV.



METHODE DE MESURER LES OVALES IRREGULIERES, OU LENTICULES.

REGLE. On diviſera l'ovale, ou la lenticule à meſurer en pluſieurs petits ſegmens, triangles, quarrez, &c. dont on meſurera la ſuperficie, comme il a été enſeigné dans les chapitres précedens de ce III. Livre ; l'addition de toutes ces figures particulieres donnera le contenu de l'ovale irreguliere ou lenticule propoſée.

Exemple. Soit à meſurer l'ovale irreguliere, ou lenticule A, laquelle, ſelon la régle ci-deſſus donnée, a été diviſée dans les deux petits ſegmens B C F, & B C G, par la corde où le grand diametre B C 15. pieds, & le petit G F 7. pieds, ſçavoir 3. pieds pour la fléche E F, & 4. pieds pour celle de E G. Cela ſuppoſé,

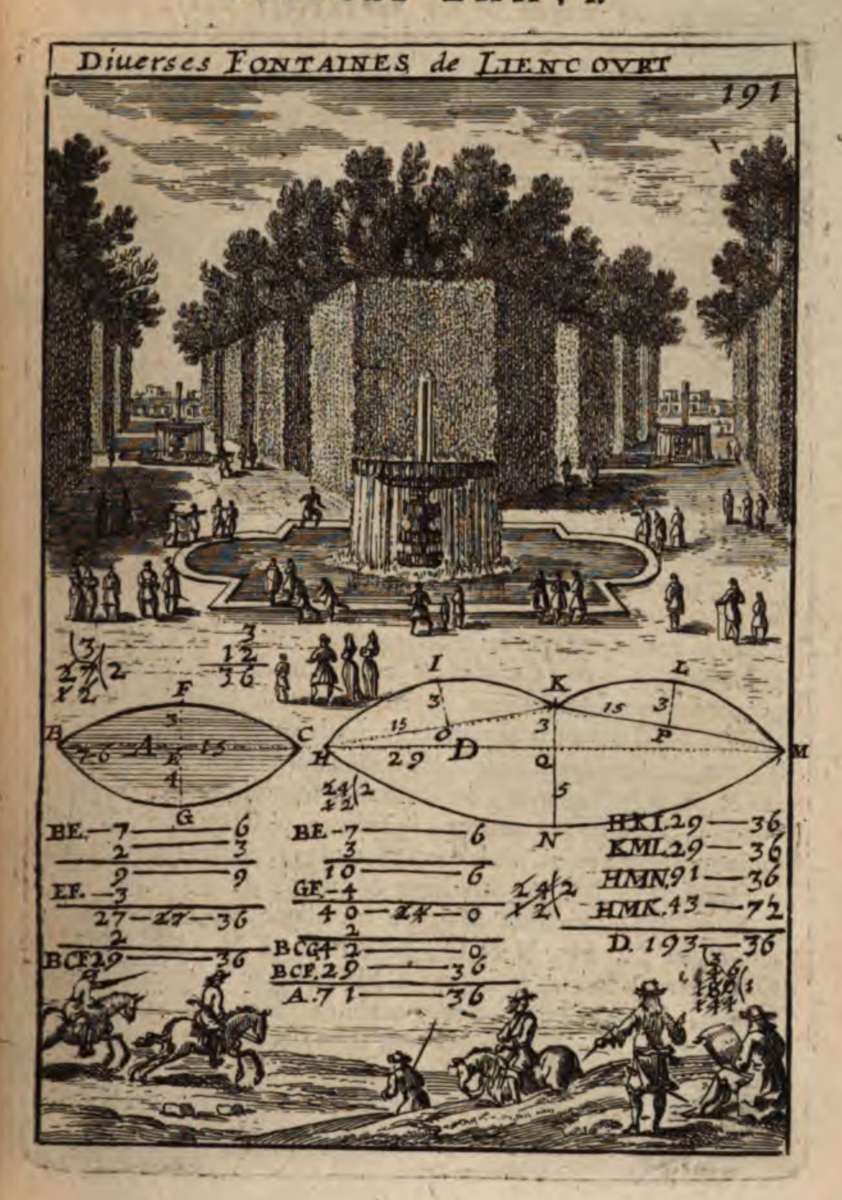
On connoiſtra premierement le petit ſegment B C F (ainſi qu'il a été enſeigné ci-devant page 184.) c'eſt-à-dire qu'à la longueur B E 7. pieds, 6. pouces, moitié de la corde B C 15. pieds, on ajoûtera 2. pieds, 3. pouces, qui ſont les trois quarts de la fléche E F 3. pieds.

Puis on multipliera leur ſomme totale 9. pieds, 9. pouces, par la longueur de la fléche E F 3. pieds, leur produit 29. pieds quarrez, & 36. pouces quarrez, ſera le contenu du petit ſegment BCF.

On en fera de meſme pour le ſegment B C G, le produit 42. pieds quarrez ſera le contenu du ſegment B C G, comme il eſt marqué dans le ſecond calcul. De ſorte que ſi à ce ſegment BCG 42. pieds quarrez, on ajoûte le contenu du ſegment BCF 29. pieds, & 36. pouces quarrez, on aura 71. pieds quarrez & 36. pouces quarrez pour la ſuperficie de l'ovale, ou lenticule irreguliere A.

Pour venir à la connoiſſance de la lenticule D, on tracera les cordes H M, H K, & K M, qui y formeront les trois ſegmens H K I, K M L, H M N, & le triangle iſocele HMK, qui étant tous meſurez à part, ſelon la longueur de leurs cordes, fléches, & côtez, on aura pour le contenu du ſegment HKI 29. pieds quarrez, & 36. pouces quarrez ; pour celui de KML auſſi 29. pieds quarrez, 36. pouces quarrez ; pour celui de HMN 91. pieds quarrez, 36. pouces quarrez ; & enfin pour le triangle iſocele HMK 43. pieds quarrez, 72. pouces quarrez ; de ſorte que ſi on additionne toutes ces ſuperficies, leur ſomme totale 193. pieds quarrez, 36. pouces quarrez ſera la ſuperficie de la lenticule D. Ce qu'il falloit trouver.

Planche LXXVI.



METHODE DE MESURER LA SUPERFICIE DES FIGURES, QUI SONT BORNÉES DE PLUSIEURS LIGNES COURBES.

REGLE. Pour arpenter une figure qui est bornée de plusieurs lignes courbes, il la faut reduire sous quelques figures rectilignes, soit en retranchant de sa capacité, ou en y ajoûtant quelques segmens, afin que la mesure & l'évaluation de ces parties augmentées donnent la mesure de la figure proposée.

Exemple. Soit à mesurer la superficie curviligne & ombrée A, qui est bornée des trois lignes courbes D C B, B G F, & F E D.

En suivant la régle que nous venons de donner, on tirera à la figure A les trois droites D B, B F & F D, pour former le triangle rectiligne D F B, qui est équilateral selon cet exemple, à cause que ses trois lignes ou jambes D B, B F, & F D sont égales, chacune étant de 15. pieds. Cela supposé,

Il faut (ainsi qu'il a été enseigné dans le III. Chapitre de ce III. Livre) mesurer la superficie du triangle équilateral D F B, qui ayant sa base B F de 15. pieds, & sa perpendiculaire H D de 13. pieds, 4. pouces, & 4. lignes, aura pour sa superficie 100. pieds quarrez & 30. pouces quarrez, étant calculez selon la quinziéme proposition donnée ci-devant dans la page 80.

Alors remarquez que les trois segmens DBC, DFE, & BFG ayant leur corde de 15. pieds, & leur fléche de trois pieds, sont par consequent chacun égaux au petit segment de la page précedente BCF, qui a pour sa superficie 29. pieds quarrez, & 36. pouces quarrez ; de sorte que si du triangle équilateral DFB 100. pieds quarrez & 30. pouces quarrez, on soustrait le segment D B C 29. pieds quarrez, & 36. pouces quarrez, le reste 70. pieds quarrez, & 138. pouces quarrez (ou 71. pieds quarrez, moins 6. pouces quarrez) sera la superficie de la figure curviligne & ombrée A.

Si on vouloit mesurer la figure curviligne X, on tracera de ses angles L, M, N & O, les droites L M, L N, N O, O M, pour y former le trapeze L M O N, & les deux segmens L M P, & N O Q, qui seront mesurez chacun en particulier, comme il a été enseigné ci-devant dans les pages 124. & 184. Puis on soustraira de leur somme totale la mesure des deux segmens vuides L N R, & M O S, le reste de leur soustraction sera le contenu de la figure curviligne X.

Planche LXXVII.



LA GEOMETRIE PRATIQUE.

LIVRE TROISIE'ME.

CHAPITRE VII.

De la Planimetrie, ou Arpentage, qui montre à mesurer la superficie des Corps Spheriques, & Mixtes.

IL eſt abſolument neceſſaire, avant que de commencer les pratiques de ce Chapitre, d'eſtre averti qu'on ne peut venir à la connoiſſance de la ſuperficie des corps ſpheriques, & des corps mixtes, qu'on ne ſçache auparavant combien ils ont de diametre, ou bien quel eſt le pourtour de leur circonference, afin que par la connoiſſance de l'un ou de l'autre, on vienne à celle de la ſuperficie de leur cercle, qui ſert à connoiſtre la ſuperficie des corps ſpheriques.

METHODE DE MESURER LA SUPERFICIE DES GLOBES, BOULES, OU SPHERES.

RÉGLE. On multipliera une des plus grandes circonferences du globe par ſon diametre, le produit ſera la ſuperficie du globe, *Archimede en la 30. du 1. de la Sphere & du Cylindre.*

Exemple. L'on demande à un Doreur combien une Boule, comme la marquée A, a de pieds quarrez dans ſa ſuperficie, ayant ſon diametre E C de 15. pieds, & ſa plus grande circonference B C D E de 47. pieds, 1. pouce, 8. lignes.

On multipliera cette grande circonference B C D E de 47. pieds, 1. pouce, 8. lignes, par ſon diametre E C, 15. pieds, leur produit 707. pieds quarrez, & 12. pouces quarrez ſera la ſuperficie de la boule A.

Archimede donne encore une autre régle pour trouver la ſuperficie des globes, ſçavoir de multiplier la ſuperficie de leur plus grand cercle par 4. De ſorte que ſi l'on veut (ſelon cette ſeconde régle) connoiſtre la ſuperficie du meſme globe A, qui a ſon diametre E C de 15. pieds, & ſa plus grande circonference B C D E de 47. pieds, 1. pouce, 8. lignes, on trouvera (comme il a été enſeigné ci-devant dans la page 166.) que ſur tel diametre ou ſur une telle circonference, le cercle eſt de 176. pieds quarrez, & 111. pouces quarrez : ainſi l'on multipliera par 4. les 176. pieds quarrez & 111. pouces quarrez, ſuperficie du cercle B C D E, leur produit 707. pieds quarrez & 12. pouces quarrez ſera la ſuperficie du globe ou boule propoſé A.

Il y a encore une troiſiéme régle pour trouver la ſuperficie du globe A, mais un peu plus foible : en multipliant ſon diametre E C; 15. pieds par lui-meſme, pour avoir ſon quarré 225. pieds, qu'on multipliera toûjours par 314. qui produiront 70650. pieds quarrez, qui étant diviſez par 100. le quotient donnera 706. pieds quarrez ; mais comme il reſte 50. pieds quarrez à cette diviſion, on les reduira en pouces quarrez, & on aura 7200. pouces quarrez, qui étant diviſez par le diviſeur 100. donneront encore 72. pouces quarrez ; de ſorte qu'on aura par cette troiſiéme régle 706. pieds quarrez, & 72. pouces quarrez pour la ſuperficie de la boule A.

USAGE.

On peut, ſelon ces régles, meſurer la ſuperficie de toutes ſortes de boules, globes, &c. de telle grandeur & matiére qu'ils puiſſent eſtre, & meſme le dedans de ceux qui ſont creux.

PLANCHE LXXVIII.



METHODE DE CONNOISTRE LA SUPERFICIE DES DEMIGLOBES, BOULES, &c.

REGLE. Si l'on veut connoiſtre la ſuperficie convexe d'un demiglobe, on viendra d'abord (par les régles de la page précedente) à la connoiſſance de la ſuperficie du globe entier, dont on prendra la moitié pour la ſuperficie du demiglobe propoſé.

Exemple. On veut meſurer la ſuperficie convexe du demiglobe, ou moitié de boule A, qui a ſon diametre B D long de 15. pieds, il s'enſuivra que la circonference de ce globe ſera de 47. pieds, 1. pouce, 8. lignes, & la ſuperficie de ce meſme globe de 707. pieds quarrez, & 12. pouces quarrez (ainſi qu'il a été enſeigné dans la page précedente.) De ſorte que ſi de cette ſuperficie 707. pieds quarrez & 12. pouces quarrez, l'on prend la moitié 353. pieds quarrez & 78. pouces quarrez, on aura la ſuperficie convexe du demiglobe, ou boule A, comme il eſt chiffré en F.

On connoiſtra auſſi la ſuperficie des demiglobes, boules, &c. par une autre régle, en multipliant la demicirconference par le diametre; le produit ſera la ſuperficie propoſée.

Exemple. On aura la ſuperficie convexe du meſme demiglobe A, en multipliant, comme nous venons de dire, ſa demicirconference B C D 23. pieds, 6. pouces, 10. lignes, par 15. pieds longueur du diametre B D; leur produit 353. pieds quarrez & 78. pouces quarrez ſera la ſuperficie du demiglobe A, ainſi qu'il eſt chiffré à coſté de D.

Enfin pour un troiſiéme exemple, ſi des 706. pieds quarrez, & 721. pouces quarrez, qui ont été trouvez par la troiſiéme régle de la page précedente pour la ſuperficie de tout le globe A, on en prenoit la moitié 353. pieds quarrez & 36. pouces quarrez, cette moitié ſeroit la ſuperficie du demiglobe A, mais un peu plus foible qu'elle ne doit eſtre.

USAGE.

Par ces régles, on viendra à la connoiſſance des ſuperficies tant exterieures qu'interieures des Dômes, Chapelles, grottes, berceaux de caves, & autres lieux bâtis ou cintrez en rond.

PLANCHE LXXIX.



METHODE DE MESURER LA SUPERFICIE CONVEXE DES SEGMENS DE GLOBES, &c.

REGLE. On multipliera la grande circonference de leurs globes, ou celle qui sera formée sur la rondeur des segmens, par la partie de l'axe ou diametre contenuë dans les segmens proposez, le produit sera la superficie des segmens de globes.

Exemple. On aura la superficie convexe du petit segment A, qui a la circonference de son globe, ou celle qui seroit formée sur sa rondeur comme B C D E, de 47. pieds, 1. pouce, 8. lignes, il s'ensuivra que son diametre E C en aura 15. & comme la partie C F de ce diametre E C, contenuë dans le segment proposé, est longue de la cinquiéme partie de son diametre 15. pieds, elle aura donc 3. pieds de longueur. Cela observé,

En suivant la régle ci-dessus donnée, on multipliera 47. pieds, 1. pouce, 8. lignes, valeur de la grande circonference BCDE, par les 3. pieds de CF partie du diametre EC, & contenuë dans le segment à mesurer, le produit de leur multiplication 141. pieds quarrez, & 60. pouces quarrez sera la superficie du petit segment proposé A.

Si l'on veut connoistre la superficie du grand segment X qui reste pour former le globe, il n'y a qu'à suivre la mesme régle, c'est-à-dire, multiplier le pourtour de la grande circonference du globe, ou de celle qui se formeroit sur la rondeur du segment, qui est selon nostre exemple, de 47. pieds, 1. pouce, 8. lignes, par la partie du diametre 12. pieds, comprise dans le segment X; le produit de la multiplication 565. pieds quarrez & 96. pouces quarrez donnera la superficie du grand segment X.

Si l'on ajoûte les sommes de ces deux segmens, on trouvera pour la superficie de leur globe 707. pieds quarrez, & 12. pouces quarrez.

USAGE.

Par cette régle, on viendra à la connoissance de la superficie exterieure & interieure des couppolles, dômes, &c. soit qu'ils soient plus ou moins enflez que des demiboules.

PLANCHE LXXX.

CASCADES de LIENCOVRT

201

BCDE-47 — 1 — 8

CF — 3

141 — 3 — 24 — 0

6 — 60

A 141 — 60 — 0 B

47 — 1 — 8

X

12

E 15 12

A C

47 — 1 — 8

12

94 — 96 — 0

471

565 — 96 — 0 X

141 — 60 — 0 A

707 — 12 — 0

METHODE DE MESURER LA SUPERFICIE DES ZONES REGULIERES DES CORPS SPHERIQUES.

I. REGLE. Il faut d'abord connoiſtre la ſuperficie d'un des deux ſegmens du globe qui ne contient point toute la zone, & meſurer la ſuperficie du ſegment qui comprend la zone qu'on veut meſurer, afin qu'en ſouſtrayant la ſuperficie du ſegment ſans zone, de la ſuperficie du ſegment qui comprend la zone, le reſte ſoit la ſuperficie de la zone propoſée.

II. Régle. On multipliera la plus grande circonference du globe par la partie du diametre, qui eſt compriſe dans la largeur de la zone, le produit ſera auſſi la ſuperficie de la zone propoſée.

Exemple. Si l'on veut connoiſtre la ſuperficie de la zone reguliere B K L D qui environne le globe A, dont le diametre E C eſt de 15. pieds, & la plus grande circonference B C D E de 47. pieds, 1. pouce, 8. lignes.

Selon la premiere régle ci-deſſus donnée, on cherchera la ſuperficie du petit ſegment B D E; de ſorte qu'on multipliera la circonference du globe BCDE 47. pieds, 1. pouce, 8. lignes, par 6. pieds, longueur de la partie EG du diametre E C, compriſe dans le ſegment B D E, on aura au produit 282. pieds quarrez, & 120. pouces quarrez pour la ſuperficie de ce petit ſegment B D E. Enſuite on aura la ſuperficie du grand ſegment K L E, en multipliant la circonference du globe B C D E 47. pieds, 1. pouce, 8. lignes, par les 9. pieds de la partie EH du diametre EG, compriſe dans ce ſegment, qui produiront 424. pieds quarrez, & 36. pouces quarrez pour la ſuperficie de ce grand ſegment K L E. Alors ſouſtrayez le petit ſegment B D E 282. pieds quarrez, & 120. pouces quarrez, du grand ſegment K L E 424. pieds quarrez, & 36. pouces quarrez, le reſte 141. pieds quarrez, 60. pouces quarrez ſera la ſuperficie de la zone reguliere & propoſée B K L D.

En ſuivant la ſeconde régle ci-deſſus donnée, on aura encore la ſuperficie de cette zone, en multipliant en M la grande circonference du globe B C D E 47. pieds, 1. pouce, 8. lignes, par les 3. pieds de la partie G H du diametre E C, compriſe dans cette zone B K L D; le produit de cette multiplication donnera 141. pieds quarrez, & 60. pouces quarrez pour la ſuperficie de la zone BKLD. Ce qu'il falloit connoiſtre.

PLANCHE LXXXI.



METHODE DE MESURER LA SUPERFICIE DES ZONES, OU BANDES IRREGULIERES DES CORPS SPHERIQUES.

REGLE. Il faut d'abord connoiſtre la ſuperficie du ſegment de globe qui ne contient point la zone, & enſuite meſurer le ſegment qui comprend la zone irreguliere qu'on veut meſurer; afin qu'en ſouſtrayant la ſuperficie du ſegment ſans zone, de la ſuperficie du ſegment qui comprend la zone, le reſte ſoit la ſuperficie de cette zone demandée.

Exemple. Si l'on veut connoiſtre la ſuperficie de la zone irreguliere B C E D qui environne le globe A, dont le diametre eſt long de 15. pieds, & la plus grande circonference B C E D F G de 47. pieds, 1. pouce, 8. lignes.

Selon la régle ci-deſſus donnée, on cherchera d'abord la ſuperficie du petit ſegment B D G, en multipliant (ainſi qu'il a été enſeigné ci-devant dans la page 200.) la circonference du globe B C E D F G 47. pieds, 1. pouce, 8. lignes, par 5. pieds longueur de la partie GH du diametre, compriſe dans ce ſegment, qui produiront 235. pieds quarrez, & 100. pouces quarrez pour la ſuperficie du petit ſegment B D G.

Enſuite on aura la ſuperficie du grand ſegment C E F qui eſt formé du ſegment BDG, & de la zone irreguliere BCED, en multipliant la circonference du globe B C E D F G 47. pieds, 1. pouce, 8. lignes, par 12. pieds longueur de la partie FI du diametre, compriſe dans ce grand ſegment C E F, qui produiront 565. pieds quarrez, & 96. pouces quarrez pour la ſuperficie de ce grand ſegment C E F.

Alors ſouſtrayez les 235. pieds quarrez, & 100. pouces quarrez qu'a la ſuperficie du petit ſegment BDG, de celle du grand ſegment C E F 565. pieds quarrez, & 96. pouces quarrez, le reſte 329. pieds quarrez, & 140. pouces quarrez ſera la ſuperficie de toute la zone irreguliere B C E D qui environne le globe A. Ce qu'il falloit connoiſtre.

PLANCHE LXXXII.



METHODE DE MESURER LA SUPERFICIE DES CYLINDRES.

EXEMPLE. Le Concierge d'un Château ayant remarqué que le Colombier A (qui eſt une tour de figure cylindrique) periſſoit inſenſiblement, à cauſe que les pluyes cavoient les joints des pierres ; pour y remedier, s'eſt aviſé de propoſer à ſon Maiſtre de faire crepir à chaud & à ciment toute la ſuperficie de ce colombier : aprés en avoir obtenu ſon conſentement, & voulant faire marché avec un Maiſtre Maçon, il demande combien la ſuperficie de ce colombier peut avoir de pieds quarrez.

Pour réſoudre cette queſtion, on meſurera au colombier A, ſa hauteur B C, qu'on trouvera, ſelon cet exemple, de 21. pieds, & ſon pourtour C D E* de 44. pieds. Cela ſuppoſé,

On multipliera la hauteur BC 21. pieds, par le pourtour CDE* 44. pieds, le produit 924. pieds quarrez ſera la ſuperficie convexe ou exterieure du colombier A. Ce qu'il falloit connoiſtre.

Si l'on vouloit avoir la ſuperficie interieure de ce meſme colombier, ou de tout autre corps creux de la figure d'un cylindre, il n'y a qu'à ſuivre la meſme methode, en prenant en dedans ſa hauteur & ſon pourtour, à cauſe que la ſuperficie d'un cylindre n'eſt qu'un parallelogramme arrondi, ainſi qu'il ſe peut obſerver au parallelogramme B B C D E* C, qui eſt de la meſme hauteur & du meſme pourtour que le colombier A.

Mais ſi le cylindre eſtoit irregulier, c'eſt-à-dire s'il avoit une de ſes extrémitez coupée par un plan oblique, comme eſt l'extrémité du cylindre marqué F, alors il faudroit meſurer à ce cylindre irregulier F ſa hauteur depuis ſa baſe, juſqu'où il eſt tronqué, ſçavoir la hauteur I K qui eſt ſuppoſée, ſelon cet exemple, de 13. pieds, qu'on multipliera par le pourtour du cylindre G H I* 44. pieds, qui donneront 572. pieds quarrez.

Puis on ſouſtraira de toute la hauteur du cylindre GL 21. pieds, la hauteur IK 13. pieds, & avec leur reſte 8. on multipliera le pourtour 44. pieds, pour du produit qui en viendra 352. en prendre la moitié 176. que l'on additionnera à la ſomme de la premiere multiplication 572. pieds quarrez, dont la ſomme totale 748. pieds quarrez ſera la ſuperficie du cylindre irregulier F. Ce qu'il falloit connoiſtre.

Planche LXXXIII.



METHODE DE MESURER LA SUPERFICIE CONVEXE DES CONES.

REGLE. On aura la ſuperficie d'un Cone, en multipliant le pourtour de ſa baſe par la longueur de ſon côté, la moitié du produit ſera la ſuperficie demandée.

Exemple. Dans un certain Bourg, un clocher qui portoit ſa fléche, ou ſa pointe extrémement haute, ayant été reduit en cendre par l'effet d'un coup de foudre, un Gentilhomme du lieu également charitable & genereux, en ayant fait conſtruire un autre à ſes frais, comme le marqué A, qui a ſa pente ou ſon côté BE long de 24. pieds, & la circonference de ſa baſe BCD* de 19. pieds; deſirant le faire couvrir de plomb, demande combien la ſuperficie convexe de ce clocher a de pieds quarrez. On viendra à cette connoiſſance en multipliant (ſelon la régle ci-deſſus donnée) la circonference de la baſe du clocher BCD* 19. pieds, par ſon côté BE 24. pieds; leur produit ſera 456. pieds quarrez, dont la moitié 228. ſera le nombre des pieds quarrez que contient la ſuperficie exterieure du clocher A qui eſt de la figure d'un cone.

La meſme régle ſervira pour connoiſtre les ſuperficies concaves des cones.

Si l'on veut avoir la ſuperficie de la baſe du cone, on ſuivra la régle donnée dans le chapitre précedent, page 166. pour connoiſtre la ſuperficie des cercles, dont les circonferences ſont connuës.

METHODE

PLANCHE LXXXIV.



METHODE DE MESURER LA SUPERFICIE DES CONES TRONQUEZ.

REGLE. On additionnera les deux demidiametres des cercles qui font les extrémitez du cone tronqué, leur somme totale se multipliera par la valeur du côté du cone, & de leur produit on tirera la racine quarrée, qui sera la valeur d'une ligne moyenne proportionnelle entre les deux demidiametres pris comme une seule ligne, & le côté du cone: cette moyenne proportionnelle servira de demidiametre pour décrire un cercle dont la superficie sera égale à celle du cone tronqué. *Archimede prop. 16. du 1. de la Sphere, & du Cylindre.*

Exemple. On veut connoistre la superficie du cone tronqué A, qui a le diametre de sa base BE de 8. pieds, & celui de sa superficie tronquée CG, de 6. pieds, & son côté BÇ de 8. pieds.

En suivant la Régle ci-dessus donnée, on ajoûtera la longueur des deux demidiametres des extrémitez du cone tronqué, puis on multipliera leur somme totale 7. pieds, par le costé ou longueur BC 8. pieds, & de leur produit 56. on tirera la racine quarrée qui donnera 7. pieds $\frac{2}{3}$: mais comme on a pris un peu fort les mesures du cone A, on ne prendra que 7. pieds, 6. pouces pour la longueur d'un rayon ou demidiametre, comme est HI, avec lequel on décrira le cercle HKLM, dont la superficie est égale à celle du cone tronqué A.

Pour avoir la superficie de ce cercle (puisqu'on en connoist le demidiametre HI de 7. pieds, 6. pouces) on doublera son diametre HL 15. pieds, & par ce diametre on connoistra (ainsi qu'il a été enseigné dans le chapitre précedent, page 162.) sa circonference de 47. pieds, 1. pouce, 8. lignes, duquel le contenu (ainsi qu'il a été enseigné ci-devant, page 166.) se trouvera de 176. pieds quarrez, & 111. pouces quarrez pour la superficie du cone tronqué.

USAGE.

Par cette methode on connoistra la superficie interieure & exterieure tant de la maçonnerie, que des ardoises, plombs, &c. de tous les corps creux ou solides qui sont de la figure d'un cone droit & tronqué.

PLANCHE LXXXV.



METHODE DE MESURER LES SUPERFICIES DES MONTAGNES, VALLE'ES, &c.

REGLE. S'il se trouvoit par hazard des montagnes arrondies en segmens de globe, quarts de globe, ou demiglobe, on mesurera leur superficie, ainsi qu'il a été enseigné dans les premieres pages de ce VII. chapitre.

Exemple. Si l'on veut mesurer la superficie du terrain A, qui approche fort de la figure d'un demiglobe, ayant la rondeur BCD de 23. pieds, 6. pouces, 10. lignes, ou bien la circonference de son pied BED* de 47. pieds, 1. pouce, 8. lignes, ou la longueur de son diametre B D de 15. pieds.

En suivant la régle donnée dans la page 198. on trouvera que la superficie du terrain A, consideré comme demiglobe, sera de 353. pieds quarrez, & 78. pouces quarrez.

Mais si le sujet à mesurer étoit plat, ou en talu d'un côté, & rond de l'autre, ainsi qu'est le terrain I F; pour lors on arpentera sa partie plate I, comme l'on a enseigné ci-devant à mesurer les parties des cercles; & quant à la partie convexe F, on en connoistra la superficie convexe comme si elle estoit un demiglobe, (ainsi que nous l'avons enseigné ci-devant dans la page 198.) pour prendre la moitié du produit qui seroit la mesure de la partie ronde, à cause que le terrain convexe proposé est de la figure du quart d'un globe; l'addition des sommes donnera (autant que faire se peut) la mesure de la superficie du terrain I F.

Si le terrain convexe étoit petit, ou qu'il s'étendit plus en longueur qu'en largeur, comme sont les deux buttes G & H, alors il faudroit suivre les régles de l'arpentage des segmens de globes données dans ce chapitre, page 200.

Enfin, on remarquera que comme le fond des vallées est plat ou courbé, les parties plates se mesureront comme des figures rectilignes, & les courbées comme les parties des globes, à cause que les superficies des vallées qui ont leur profondeur en rond, sont comme des montagnes renversées ou creusées dans les terres: ou bien en se servant des piquets & cordeaux, on enfermera leurs superficies dans diverses petites figures, qui étant chacune mesurées en particulier, l'addition de leurs sommes donnera la superficie du terrain à arpenter.

Planche LXXXVI.



REMARQUES SUR LES SUPERFICIES PLATTES ET RONDES.

ON sçait qu'entre les terrains plats & spheriques d'une mesme longueur, pourtour, ou circuit, celui qui est spherique ou rond, a plus de superficie que le terrain plat; neanmoins il est bon de remarquer qu'ils ne contiennent pas plus d'édifices, ou plus de maisons les uns que les autres, à cause que les maisons ne se construisent pas à plomb sur les pentes des montagnes, comme elles sont représentées sur la superficie de la montagne G, où elles ne pourroient estre élevées ainsi sans se renverser; mais quelles se bâtissent à plomb sur le rez de chaussée ou niveau de la campagne, sans avoir égard à la pente du terrain sur lequel elles sont élevées, comme il se peut observer aux forts A & D, & plus distinctement à la montagne H & à la ruë I, où l'on voit que leurs fondemens doivent aller à plomb sur l'horizon: d'où l'on remarquera que les villes situées sur des hauteurs, ou dans des plaines, & sur une mesme longueur de diametre, comme sont celles de A & de D, qui ont chacune leur diametre BC & EF d'une mesme longueur, n'ont pas plus de maisons d'une mesme mesure, mais qu'à la verité les maisons élevées sur les hauteurs se distinguent mieux que celles qui sont bâties dans des plaines.

C'est aussi ce que Polybe a voulu expliquer dans le IX. Livre de son Histoire, en traitant par digression les principales maximes de la science d'un General d'Armée, quand cet Historien dit, parlant de l'aspect des Villes.

Car la pluspart estiment que celles qui sont situées dans les vallées & sur les montagnes contiennent plus de maisons que celles qui sont bâties dans un lieu plat. Mais il n'en est pas comme ils le pensent; car les maisons que l'on bâtit en des lieux semblables sont élevées en droite ligne, non pas suivant la pente des lieux, mais eu égard à la superficie platte sur quoy les montagnes s'élevent. En effet, supposé que toutes les maisons qui sont bâties à l'entour, & au-dessus de ces montagnes, viennent toutes à une mesme hauteur, il est certain qu'étant de niveau elles feront une mesme superficie, qui sera égale & parallele à la superficie du plan sur lequel sont les fondemens des maisons & le pied de ces montagnes.

PLANCHE LXXXVII.



LA
GEOMETRIE
PRATIQUE.

LIVRE TROISIE'ME.

CHAPITRE VIII.

De la Planimetrie ou Arpentage, qui montre la methode de transfigurer la ſuperficie des Figures Planes.

COMME le nouveau Géometre pourroit ſe former quelque doute ſur les pratiques de ce VIII. Chapitre, à cauſe des differentes figures qu'on y enſeigne à donner aux Plans, ſans neanmoins en augmenter ni diminuer leur contenu ou ſuperficie; c'eſt ce qui nous engage de donner à la ſuite de chaque exemple ſa démonſtration (ſelon les propoſitions d'Euclide) afin qu'il s'en puiſſe ſervir en temps & lieu.

METHODE DE REDUIRE UN TRIANGLE DANS UN RECTANGLE.

REGLE. Si le triangle eſt équilateral comme eſt le marqué A B C, & qu'on veuille ſur le coſté C B faire un rectangle : diviſez ſes deux autres coſtez A C & A B en deux parties égales aux points D & E, puis tirez de part & d'autre la droite indéterminée D E qui ſe trouvera parallele au coſté C B; enſuite du point A, deſcendez ſur C B la perpendiculaire A F, remarquez où elle a coupé D E en G; portez D G de D en H, & EG de E en I; tirez les droites HC & IB, alors le parallelogramme HIBC ſera rectangle égal au triangle équilateral A B C, & fait ſur le coſté propoſé C B. *Ce problême ſe démontre par les 15. & 4. proſitions du premier livre d'Euclide.*

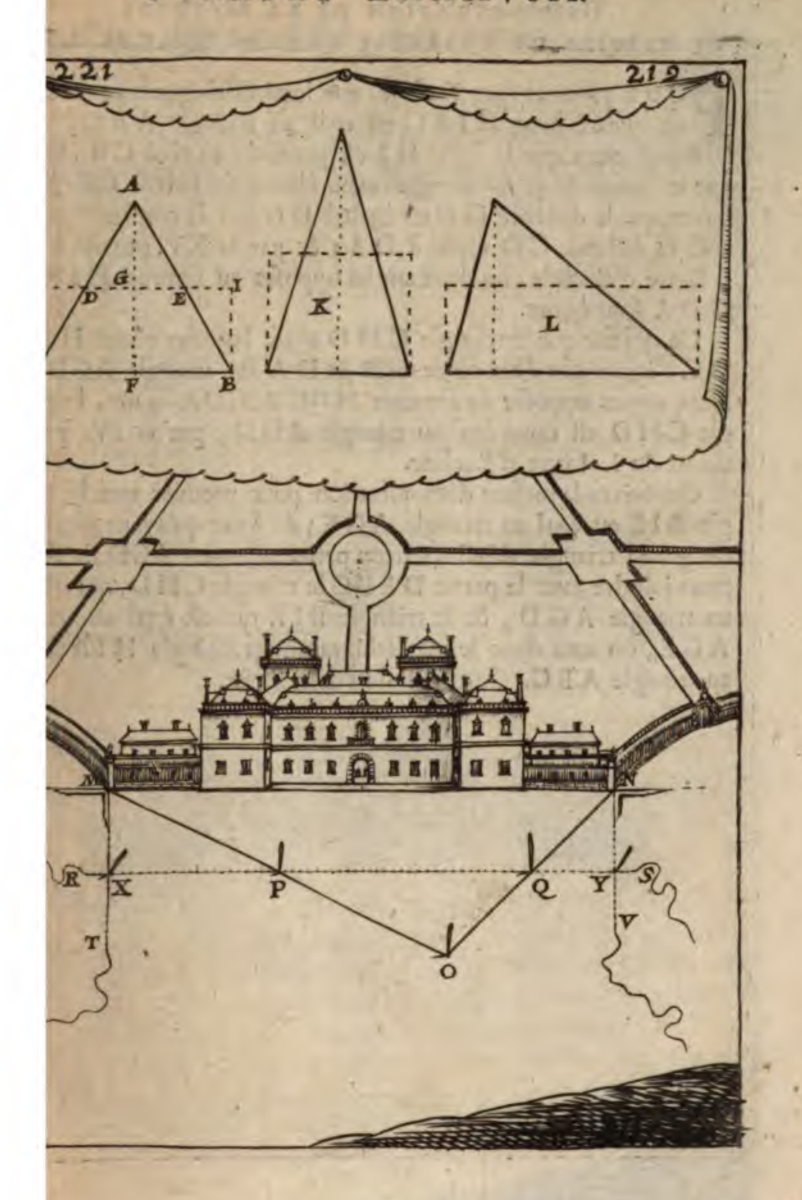
On obſervera que cette régle eſt univerſelle pour tous les triangles rectilignes, ainſi qu'il ſe peut remarquer dans les triangles iſocele K & ſcalene L.

Exemple. Un particulier ayant fait bâtir une maiſon de campagne, a remarqué que le terrain qui lui reſte pour ſon jardin le long de la face de derriere de ſa maiſon M N, eſt d'une figure triangulaire MNO qui lui paroiſt bizarre; & comme il ſouhaiteroit rendre ſon jardin plus regulier, & ſur cette meſme face MN, en lui donnant la figure d'un quarré long; il s'eſt accommodé avec ſon voiſin, à condition d'un preſent & de ne prendre de ſes terres qu'autant qu'en contient le triangle M N O.

Pour réſoudre ce problême, plantez des piquets aux angles de la terre triangulaire M N O; diviſez le coſté MO en deux parties égales au point P, & celui de N O en Q; faites tendre un cordeau par les points P Q, comme eſt le cordeau R S, il ſera parallele à la face M N.

Enſuite (par le moyen d'une équerre ou d'un autre inſtrument) faites tomber ſur la face M N, à ſes deux extremitez M & N, les deux perpendiculaires MT & N V; remarquez où elles croiſent le cordeau R S aux points X & Y, alors la figure MNYX ſera un rectangle conſtruit le long de la face MN, & qui contient préciſément dans ſa ſuperficie autant de terrain que le triangle M N O.

PLANCHE LXXXVIII.



DEMONSTRATION DE LA METHODE DE REDUIRE UN TRIANGLE DANS UN QUARRÉ-LONG.

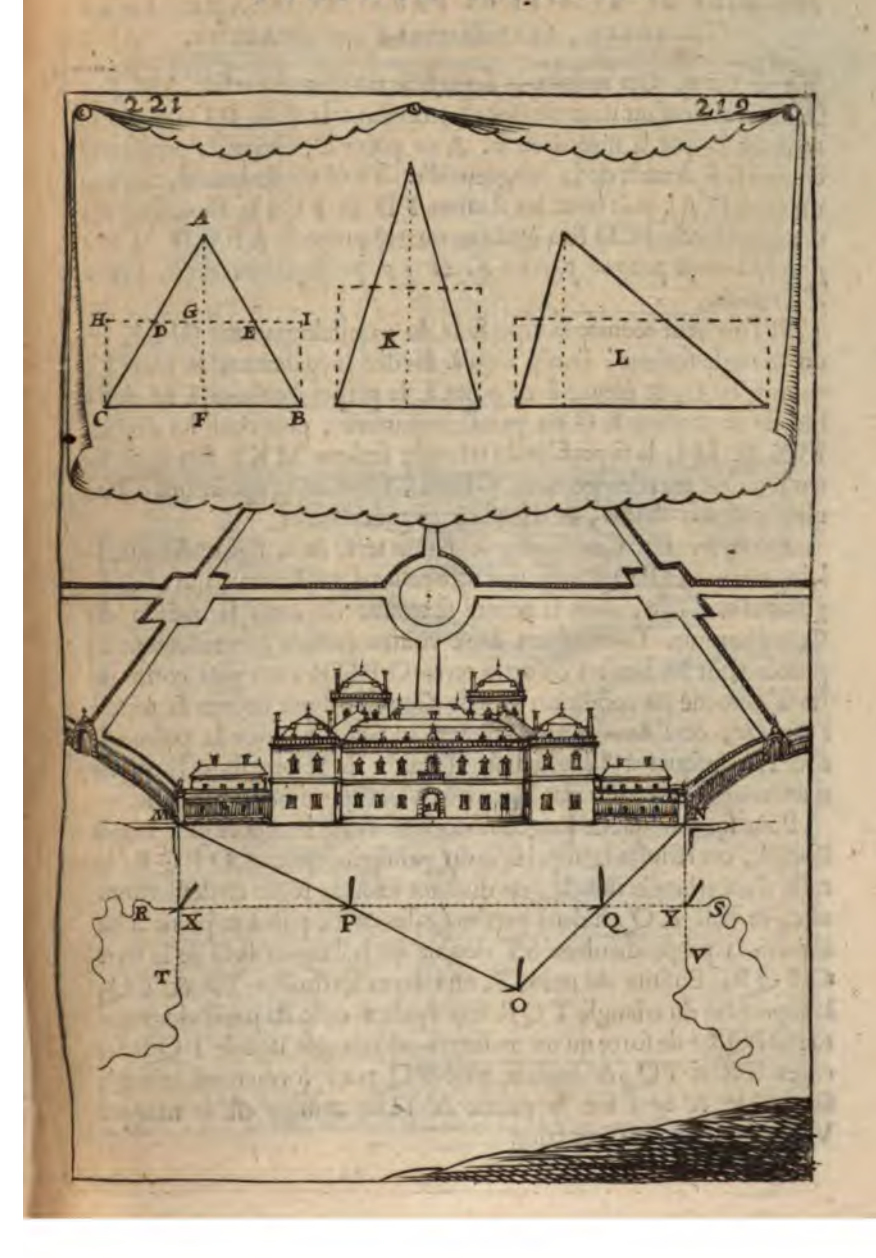
POUR prouver (par Euclide) que le parallelogramme rectangle ou quarré-long H I B C est égal au triangle A B C,

Remarquez que la ligne H I est parallele au côté C B, à cause que les points D & E sont également élevez sur la base C B: & observez que la distance H D est égale à D G par la construction, & aussi la distance C D égale à D A; & par la XV. proposition du I. Livre d'Euclide, les deux angles opposez au sommet H D C & G D A sont égaux.

Ce qui fait que le triangle C H D ayant les deux côtez H D & D C égaux aux deux côtez G D & D A du triangle AGD, & leurs angles opposez au sommet HDC & GDA égaux, le triangle C H D est donc égal au triangle A G D, par la IV. proposition du I. Livre d'Euclide.

On suivra la mesme démonstration pour prouver que le triangle B I E est égal au triangle A G E; de sorte qu'ayant retranché du grand triangle ABC les deux petits triangles AGD & AGE, pour joindre avec la partie D E B C le triangle C H D, qui est égal au triangle A G D, & le triangle B I E qui est égal au triangle A G E, on aura donc le parallelogramme rectangle H I B C égal au triangle A B C. Ce qu'il falloit démontrer.

Planche LXXXIX.



METHODE DE REDUIRE UN PARALLELOGRAMME EN UN TRIANGLE, SOIT ISOCELE OU SCALENE.

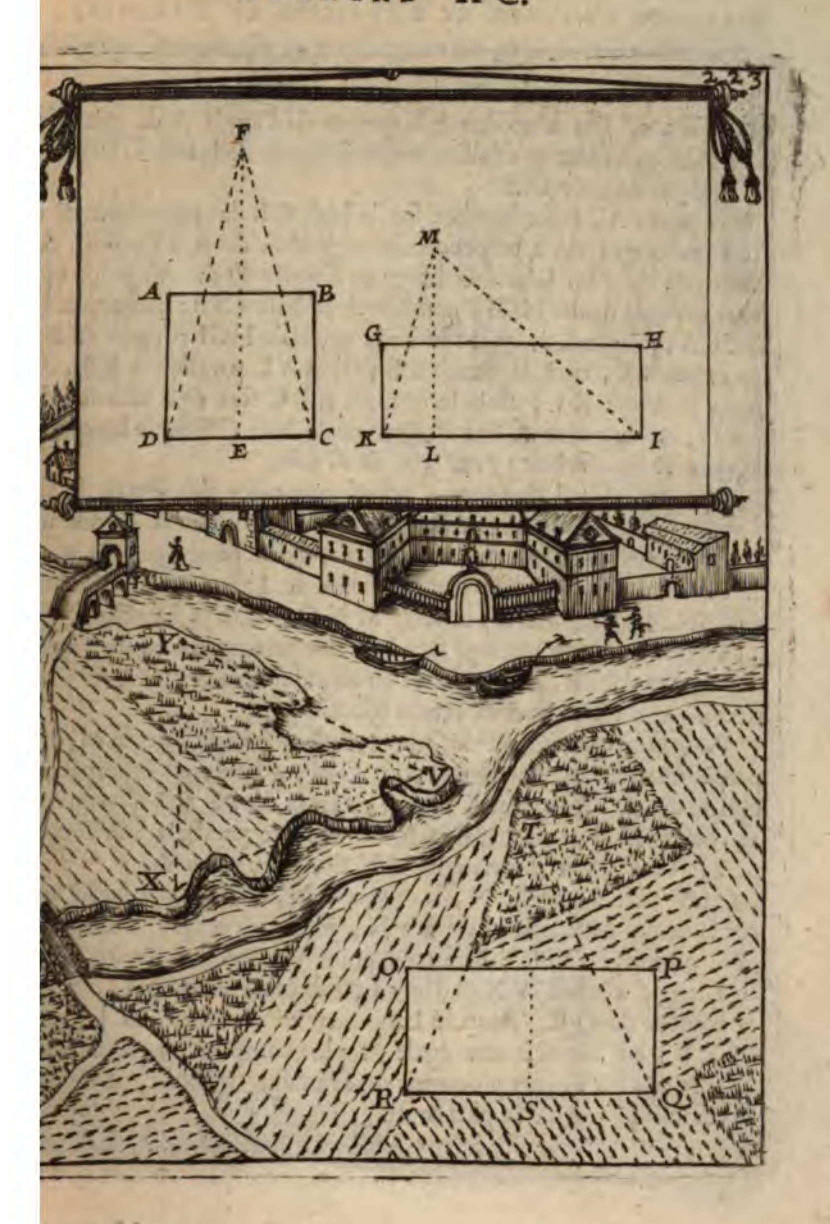
REGLE. On reduira la ſuperficie du quarré parfait ABCD, en celle d'un triangle iſocele; diviſant la baſe DC du quarré ABCD par la moitié en E. A ce point E, élevez la perpendiculaire EF double de la longueur d'un des côtez du quarré, comme du côté DA, puis tirez les droites FD & FC; la ſuperficie du triangle iſocele FCD ſera égale au quarré propoſé ABCD. *Cette propoſition ſe prouve par les 4. & 15. propoſitions du I. Livre d'Euclide.*

Si l'on veut reduire la ſuperficie du parallelogramme GHIK en un triangle ſcalene, il n'y a qu'à diviſer inégalement la baſe KI comme en L, & élever à ce point L la perpendiculaire LM double de la largeur KG du parallelogramme, puis tirer les droites MK & MI, la ſuperficie du triangle ſcalene MKI ſera égale au contenu du parallelogramme GHIK, ſelon les propoſitions d'Euclide citées ci-deſſus, & dans la page précedente.

Exemple. Un Gentilhomme a une terre de la figure du parallelogramme OPQR, ſituée entre celles d'un Avocat, qui eſt Seigneur d'une Iſle, dont la pointe ſe trouve vis-à-vis la maiſon du Gentilhomme. Comme ces deux voiſins étoient journellement en procés pour les limites de cette terre OPQR, un ami commun les a accordé, à condition que le Gentilhomme cedera ſa terre à l'Avocat, & l'Avocat abandonnera au Gentilhomme la pointe de ſon Iſle juſques à l'évaluation d'autant de terre (ſous la figure d'un triangle iſocele) que la terre du Gentilhomme en contient.

Pour ſçavoir quelle longueur doivent avoir les côtez du triangle iſocele, on reduira la ſuperficie du parallelogramme OPQR en celle d'un triangle iſocele, en diviſant ſelon la régle ci-deſſus donnée, la baſe RQ en deux parties égales en S, puis à ce point S on élevera la perpendiculaire ST double de la largeur RO de la terre OPQR. Enſuite du point T, on tracera les droites TR & TQ, la ſuperficie du triangle TQR ſera égale à celle du parallelogramme OPQR : de ſorte qu'on meſurera au triangle iſocele TQR ſes côtez TR & TQ, & auſſi la baſe RQ pour former un triangle ſemblable & égal ſur la pointe de l'Iſle comme eſt le marqué VXY. Ce qu'il falloit faire.

PLANCHE XC.



METHODE D'ÉLEVER ET D'ABAISSER UN TRIANGLE, *selon une longueur donnée, sans augmenter ou diminuer la superficie du Triangle.*

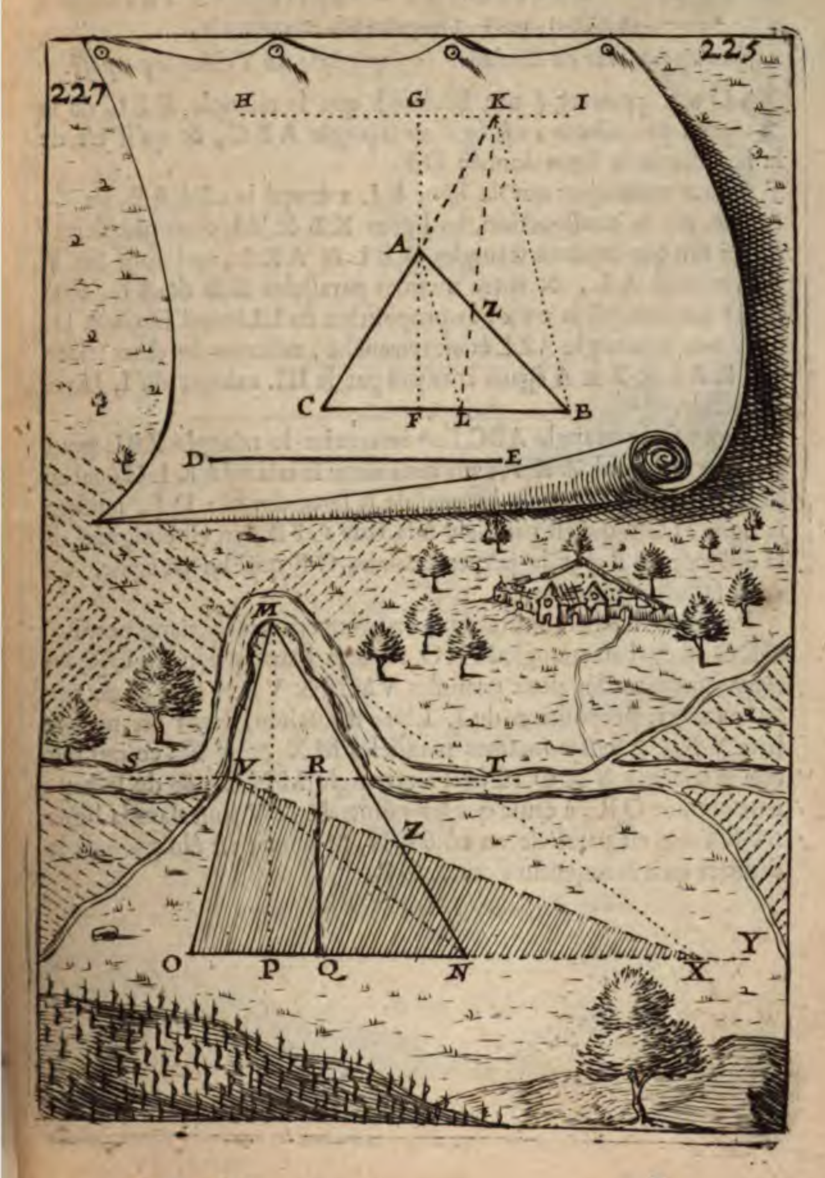
REGLE. On veut élever la pointe de l'angle A du triangle ABC, en sorte qu'elle soit autant éloignée de la base CB qu'est la longueur donnée D E.

Du point A, faites tomber sur la base CB la perpendiculaire AF; prolongez cette perpendiculaire au-delà de A à l'infini, & limitez-là de F en G par la longueur donnée DE. Au point G, faites passer la droite HGI, parallele à la base CFB; prolongez le côté CA, jusques à ce qu'il touche la parallele HGI comme en K, De ce point K, tirez la droite KB; faites AL parallele à KB, & tracez la droite KL; alors le triangle KLC sera égal au triangle ABC, & le point A sera éloigné de la base CB de la longueur donnée DE. *Euclide 15. & 37. du I. Liv.*

Exemple. Un Laboureur a acheté une piece de terre de la figure du triangle MNO, laquelle par sa pointe M forme un grand coude au chemin; les grands Voyers pour faire la voye plus droite, sont tombez d'accord avec le Laboureur, qu'en reduisant la hauteur MP de sa terre MNO, selon la hauteur QR, on lui changera son heritage sans lui faire perdre neanmoins l'étenduë de son terrain, puisqu'on lui en abandonnera autant vers l'extrémité Y qu'il en cedera vers le chemin M.

Pour faire cette reduction, tracez de la pointe de la terre M, une perpendiculaire sur son côté opposé ON, comme est la perpendiculaire MP. Au point R, faites passer la droite SRT parallele au côté ON de la terre; remarquez où cette parallele SRT coupera le côté OM du triangle MNO, comme en V, pour de ce point V tirer à celui de N, la droite VN, & de la pointe M tracer la droite MX, parallele à VN, jusques à ce qu'elle touche le côté prolongé ON. Enfin du point V, tracez la droite VX, le triangle ombré VXO sera égal à celui de MNO, & de la hauteur de QR. Ainsi le Laboureur en abandonnant la partie MZV, en acquiert une égale & plus commode dans la partie ZXN; & les Voyers procurent un avantage au public, en rendant le chemin plus droit & plus court.

PLANCHE XCI.



DEMONSTRATION
DE LA METH. D'E'LEVER, ET D'ABAISSER UN TRIANGLE SELON UNE LONGUEUR DONNE'E,
sans augmenter ou diminuer la superficie du Triangle proposé.

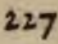
POUR prouver (par Euclide) que le triangle K L C de la page précedente, est égal au triangle A B C, & qu'il est de la hauteur de la ligne donnée D E.

Il faut remarquer que la ligne K L a coupé le côté A B, en Z, & que, par la constrution, les lignes K B & AL sont paralleles; ce qui fait que les deux triangles A B L & A K L, qui sont sur la mesme base A L, & entre mesmes paralleles K B & A L, sont égaux entr'eux par la XXXVII. proposition du I. Livre d'Euclide. De sorte que le triangle AZL étant retranché, resteront les deux triangles Z B L & Z K A égaux entr'eux par le III. axiome du I. Livre d'Euclide.

Alors si du triangle ABC l'on retranche le triangle ZBL pour prendre son égal Z K A, on aura donc le triangle K L C égal au triangle A B C, & de la hauteur de la ligne donnée D E, puisque la ligne H G I qui est parallele à la base C F B, en est éloignée de la distance D E par la perpendiculaire G F qui lui est égale. Ce qu'il falloit démontrer.

Par la mesme démonstration, on prouvera que le triangle ombré VXO est égal au triangle MNO & de la hauteur donnée QR, en remarquant que les deux triangles VMN & VXN sont égaux par la XXXVII. proposition du I. Livre d'Euclide, étant sur mesme base V N, & entre mesmes paralleles M X & V N; ce qui fait que le triangle V X O est égal au triangle M N O, & de la hauteur donnée Q R, à cause que les points R & V sont dans la ligne SVRT qui est parallele au côté ON, & qui en est éloignée de la distance qu'a la longueur donnée Q R.

PLANCHE XCII.



METHODE DE REDUIRE LES TRAPEZES, ET TRAPEZOÏDES EN TRIANGLES.

REGLE. Pour reduire le trapeze ABCD en un triangle, dont on veut que la hauteur ſoit égale à celle de ce trapeze,

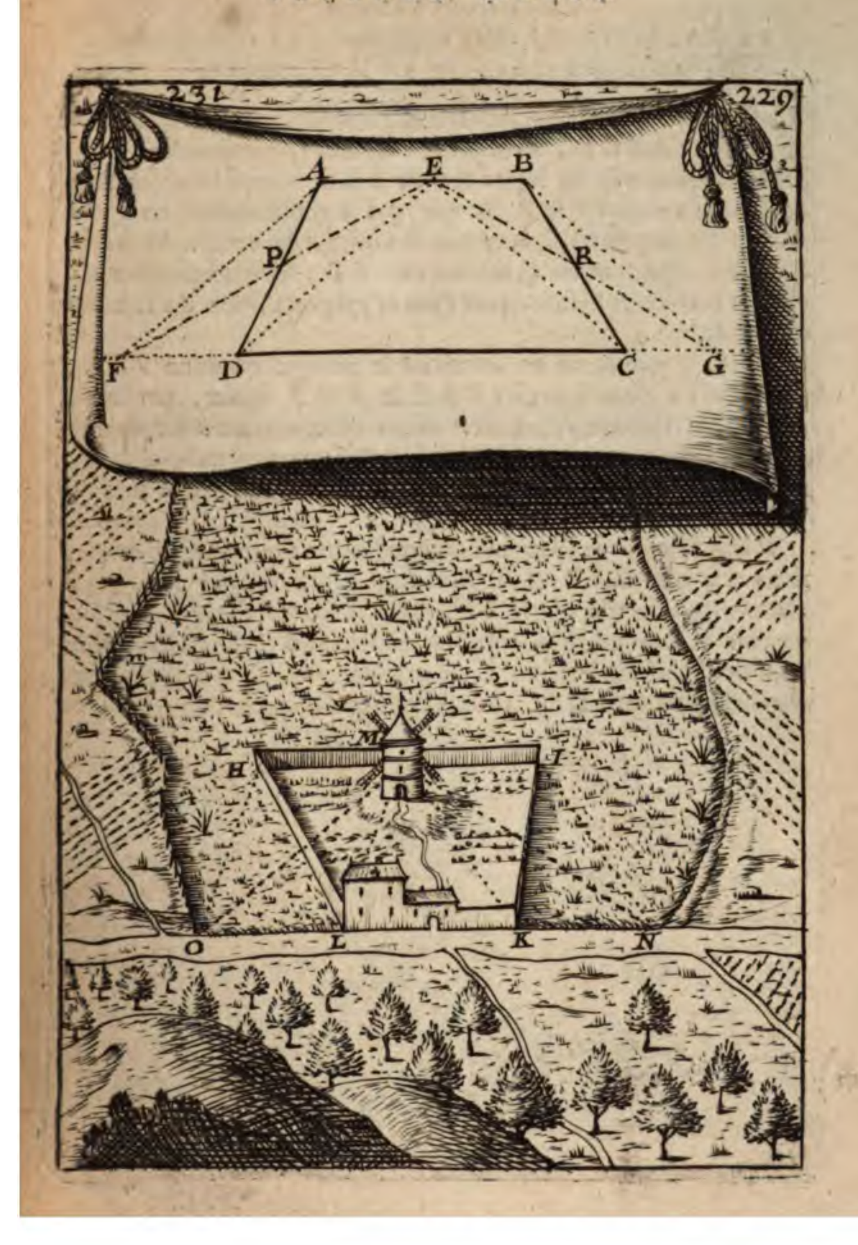
Déterminez dans un des longs côtez du trapeze un point où vous voulez l'angle du ſommet du triangle, comme dans le côté AB, le point E; de ce point E, tirez aux extrémitez de la baſe DC les droites ED & EC, & prolongez de part & d'autre la baſe DC : puis du point A, menez une parallele à ED juſques à ce qu'elle coupe la baſe du trapeze prolongé en F; & pareillement du point B, tracez BG parallele à EC. Enfin tirez les droites EF & EG, pour avoir le triangle EGF égal au trapeze ABCD, & de meſme hauteur que le trapeze. *Euclide 37. du I. Liv.*

Exemple. Un Meûnier poſſede un petit terrain de la figure du trapeze HIKL, dont le côté LK eſt borné par un grand chemin, & les autres côtez par une garenne qui appartient au Seigneur du lieu; ce Seigneur ayant remarqué que le lapin en allant au gagnage du côté du grand chemin, étoit pris ou tué par les paſſans, a fait dire au Meûnier qu'il eût à s'étendre le long du grand chemin ſous la figure d'un triangle, & qu'il lui abandonneroit autant de terrain de ce côté-là qu'il en quitteroit vers le dedans de la garenne; ce que le Meûnier a accepté, à la charge que ſon moulin demeurera où il eſt en M, faiſant la pointe ou un des angles de ſon heritage.

Pour faire cette reduction; (ſelon la régle ci-deſſus donnée) on prolongera à droit & à gauche le côté LK, & on tirera du point M, pris contre le mur HI, les droites ML & MK; puis du point H on tracera juſques ſur le bord du grand chemin la ligne HO parallele à ML; & du point I on tracera IN parallele à MK. Enfin l'on tirera les droites MO & MN, alors le triangle MNO (nouvel heritage du Meûnier) ſera égal au terrain du trapeze HIKL. Ce qu'il falloit faire.

On ſuivra la meſme régle pour reduire un trapezoïde en un triangle.

PLANCHE XCIII.



DEMONSTRATION
DE LA METHODE DE REDUIRE LES TRAPEZES
ET TRAPEZOÏDES, EN TRIANGLES.

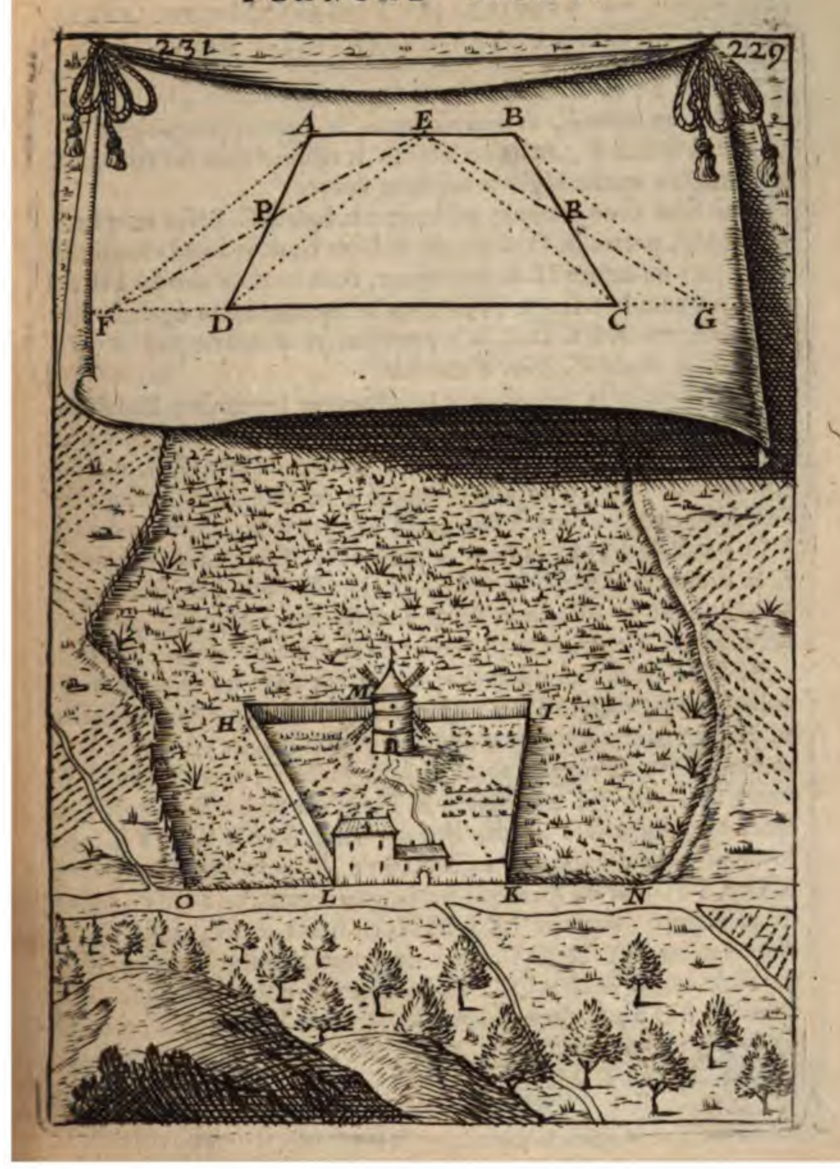
POUR prouver (par Euclide) que le triangle EGF eſt égal au trapeze ABCD, & de meſme hauteur que ce trapeze.

Remarquez que les lignes EF & EG ont coupé les côtez AD & BC aux points P & R, & que, par la conſtruction, les lignes ED & AF ſont paralleles ; ce qui fait que les deux triangles AED & FDE, qui ſont ſur la meſme baſe ED, & entre meſmes paralleles ED & AF ſont égaux, par la 37. propoſition du I. Livre d'Euclide.

De ſorte que ſi on en retranche le triangle commun PED, reſteront les deux triangles PAE & PDF égaux, par le 3e. axiome du I. Livre d'Euclide. Alors obſervez que ſi du trapeze ABCD, l'on retranche le triangle PAE, pour prendre ſon égal PDF, on aura le trapeze EBCF égal au trapeze ABCD. Cela obſervé,

Il faut ſe ſervir de la meſme démonſtration pour prouver que les deux triangles REB & RGC ſont égaux ; ce qui fera qu'en abandonnant le triangle REB, pour prendre ſon égal RGC, on aura le triangle EGF égal au trapeze ABCD, & de meſme hauteur, puiſque le point E eſt pris dans ſon côté AB, qui eſt parallele à ſa baſe DC. Ce qu'il falloit démontrer.

PLANCHE XCIV.



METHODE DE REDUIRE LES FIGURES MULTILATERES EN TRIANGLES, ET PREMIEREMENT LE PENTAGONE.

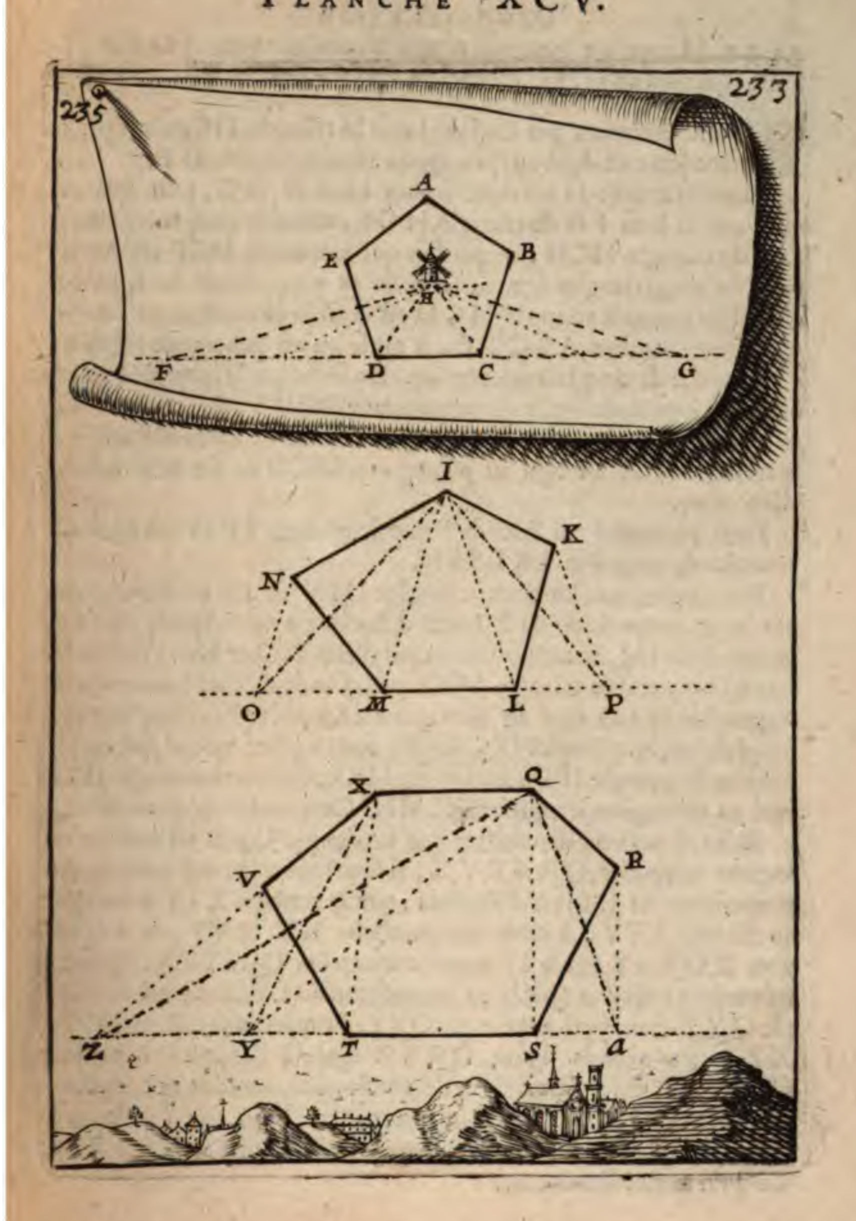
EXEMPLE. Si le Moulin de la page précedente, lequel étoit dans un quarré, se trouvoit dans la figure pentagone & reguliere ABCDE, & qu'on voulût la reduire dans un triangle, on demande quelle régle il faudroit suivre.

Pour faire cette pratique, prolongez la base DC, & sur cette base prolongée, portez de D en F, & de C en G, deux fois la longueur DC; puis du centre H du pentagone, tirez les deux droites HF & HG, on aura le triangle HGF dont la superficie sera égale à celle du pentagone ABCDE. *Ce problême se démontre par la 38. du I. & la 9. du V. Liv. d'Euclide.*

Pour reduire la superficie du pentagone irrregulier IKLMN en celle d'un triangle, prolongez de part & d'autre tel côté que vous voudrez du pentagone proposé, comme le côté ML qui lui sert de base: puis d'un angle opposé à ce côté ML, comme de l'angle I, tirez les droites IM & IL; du point N, tracez la droite NO parallele à IM, & tirez la ligne IO. Tracez aussi du point K la droite KP parallele à IL, & tirez la ligne IP: le triangle IPO aura sa superficie égale à celle du pentagone proposé IKLMN. *Ce problême se prouve selon Euclide par la 37. du I.*

Si l'aire de la figure à reduire en triangle étoit un exagone irregulier, *exemple* QRSTVX, il faudroit, comme on a fait ci-dessus au pentagone irregulier, prolonger de part & d'autre un de ses cotez comme TS, & tirer du point X la ligne XT, puis du point V tracer la droite VY parallele à XT, & du point X tirer XY; alors cette ligne XY tiendra lieu des deux côtez XV & VT, & formera avec les quatre autres côtez le pentagone irregulier XQRSY, dont on formera un triangle, comme on a fait ci-dessus du pentagone irregulier IKLMN, en tirant de son angle Q les deux droites QY & QS, pour du point X tracer la droite XZ parallele à QY, & tirer QZ. Enfin tracez du point R la ligne R*a* parallele à QS, & tirez la ligne Q*a*; alors le triangle Q*a*Z est égal au pentagone irregulier XQRSY, & partant à l'exagone proposé QRSTVX.

Planche XCV.



DEMONSTRATION DE LA METH. DE REDUIRE LES FIGURES MULTILATERES EN TRIANGLES, ET PREMIEREMENT LE PENTAGONE.

POUR prouver (par Euclide) que le triangle HGF de la page précedente eſt égal au pentagone regulier ABCDE,

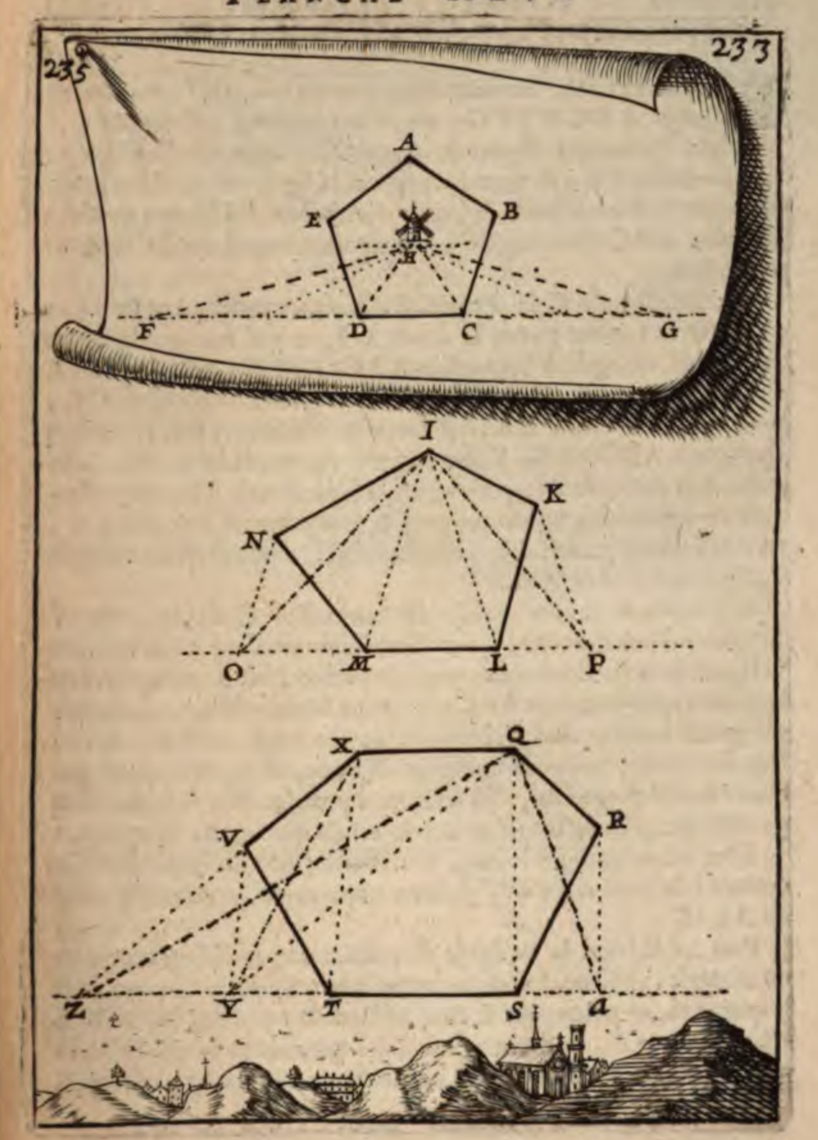
Tirez du centre H les deux droites HD & HC, puis remarquez que la baſe FG du triangle HGF, contient cinq fois la baſe DC du triangle HCD, ce qui fait que le triangle HGF eſt composé de cinq triangles égaux, ſelon la 38. propoſition du I. Livre d'Euclide; mais le triangle HCD eſt auſſi la cinquiéme partie du pentagone regulier ABCDE, à cauſe qu'un pentagone regulier eſt composé de cinq triangles égaux. De ſorte que le triangle HCD étant la cinquiéme partie du pentagone ABCDE, il l'eſt auſſi du triangle HGF; donc par la 9. propoſition du V. Livre d'Euclide, le triangle HGF eſt égal au pentagone ABCDE. Ce qu'il falloit démontrer.

Pour prouver (par Euclide) que le triangle IPO eſt égal au pentagone irregulier IKLMN,

Remarquez que les deux triangles IMN & IMO ſont égaux par la 37. propoſition du I. Livre d'Euclide à cauſe qu'ils ſont ſur meſme baſe IM, & entre meſmes paralleles NO & IM. De ſorte que ſi l'on prend le triangle IMO pour ſon égal IMN, on aura le trapezoïde IKLO égal au pentagone IKLMN. Par la meſme 37. propoſition, les triangles IKL & IPL ſont égaux; ce qui fait qu'en mettant le triangle IPL pour ſon égal IKL, on aura le triangle IPO égal au pentagone irregulier IKLMN. Ce qu'il falloit démontrer.

Enfin ſi on veut démontrer que le triangle Q*a*Z eſt égal à l'exagone irregulier QRSTVX, il faut faire connoiſtre par la 37. propoſition du I. Livre d'Euclide, que le triangle XTY étant égal au triangle XTV, à cauſe des paralleles XT & VY, on a la figure XQRSY égale à l'exagone irregulier QRSTVX. Enſuite remarquez toûjours (par la 37. propoſition du I. d'Euc.) que le triangle QYZ étant égal au triangle QXY, à cauſe des paralleles QY & XZ, vous avez la figure QRSZ égale à l'exagone irregulier QRSTVX. Puis pour finir la démonſtration, on ſçait que les deux triangles QSR & QS*a* ſont égaux, par la 37. du I; donc le grand triangle Q*a*Z eſt égal à l'exagone irregulier QRSTVX. Ce qu'il falloit démontrer.

PLANCHE XCVI.



METHODE DE REDUIRE EN TRIANGLES, LES FIGURES MULTILATERES QUI ONT DES ANGLES RENTRANS.

PROPOSITION. On veut reduire en un triangle l'eptagone irregulier A B C D E F G, qui a ſon angle A B C rentrant.

Régle. Prolongez de part & d'autre un des côtez de l'eptagone, comme ſa baſe FE, puis tirez de l'angle A la ligne AF, & faites paſſer au point G ſa parallele G H, pour tirer la droite AH, qui formera la figure A B C DE H égale à l'eptagone irregulier ABCDEFG. Cela fait,

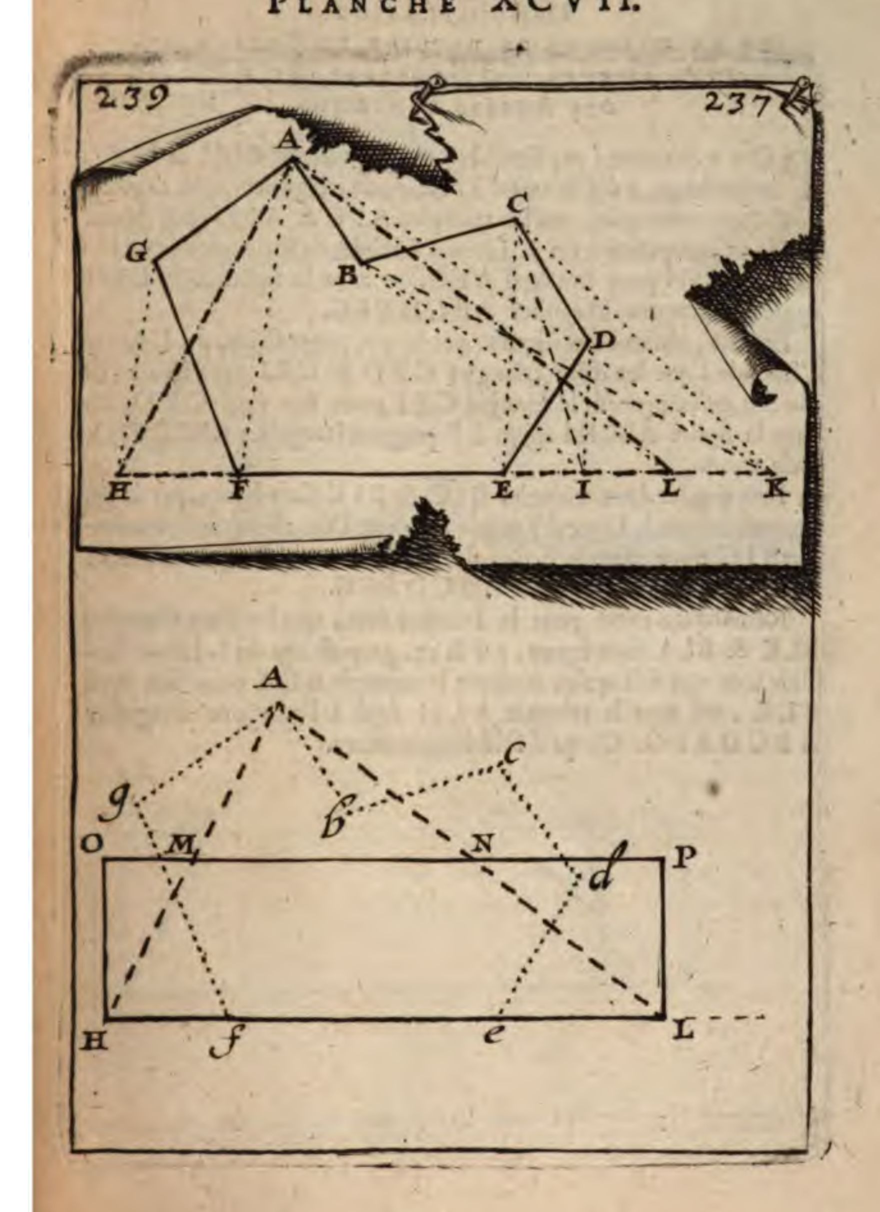
Tirez de l'angle C la droite CE; & faites paſſer au point D ſa parallele D I pour tracer la droite C I, ce qui fait que la figure A B C I H eſt égale à l'eptagone A B C D E F G; puis du point B tirez la droite B I, & du point C, faites paſſer ſa parallele C K, pour tracer la droite B K, qui formera la figure A B K H égale à l'eptagone ABCDEFG. Enfin du point A, tirez la ligne AK, & du point B ſa parallele BL, pour tracer la ligne droite AL, qui achevera de reduire l'eptagone propoſé & irregulier A B C D E F G, ſous la figure d'un triangle qui lui eſt égal, comme eſt le triangle A L H. Euclide 37. du I.

Exemple. Il ſe trouve dans les terres d'un Preſident, qui eſt Seigneur d'une Paroiſſe, qu'un Gentilhomme a une petite terre de la figure de celle dont nous avons parlé ci-deſſus, & marquée dans la planche des lettres A *b c d e f g*; mais comme cette terre, à cauſe du grand nombre de ſes côtez, & de ſon angle rentrant A *b c*, leur fait naiſtre toûjours quelques diſputes, le Gentilhomme qui craint fort la procedure, s'eſt reſtraint à prendre ſous la figure d'un parallelogramme rectangle autant de terrain que ſa terre en occupe.

Pour reſoudre ce problême, on reduira (ſelon la régle ci-deſſus donnée) la terre A *b c d e f g*; dans un triangle, comme eſt celui de A L H,

Puis, en ſuivant la methode de reduire un parallelogramme en un triangle, ainſi qu'il a été enſeigné à la teſte de ce chapitre dans la page 222. en partageant le côté AH par la moitié en M, & auſſi celui de AL en N, on formera le parallelogramme rectangle O P L H qui ſera égal au triangle ALH, ou au terrain A *b c d e f g*. Ce qu'il falloit faire.

PLANCHE XCVII.



DEMONSTRATION DE LA METHODE DE REDUIRE EN TRIANGLES, LES FIGURES MULTILATERES QUI ONT DES ANGLES RENTRANS.

POUR prouver (par Euclide) que le triangle ALH de la page précedente, a été fait égal à l'eptagone irregulier ABCDEFG.

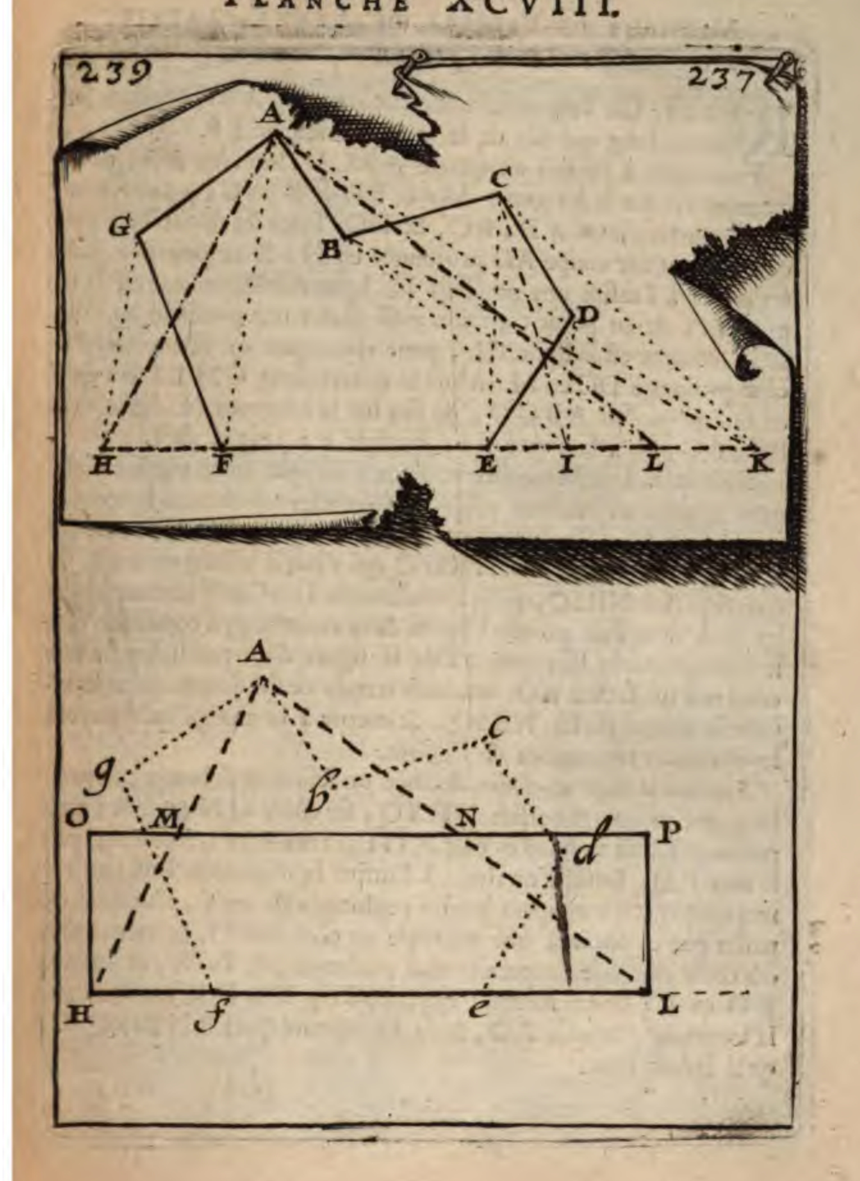
Il faut remarquer, que les triangles AFG & AFH sont égaux par la 37. proposition du I. Livre d'Euclide, de sorte que mettant le triangle AFH pour son égal AFG, on aura la figure ABCDEH égale à l'eptagone irregulier ABCDEFG.

Ensuite, observez toûjours (par la 47. proposition du I. Livre d'Euclide) que les deux triangles CED & CEI sont égaux, ce qui fait qu'en prenant le triangle CEI pour son égal CED, on aura la figure ABCIH égale à l'eptagone irregulier ABCDEFG. Cela connu,

Puis que les deux triangles BIC & BIK sont égaux, par la 37. proposition du I. Livre d'Euclide, si donc l'on abandonne le triangle BIC pour retenir son égal BIK, on aura la figure ABKH égale à l'eptagone irregulier ABCDEFG.

Remarquez enfin pour la derniere fois, que les deux triangles BLK & BLA sont égaux, par la 37. proposition du I. Liv. d'Euclide; ce qui fait qu'en mettant le triangle BLA pour son égal BLK, on aura le triangle ALH égal à l'eptagone irregulier ABCDEFG. Ce qu'il falloit démontrer.

PLANCHE XCVIII.



METHODE DE REDUIRE UN QUARRE'-PARFAIT DANS UN QUARRE'-LONG, SUR UNE LONGUEUR DONNE'E.

REGLE. On veut reduire le quarré-parfait A B C D, dans un quarré-long qui ſoit de la longueur donnée E F.

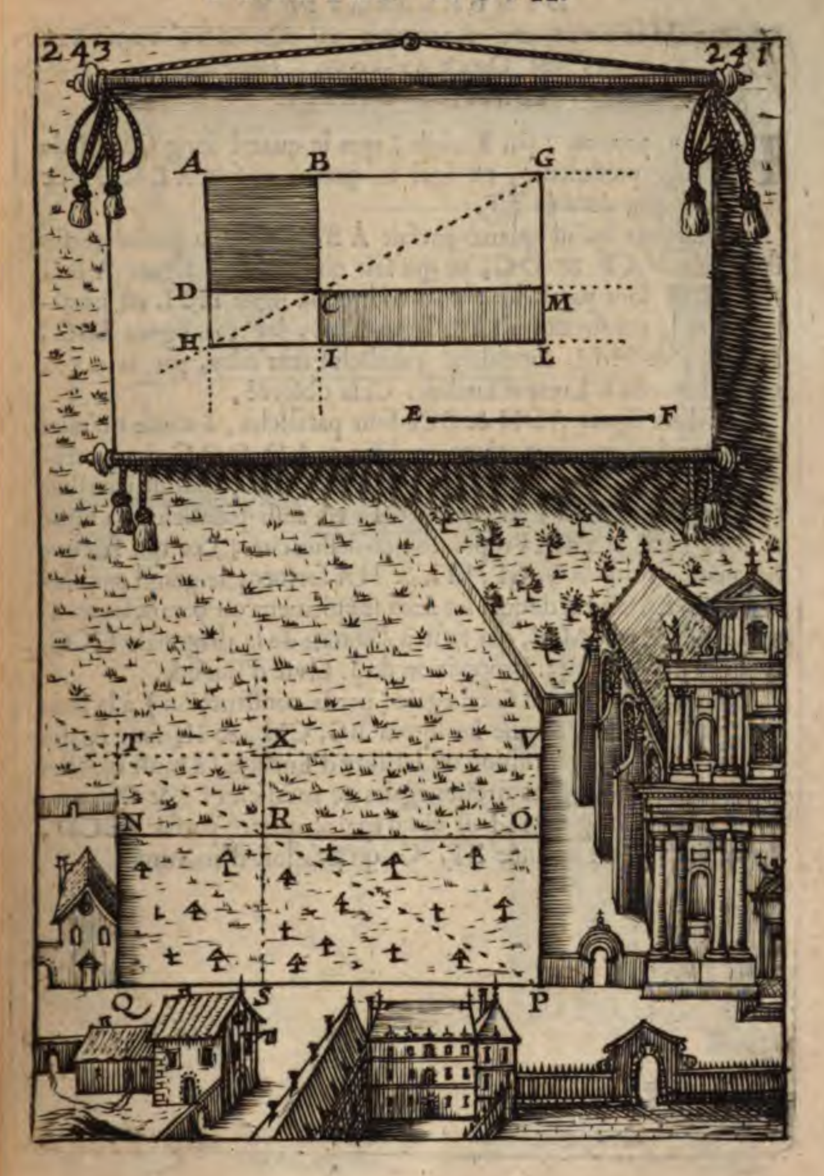
Prolongez à l'infini au quarré A B C D, ſon côté A B, qu'on déterminera par la longueur donnée E F de B en G; puis prolongez ſes autres côtez A D, B C, & DC. Tirez la droite GC juſques à ce qu'elle coupe AD prolongée en H : de ce point H, faites paſſer à l'infini une parallele à la ligne ABG, comme eſt la ligne H I; & au point G, faites auſſi paſſer une parallele au côté BCI, comme eſt la ligne GL, pour remarquer où elle a coupé le côté prolongé DC en M. Alors le quarré-long C M L I ſera égal au quarré-parfait A B C D, & fait ſur la longueur I L égale à la ligne B G, ou à la donné E F. *Euclide 43. propoſ. du I.*

Exemple. Les Marguilliers d'une Fabrique étant preſſez d'argent pour payer les frais qu'ils ont été obligez de faire à la reparation de leur Paroiſſe, ſe ſont aviſez afin d'acquiter l'Oeuvre, de retrancher de leur Cimetiere NOPQ qui s'étend le long de la ruë, le quarré parfait NRSQ, qu'ils abandonnent à un Gentilhomme, dont les prez s'étendent proche l'Egliſe & le cimetiere; à condition que le Gentilhomme leur cedera ſous la figure d'un parallelogramme conſtruit ſur le côté RO, autant de terrain de ſon jardin qu'en contient le quarré parfait NRSQ, & encore à la charge qu'il payera les dernieres reparations de l'Egliſe.

Suivant la régle ci-deſſus donnée on fera cette échange, en prolongeant au quarré parfait N R S Q, ſes côtez QN & S R; puis prolongéz auſſi au quarré-long R O P S le côté PO, repréſenté par le mur P O. Enſuite on tirera à l'infini la diagonale P R, en remarquant où elle coupera le côté prolongé QN en T, afin de faire paſſer par ce point T une parallele au côté NRO, & remarquer où cette parallele coupera le côté prolongé S R en X, & le mur P O en V; ce qui formera le quarré-long X V O R conſtruit ſur la longueur propoſée RO, & égal au quarré-parfait N R S Q. Ce qu'il falloit faire.

DEMONSTRA-

Planche XCIX.



DEMONSTRATION DE LA METHODE DE REDUIRE UN QUARRÉ-PARFAIT DANS UN QUARRÉ-LONG, SUR UNE LONGUEUR DONNÉE.

POUR prouver (par Euclide) que le quarré-long CMLI de la page précedente, eſt égal au quarré-parfait ABCD, & de la longueur donnée EF,

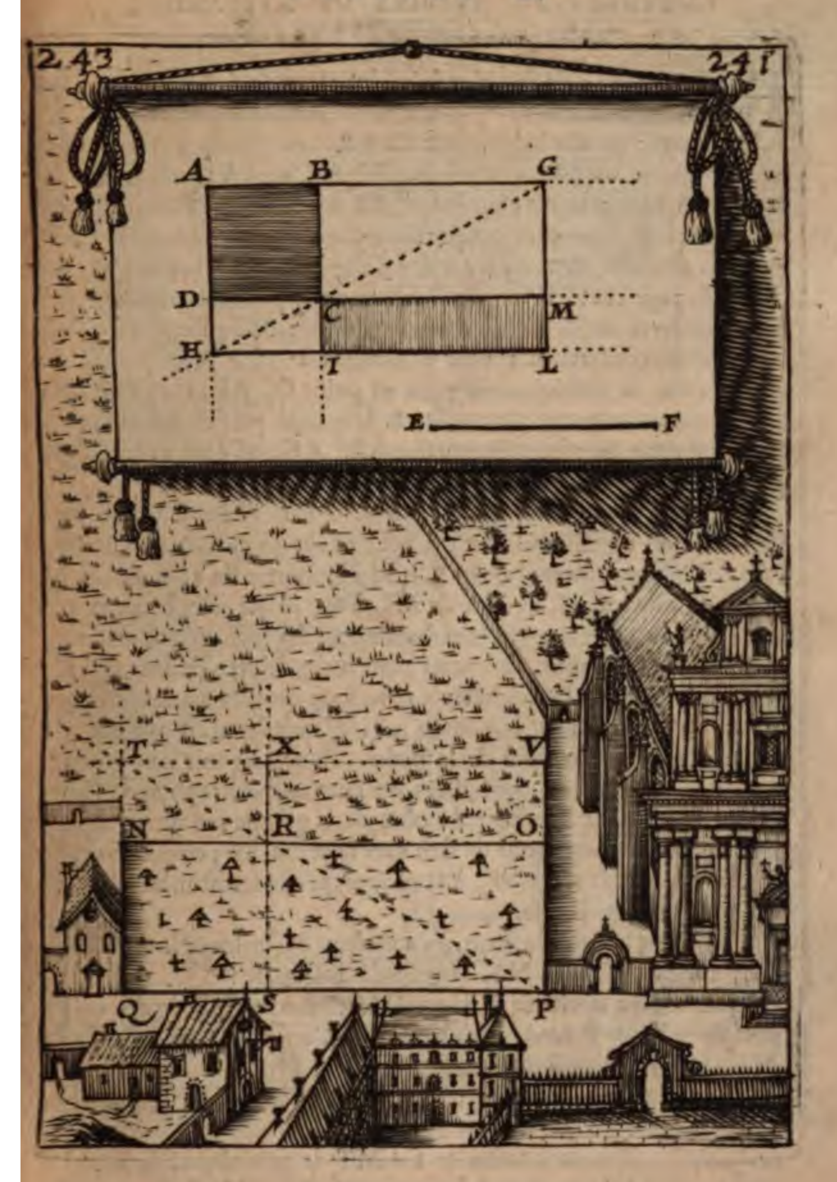
Remarquez qu'au quarré-parfait ABCD, on a prolongé ſes deux côtez AB & DC, ce qui fait que les deux lignes ABG & DCM ſont paralleles ; mais comme la ligne HIL eſt parallele (par la conſtruction) à la ligne ABG, les trois lignes ABG, DCM, & HIL ſont donc paralleles entr'elles, par la xxx. propoſition du I. Livre d'Euclide. Cela obſervé,

Les deux lignes ADH & BCI ſont paralleles, à cauſe qu'elles ſont formées des deux côtez prolongez AD & BC du quarré-parfait ABCD : de ſorte que la ligne GML, qui eſt parallele (par la conſtruction) au côté BCI, eſt auſſi parallele à la ligne ADH (par la xxx. Propoſition ci-deſſus citée,) ce qui fait que les quatre droites AG, GL, LH, & HA forment le grand parallelogramme AGLH, duquel les deux ſupplémens ou parallelogrammes ABCD & CMLI, qui ſont à l'entour de la diagonale HCG, ſont égaux, par la 43. Propoſition du I. Livre d'Euclide.

Et comme la ligne BG eſt égale (par la conſtruction) à la longueur donnée EF, & que les lignes BG, CM, & IL ſont égales (par la xxxiii. Propoſition du I. Livre d'Euclide.) à cauſe qu'elles joignent les deux lignes droites égales & paralleles BI & GL.

Le quarré-long CMLI eſt donc égal au quarré-parfait ABCD, & de la longueur donnée EF. Ce qu'il falloit démontrer.

PLANCHE C.



METHODE DE REDUIRE UN RECTANGLE, DANS UN QUARRE'-PARFAIT.

REGLE. On ſouhaite réduire le rectangle A B C D, dans un quarré-parfait.

Prolongez un des longs côtez du rectangle vers la partie où l'on veut le quarré-parfait, comme le côté A B vers A ; puis portez la largeur A D ſur le côté prolongé AB de A en E. Enſuite, pour avoir une ligne moyenne proportionnelle entre les deux droites AB & AE, diviſez (ainſi qu'il a été enſeigné dans le Chapitre VI. du Tome I. page 188.) la longueur EB en deux parties égales au point F, & décrivez de ce point F comme centre & de l'intervalle FE une demicirconference ; puis prolongez le côté A D juſqu'à ce qu'il touche la demicirconference au point G. Alors la ligne AG ſera la moyenne proportionnelle ; & le quarré-parfait AGIH, conſtruit ſur cette moyenne proportionnelle A G, eſt égal au rectangle propoſé A B C D. *Euclide 17. Propoſ. du VI. Liv.*

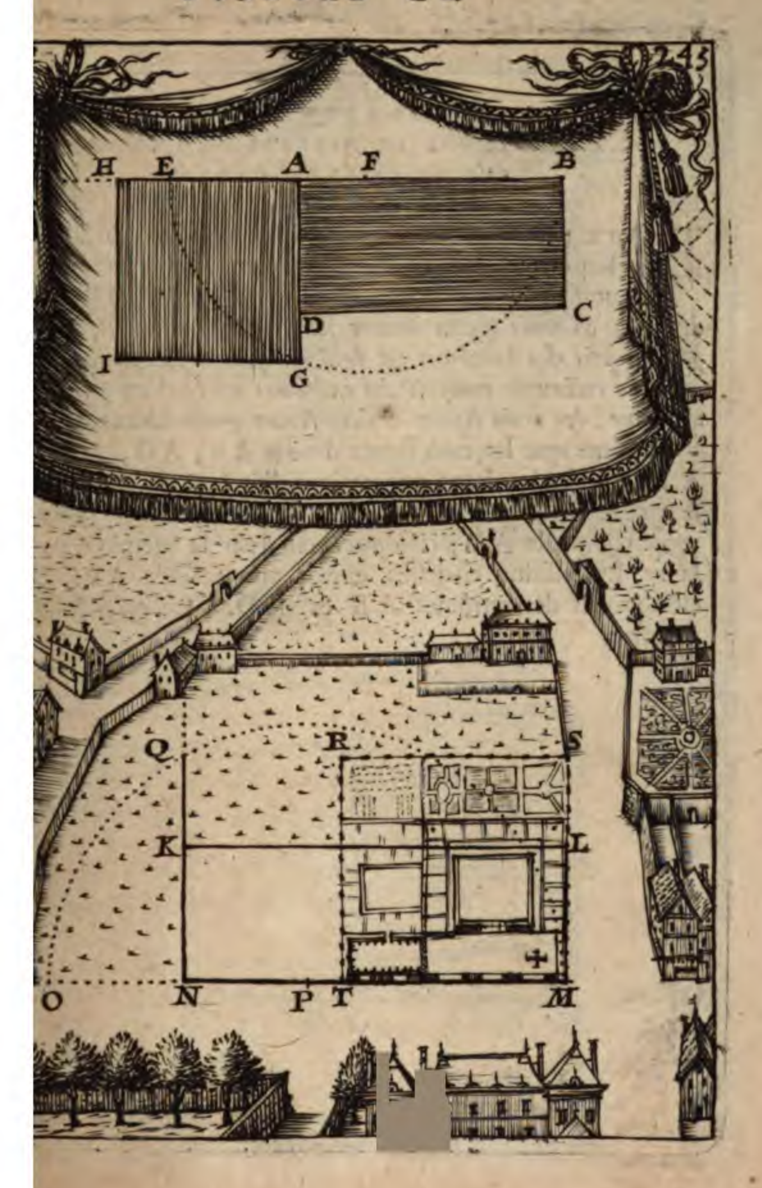
Exemple. Une Communauté de Religieuſes s'étant venuë établir dans un certain quartier, a achetée ſur la grande ruë un terrain de la figure du rectangle K L M N, borné du côté de N M par la grande ruë, & du côté de ML d'une petite ruë ; les deux autres côtez de ce rectangle ſont bornez par les biens d'une veuve de qualité ; mais quand on eſt venu pour tracer le plan de leur Egliſe, cloître & maiſon, l'Architecte a remarqué qu'elles avoient trop de terrain en longueur ſur la grande ruë, & qu'elles n'en avoient pas aſſez en largeur du côté de la petite. Pour ſoûtenir leur premier deſſein, elles ont été conſeillées de faire une échange avec ladite veuve, en lui abandonnant du côté de la grande ruë autant de terrain qu'elles en prendront du ſien vers la petite ruë ; ce que la veuve a bien voulu leur accorder, à la charge qu'elle ſeroit inhumée dans le chœur de leur Egliſe.

Pour faire cette reduction, on a prolongé à volonté le côté MN, & coupé N O égal à N K largeur du rectangle :

Enſuite on a diviſé la diſtance OM en deux parties égales en P ; puis de ce point P & de la diſtance P O, on a décrit au deſſus de M O une demicirconference.

Enſuite on a prolongé le côté NK juſqu'à la demicirconference en Q, pour avoir la longueur NQ qu'on a portée ſur le côté MN, de M en T, afin de conſtruire ſur MT le quarré-parfait RSMT égal au rectangle ou quarré-long propoſé KLMN : de ſorte que les

PLANCHE CI.



Dames Religieuſes auront autant de terrain dans le quarré-parfait R S M T, qu'elles en avoient dans tout le rectangle K L M N. Ce qu'il falloit faire.

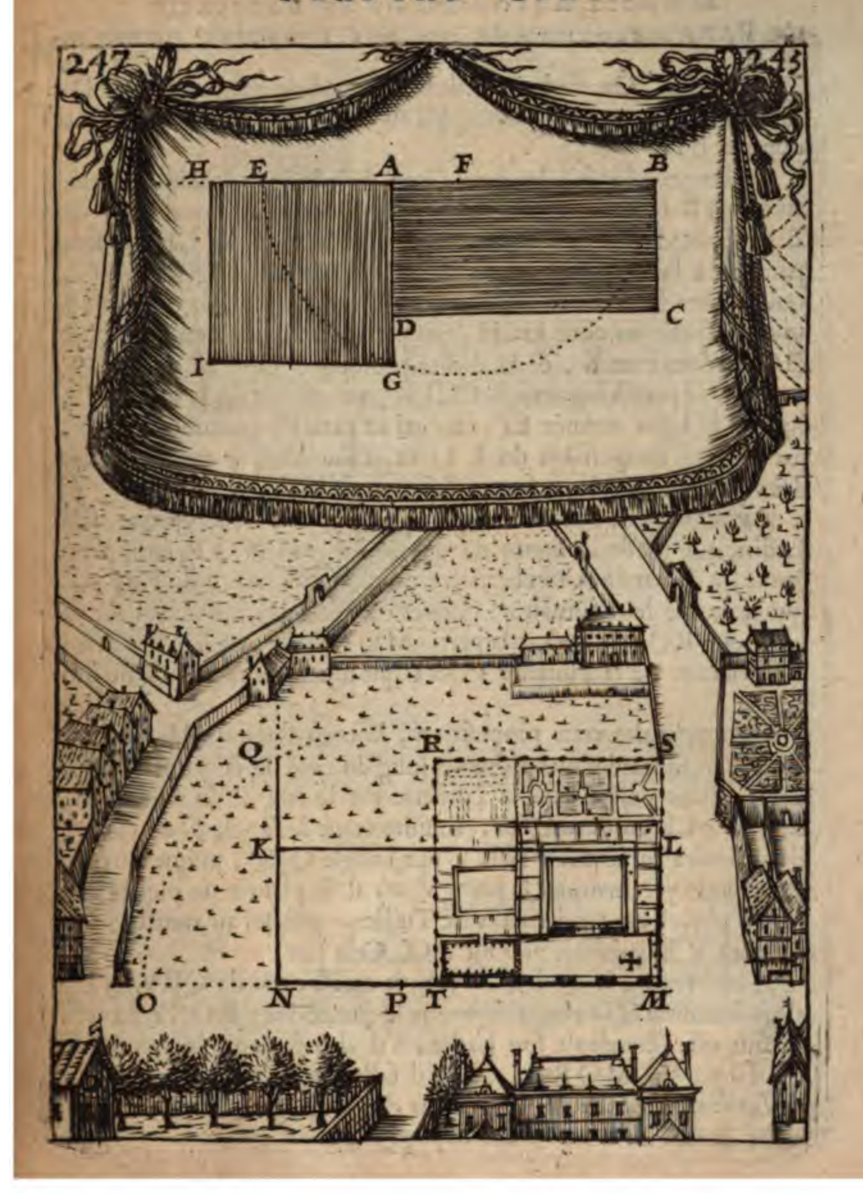
DEMONSTRATION DE LA METHODE DE REDUIRE UN RECTANGLE, DANS UN QUARRE'-PARFAIT.

POUR prouver (par Euclide) que le quarré-parfait AGIH de la page précedente eſt égal au rectangle A B C D,

Il faut ſçavoir que la 17. Propoſition du VI. Liv. d'Euclide dit, *Si trois lignes droites ſont proportionnelles, le rectangle compris des extrêmes eſt égal au quarré fait de la moyenne; & ſi le rectangle compris des extrêmes eſt égal au quarré de la moyenne, les trois lignes droites ſeront proportionnelles.*

De ſorte que les trois lignes droites A B, A G, & A E, ou A D ſon égale, étant proportionnelles (par la conſtruction;) le quarré-parfait A G I H, qui eſt contenu ſous la moyenne proportionnelle A G, eſt donc égal (par la premiere partie de la 17. Propoſition ci-deſſus citée) au rectangle A B C D, qui eſt compris des extrêmes A B & A D. Ce qu'il falloit démontrer.

PLANCHE CII.



METHODE D'ALONGER, OU DE RACOURCIR UN PARALLELOGRAMME SUR UNE LONGUEUR DONNÉE.

REGLE. On souhaite reduire le parallelogramme ABCD, dans un parallelogramme qui soit de la longueur de la ligne donnée EF.

Prolongez à l'infini les deux côtez AD & BC, & aussi les deux autres AB & DC qu'on limitera par la longueur donnée EF de B en G & de C en H, pour tirer à l'infini la ligne GH qui sera parallele à la ligne BC. Ensuite tirez à l'infini la diagonale GC, qui coupera le côté prolongé AD en I, pour tracer par ce point I une parallelle au côté DCH, jusques à ce qu'elle coupe le côté BC prolongé en K, & la droite prolongée GH en L.

Alors le parallelogramme CHLK, qui est fait sur la ligne KL, égale à la ligne donnée EF, est égal au parallelogramme ABCD, par la 47. Proposition du I. Livre d'Euclide, à cause que ces deux parallelogrammes sont à l'entour de la diagonale IG.

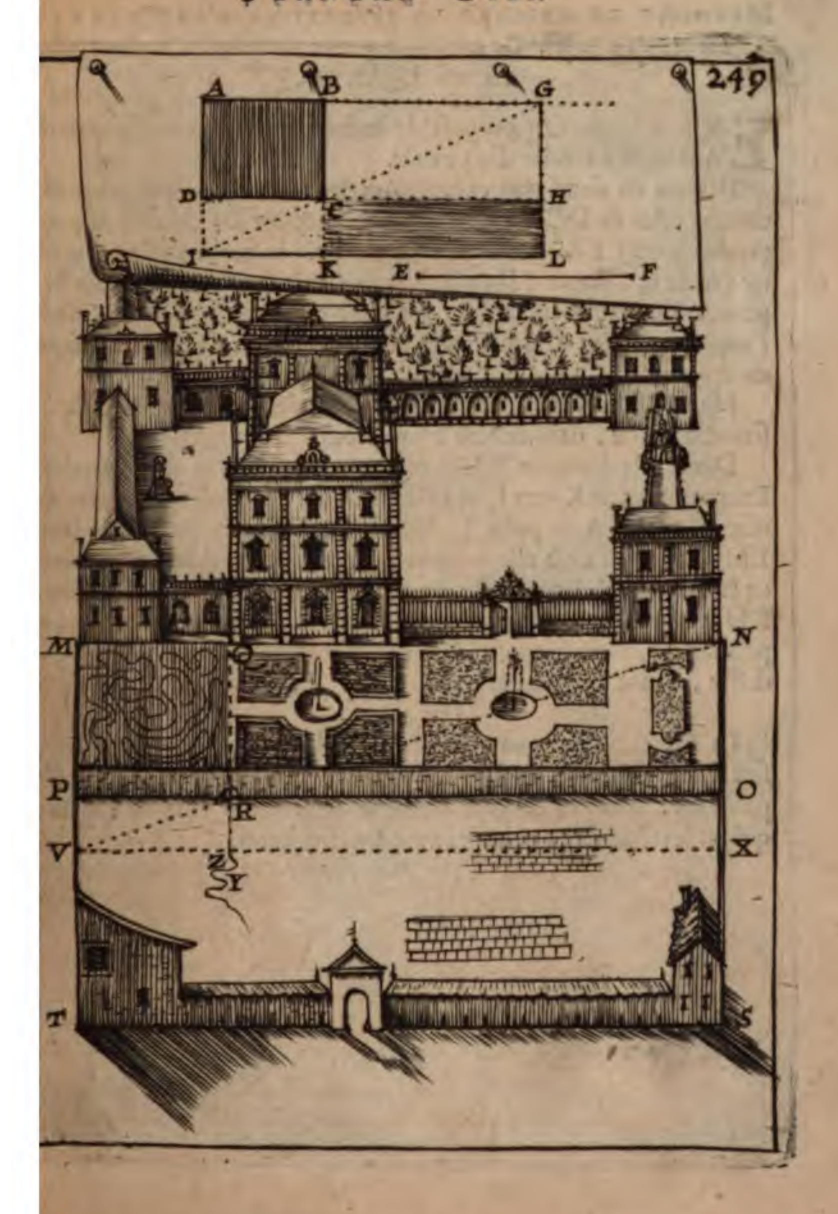
Exemple. Un Maistre des Requestes ayant observé que son jardin, qui est de la figure du quarré-long MNOP, étoit trop étroit, a demandé à son beau-frere qui est Secretaire du Roy, & qui a étudié la Géometrie, jusques où s'étendra son jardin sur la longueur RO, s'il cedoit la partie MQRP de son labyrinthe au Proprietaire de la Tuillerie POST qui touche le mur PO de son jardin.

Pour resoudre cette proposition, le beau-frere du Maistre des Requestes fit tendre un cordeau le long du côté du labyrinthe QR, en le faisant passer dans la Tuillerie par le trou R du mur PO, comme est le cordeau QRY. Ensuite étant à l'angle N du jardin, il fit tendre le cordeau NRV par l'angle QRP, jusques au mur PT, pour y remarquer le point V où il fit planter un piquet; & par ce piquet on tendit dans la Tuillerie jusques au mur OS, le cordeau VX parallele au mur PO. Cela fait,

Il observa où le cordeau VX avoit croisé celui de QRY en Z; alors il montra à son beau-frere que le quarré-long ROXZ étoit le terrain où s'étendroit son jardin, s'il abandonnoit le terrain de son labyrinthe MQRP. Ce qu'il falloit faire.

La démonstration de la Methode de cette page est la même, qui a été donnée ci-devant dans la page 242.

PLANCHE CIII.



METHODE DE REDUIRE LA SUPERFICIE D'UN QUARRÉ, EN CELLE D'UN CERCLE; ET CELLE D'UN CERCLE, EN UN QUARRÉ.

EXEMPLE. On propoſe de reduire la ſuperficie du quarré ABCD en celle d'un cercle.

Diviſez en deux parties égales un des côtez du quarré propoſé, comme celui de DC en E : à ce point E & ſur DC, tracez la perpendiculaire EF de la moitié de ED. Puis du point F comme centre ; & de la diſtance FD, décrivez la circonference DCG. La ſuperficie du cercle contenuë dans cette circonference DCG, ſera (autant que faire ſe peut, ſelon Archimede) égale à la ſuperficie du quarré ABCD.

Mais ſi l'on vouloit reduire la ſuperficie du cercle HIK de la ſeconde figure, dans celle d'un quarré,

Diviſez le diametre KI de ce cercle en quatorze parties égales. Puis comptez de K vers I, onze de ces quatorze parties qui ſe termineront en L. A ce point L, & ſur KI, élevez la perpendiculaire LM ; remarquez où elle coupera la circonference du cercle comme en H, tracez la ligne KH : alors le quarré fait ſur cette longueur KH, comme eſt le quarré NOHK, aura ſa ſuperficie égale à la ſuperficie du cercle propoſé HIK ; mais comme nous avons dit ci-deſſus, autant que faire ſe peut.

USAGE.

La reduction des quarrez en cercles & des cercles en quarrez, ſert pour l'échange, ou le troc des terres, pour le changement des parterres, baſſins, & generalement pour faire voir le rapport qu'ont les ſuperficies quarrées avec les circulaires.

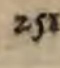


Planche CIV.

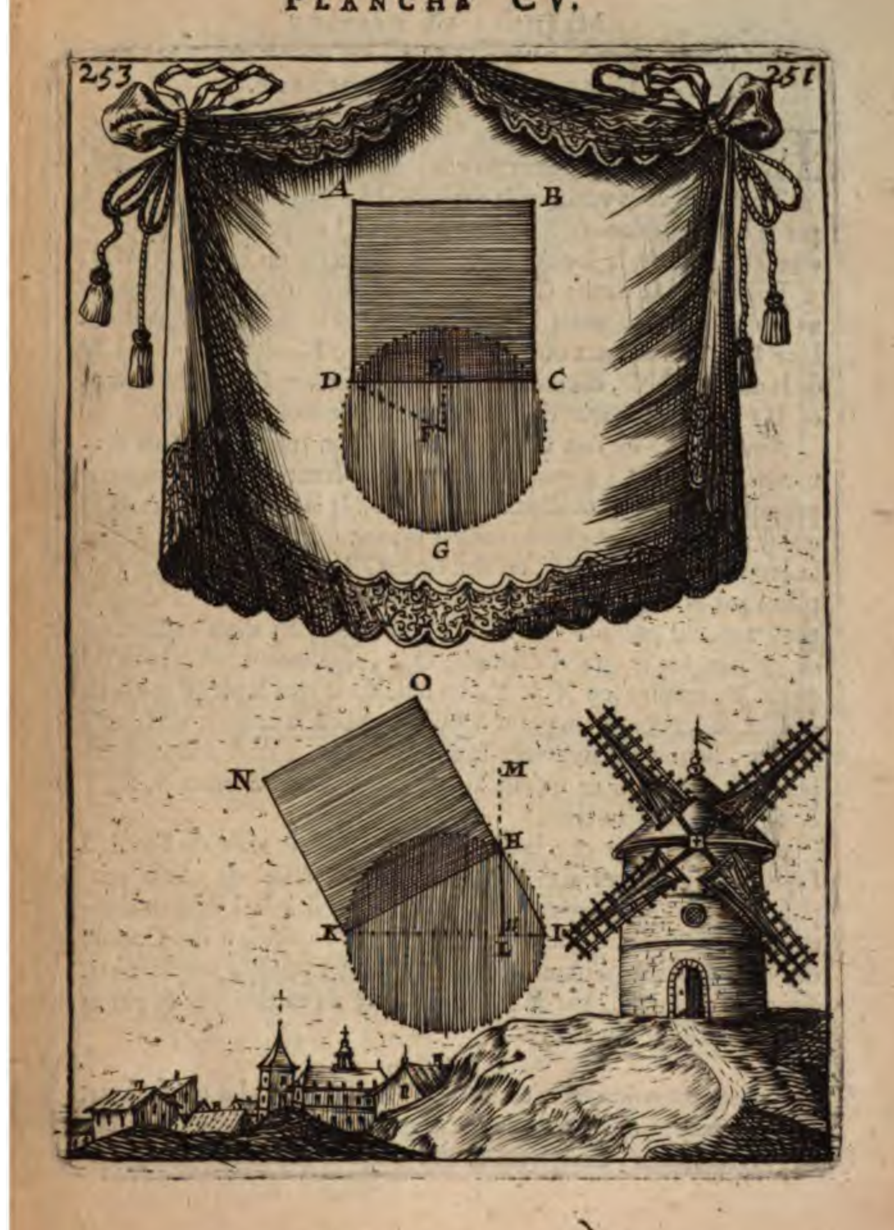
DEMONSTRATION DE LA METHODE DE REDUIRE UN CERCLE, EN UN QUARRÉ.

POUR prouver (par Euclide, & Archimede.) que le quarré NOHK de la page précedente est presque égal au cercle HIK,

Tirez la droite HI, & remarquez qu'il s'est formé dans le demi-cercle KHI, le grand triangle HIK qui est rectangle, à cause que son angle IHK est droit (par la XXXI. Proposition du III. Livre d'Euclide;) de sorte que la ligne KI est à la ligne KH, comme cette ligne KH est à la ligne KL (par le Corollaire de la VIII. Proposition du VI. Livre d'Euclide.) Ce qui fait que les trois lignes droites KI, KH, & KL étant proportionnelles, le quarré fait sur KI, Premiere, aura mesme proportion au quarré fait sur KH, Seconde, que KI premiere à KL troisiéme, par le Corollaire de la XX. Proposition du VI. Livre d'Euclide.

Mais remarquez que (selon Archimede) le quarré fait sur le diametre d'un cercle est environ au contenu du mesme cercle comme 14. à 11. ainsi que nous l'avons expliqué ci-devant dans le Chap. VI. de ce Tome III. page 160. ce qui fait que le quarré fait sur KI, est environ au contenu du cercle HK, comme KI 14. à KL 11. mais nous avons déja démontré que le quarré de KI avoit mesme proportion au quarré de KH, que KI à KL; ce qui fait que le quarré de KI sera au quarré de KH, comme le quarré de KI au contenu du cercle HIK (par la 11. Proposition du V. Livre d'Euclide.) De sorte que le quarré NOHK est presque égal au cercle HIK, par la IX. Proposition du V. Livre d'Euclide. Ce qu'il falloit démontrer.

PLANCHE CV.



METHODE DE REDUIRE UN CERCLE EN UNE OVALE, QU'ON VEUT FAIRE D'UNE LONGUEUR PROPOSÉE.

EXMPLE. Soit à reduire le cercle ABCD, dans une ovale qui ait ſon grand diametre de la longueur de la ligne donnée EF, Tirez où vous voudrez la droite GH, terminez-là de G en I par la longueur donnée EF : élevez ſur GH au point I, la perpendiculaire IK de la longueur de DB diametre du cercle ABCD;

Puis tirez la droite GK, & diviſez-là en deux parties égales au point L : à ce point L, & ſur GK, abaiſſez la perpendiculaire LM, remarquez où elle a coupé GI en N; de ce point N, & de la diſtance NG, décrivez la demicirconference GKO; la diſtance IO ſera la longueur du petit diametre de l'ovale à faire.

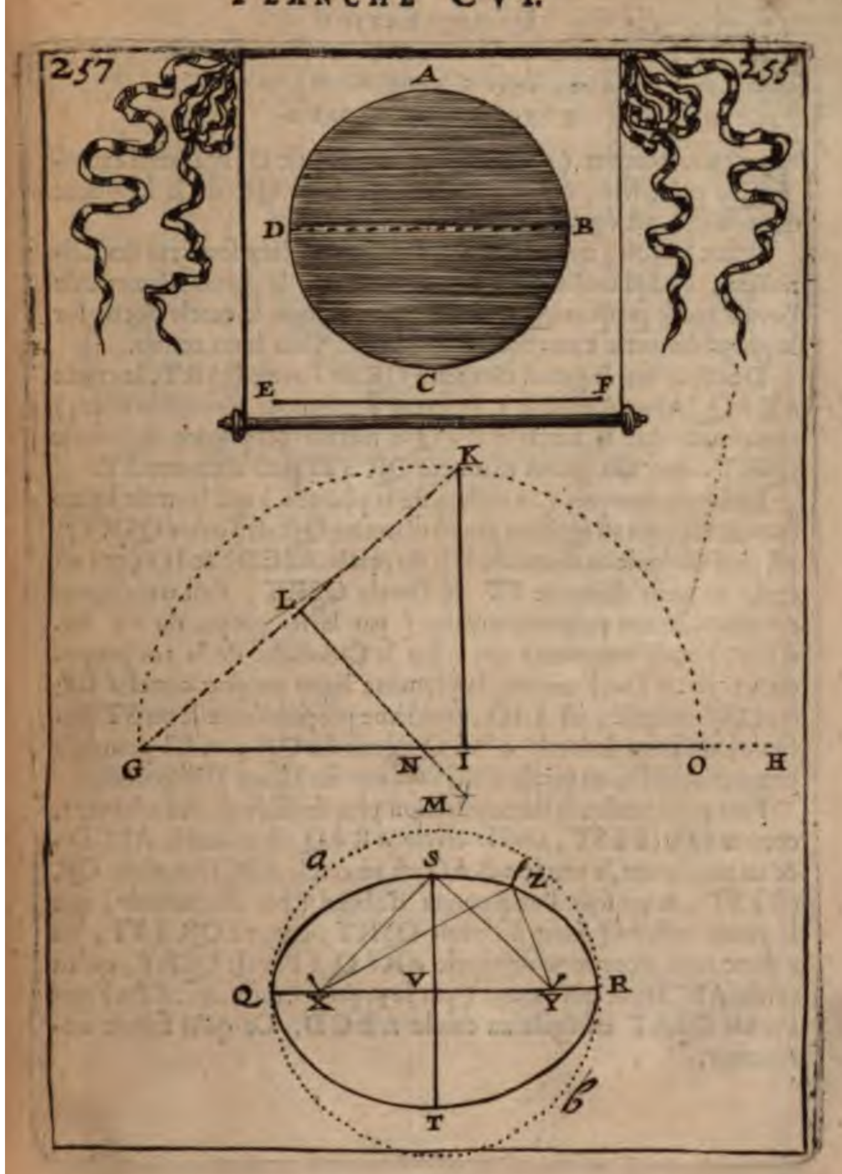
Ainſi au lieu où l'on veut faire l'ovale, on tracera les deux diametres QR & ST (le grand diametre QR étant égal à la longueur propoſée EF, & le petit diametre ST égal à la longueur trouvée IO) qui ſe couperont à angles droits par la moitié en V; puis on prendra la longueur propoſée EF, ou ſon égale QR, avec un filet que l'on pliera par la moitié, pour poſer (comme il a été enſeigné dans la page 226. du premier Livre de cet Ouvrage) les deux extrémitez de ce filet ſur le grand diametre QR, également éloignées du point V, comme en X & Y, en telle ſorte que le pli ou angle de ce filet ſe rencontre au point S ou T, qui eſt la largeur de l'ovale à faire, pour faire mouvoir la plume (ſi on veut ſe ſervir d'une plume) juſques à ce qu'elle ait parcouru les extrémitez S, R, T & Q des deux diametres.

Alors la marque que la plume à tracé, eſt le trait de l'ovale à faire QSRT, qui a ſa ſuperficie égale à celle du cercle propoſé ABCD, & le grand diametre QR égal à la longueur donnée EF. Ce problême ſe prouve par la v. Propoſition des Conoïdes & Spheroïdes d'Archimede; & ſelon Euclide, par la XIII. Propoſition du VI. par le XX. Corollaire du meſme VI. & par la IX. Propoſition du V.

USAGE.

La reduction du cercle en ovale eſt utile à toutes les profeſſions, où il eſt beſoin de changer le cercle en ovale, comme aux Géometres, Architectes, Sculpteurs & autres qui ſe meſlent de deſſiner,

PLANCHE CVI.



DEMOSTRATION
DE LA METHODE DE REDUIRE UN CERCLE EN UNE OVALE, QU'ON VEUT FAIRE D'UNE LONGUEUR PROPOSÉE.

POUR prouver (par Euclide) que l'ovale QSRT de l'exemple précedent, qui a son grand diametre QR de la longueur donnée EF, est égale au cercle ABCD.

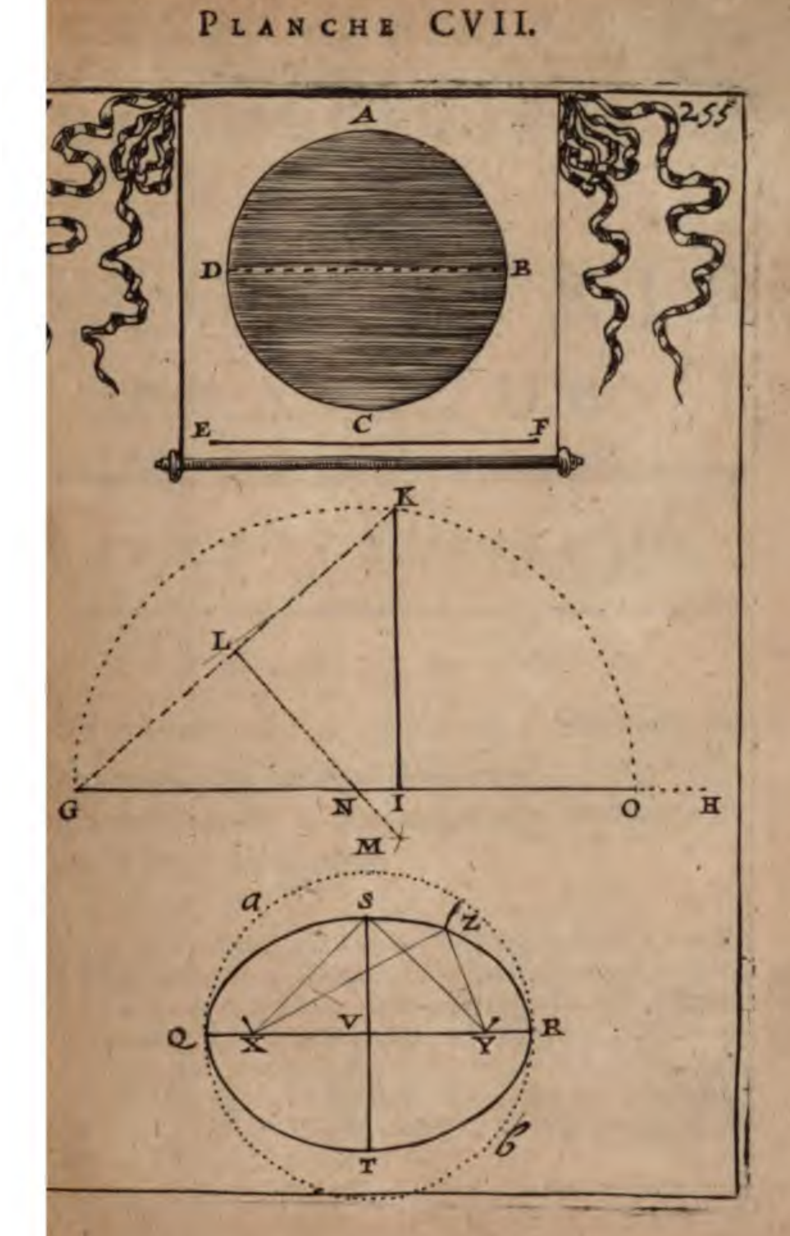
Il faut sçavoir, qu'Archimede a démontré dans son livre des Conoïdes, & Spheroïdes, à la propo. 5. que le grand diametre de l'ovale a telle proportion au petit diametre, que le cercle décrit sur le grand diametre a au contenu de l'ovale. Cela étant connu.

Décrivez sur le grand diametre QR de l'ovale QSRT, le cercle *a* R *b* Q. Alors (selon la 5. propo. d'Archimede, cy-dessus citée,) remarquez que le cercle *a* R *b* Q a mesme proportion à l'ovale QSRT, que son grand diametre QR a au petit diametre ST.

Ensuite remarquez (au milieu de la planche) que les trois lignes sçavoir GI (qui est égale au grand diametre QR de l'ovale QSRT;) IK (qui est égale au diametre DB du cercle ABCD) & IO (qui est égale au petit diametre ST de l'ovale QSRT) sont trois lignes continuellement proportionnelles (par la 13. propo. du VI. liv. d'Euc.) mais remarquez que (par le Corollaire de la 20. propo. du VI. liv. d'Euc.) comme la premiere ligne proportionnelle GI, ou QR son égale, est à IO, troisiéme proportionnelle ou ST son égale, ainsi sera le cercle *a* R *b* Q décrit sur QR, ou GI premiere proportionnelle, au cercle ABCD décrit sur IK ou DB seconde.

Puis pour rendre la démonstration plus sensible dites seulement, comme QR est à ST, ainsi le cercle *a* R *b* Q est au cercle ABCD; & en permutant, le cercle *a* R *b* Q est au cercle ABCD, comme QR est à ST; & puisque l'on a connu d'abord (par Archimede) que le cercle *a* R *b* Q étoit à l'ovale QSRT, comme QR à ST, on a donc telle proportion du cercle *a* R *b* Q à l'ovale QSRT, qu'au cercle ABCD; ce qui prouve (par la 9. propo. du V. liv. d'Eu.) que l'ovale QSRT est égale au cercle ABCD. Ce qu'il falloit démontrer.

PLANCHE CVII.





LA GEOMETRIE PRATIQUE.

LIVRE TROISIE'ME.

CHAPITRE IX.

De la Planimetrie, ou Arpentage; qui traite des Methodes d'assembler plusieurs Figures en une seule; & aussi comme on peut augmenter le contenu de toutes sortes de Figures.

APRES avoir enseigné dans le Chapitre précédent à transfigurer les Figures, c'est-à-dire, à changer un triangle dans un quarré; un parallelogramme, dans un triangle; un quarré parfait dans un quarré long &c; sans augmenter ni diminuer le contenu de ces figures, nous allons enseigner dans celui-ci les methodes d'assembler plusieurs figures en une seule, & les régles par lesquelles on peut augmenter une figure, par exemple, doubler quadrupler un quarré, doubler tripler un cercle, &c.

Nous montrerons dans le Chapitre suivant, comme on peut retrancher le contenu des figures, & les diviser en tel nombre de parties égales qu'on puisse proposer.

METHODE DE REDUIRE PLUSIEURS FIGURES RECTILIGNES, EN UN SEUL TRIANGLE, DONT LA HAUTEUR SOIT EGALE A UNE HAUTEUR DONNÉE.

PROPOSITION. On veut réduire le triangle A B C & le quarré D E F G, dans un triangle, dont la hauteur soit égale à celle de TA du triangle A B C.

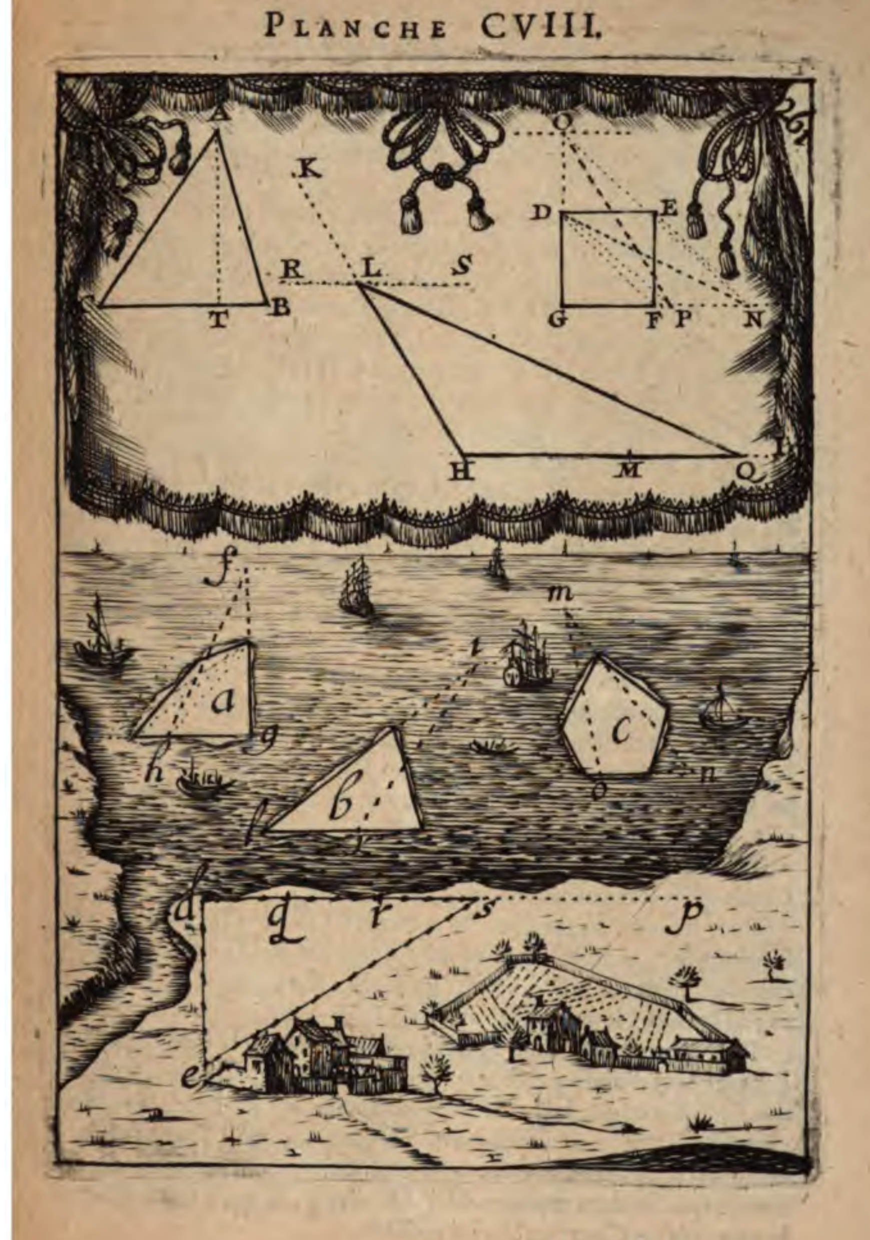
Regle. Tirez à part la droite infinie H I, & faites sur cette ligne H I au point H un angle tel qu'on veut donner au triangle à faire comme est l'angle I H K. Puis prenez la hauteur A T du triangle A B C, pour faire passer au côté HI, la parallele RS, qui coupera la ligne HK en L. Ensuite portez la base C B sur la ligne H I, de H en M. cela fait. Reduisez (comme il a été enseigné ci-devant dans la page 228.) le quarré D E F G dans le triangle D N G ; & élevez (selon la régle donnée dans la page 224.) ce triangle D N G dans une égale hauteur du triangle A B C comme est le triangle O P G, pour porter sa base G P sur la ligne H I de M en Q, & pour tirer la droit L Q, qui formera le triangle L Q H égal au triangle A B C & au quarré D E F G pris ensemble, & dont la hauteur est égale à celle du triangle proposé A B C. *Euclide 1. propo. du VI. livre.*

Exemple. Un Intendant ayant eu ordre de la Cour, de chercher sur la coste de sa Province quelqu'endroit propre à faire un Port, comme il sçavoit la Géometrie, il a remarqué qu'en rasant les trois Islettes *a*, *b*, *c*, on y formeroit un bon Port : en ayant donc informé la Cour, on lui a commandé d'exécuter son projet, en abandonnant à un Marquis, auquel ces Isles appartiennent, autant de terrain sur la coste depuis le Cap *d*, jusqu'à la métairie *e*, que les trois Isles en occupent.

Pour faire cette eschange, réduisez la superficie de l'Isle *a* dans un triangle dont la hauteur soit égale à la distance *d e*, comme est le triangle *f g h*. Puis reduisez de mesme les deux autres Isles *b* & *c* dans les deux triangles *i k l*, & *m n o*. Cela fait.

Tirez la droite *d e*. Faites au point *d* l'angle droit *e d p*, & portez sur la ligne *d p*, la base *h g* de *d* en *Q* ; la base *l k*, de *Q* en *r*, & enfin la base *o n*, de *r* en *s*, pour tirer la droite *s e* qui formera le triangle *d s e*, égal aux trois Isles *a*, *b*, *c* & de la hauteur donnée *d e*. Ce qu'il falloit faire.

PLANCHE CVIII.



METHODE DE REDUIRE DEUX QUARREZ PARFAITS, EN UN SEUL.

PROPOSITION. On demande à faire un quarré parfait, dont la superficie soit égale aux deux superficies des quarrez parfaits ABCD, & BEFG.

Régle. Si les deux quarrez se touchent chacun par un angle, & que les deux costez d'un mesme angle se trouvent dans l'alignement des deux autres costez de l'autre angle, comme on voit aux deux quarrez ABCD & BEFG de cette Proposi.ion; l'on tracera la droite CG, sur laquelle on formera, ainsi qu'il a été enseigné dans la page 204. du Tome I. le quarré parfait CGHI, qui aura sa superficie égale aux deux superficies des quarrez proposez ABCD & BEFG. *Euclid. 47. proposition du I. Livre.*

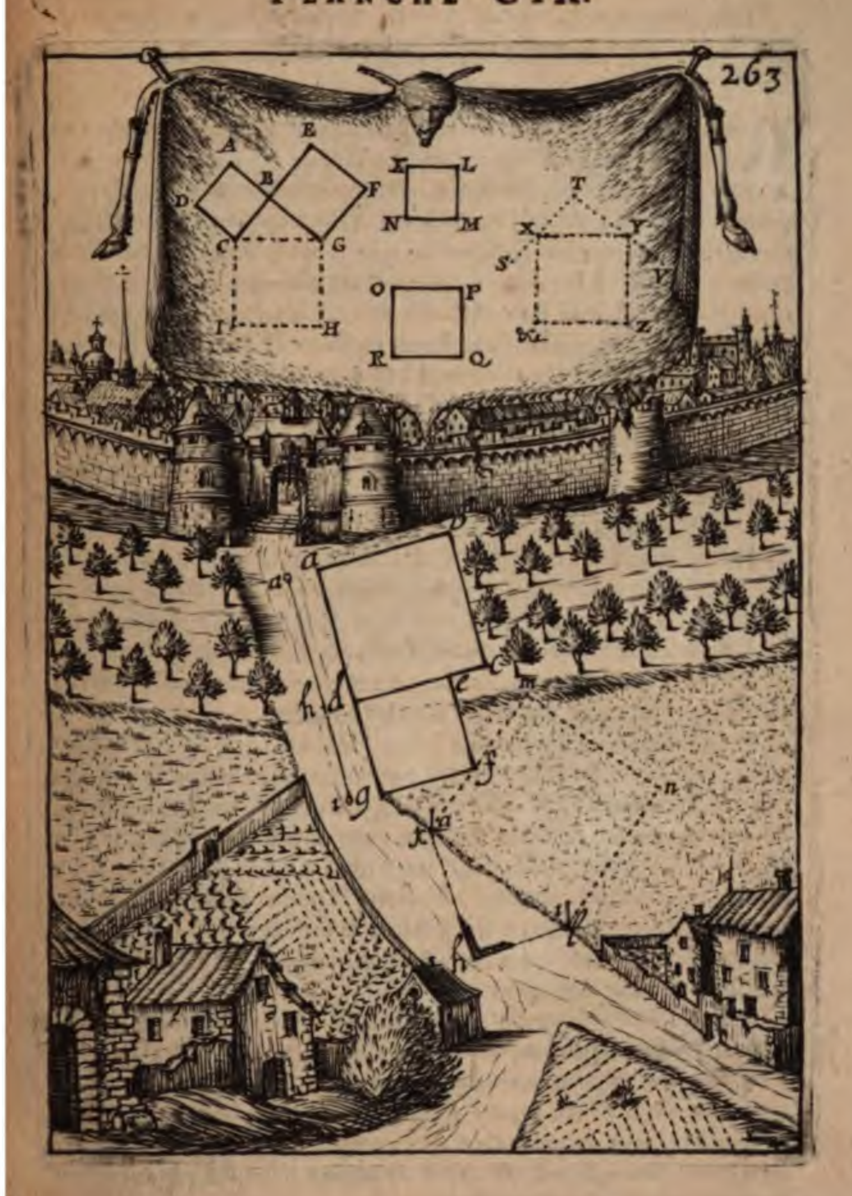
Mais si les deux quarrez parfaits ne se touchoient pas, comme sont les deux quarrez KLMN & OPQR. On fera où l'on voudra un angle droit comme est le marqué STV; & l'on portera sur la ligne TS le costé KL de T en X, & sur la ligne TV le costé OP de T en Y pour tirer la droite XY où l'on tracera le quarré-parfait XYZ &c. qui se trouvera égal aux deux quarrez-parfaits KLMN & OPQR.

Exemple. Des Eschevins voulans faire un Cours au tour de leur ville, ont trouvé dans son alignement les deux maisons *abcd*, & *defg* qu'il faut démolir : mais comme ces maisons appartiennent à un Partisan qui ne veut pas leur ceder, il a été ordonné en Cour que les Eschevins lui donneront une somme d'argent, & autant de terrain, qu'en contiennent les deux maisons, sous la figure d'un quarré-parfait qui s'entendra le long du grand chemin & le plus prés du Cours qu'il sera possible.

Pour faire cette pratique. On a mesuré (suivant la régle cy-dessus donnée) avec le cordeau *ahi* l'étenduë des faces *ad*, & *dg* des deux maisons; & à l'endroit où elles se touchent en *d*, on a fait au cordeau le nœud *h*.

Puis étant sur le grand chemin on a posé le point *h* du cordeau à l'angle droit d'une équerre, en pleyant contre ses branches le cordeau *ahi* jusqu'à ce que les bouts *a* & *i* touchassent les bords du grand chemin en *k* & *l*: sur la longueur *kl* on a construit le quarré parfait *kmnl*, qui contient dans son étenduë précisément autant de terrain que les deux maisons *abcd* & *defg*, & qui a son costé *km* le plus prés du Cours qu'il a été possible.

PLANCHE CIX.



METHODE DE REDUIRE UN QUARRE'-PARFAIT, EN PLUSIEURS AUTRES QUARREZ-PARFAITS ET E'GAUX ENTR'EUX.

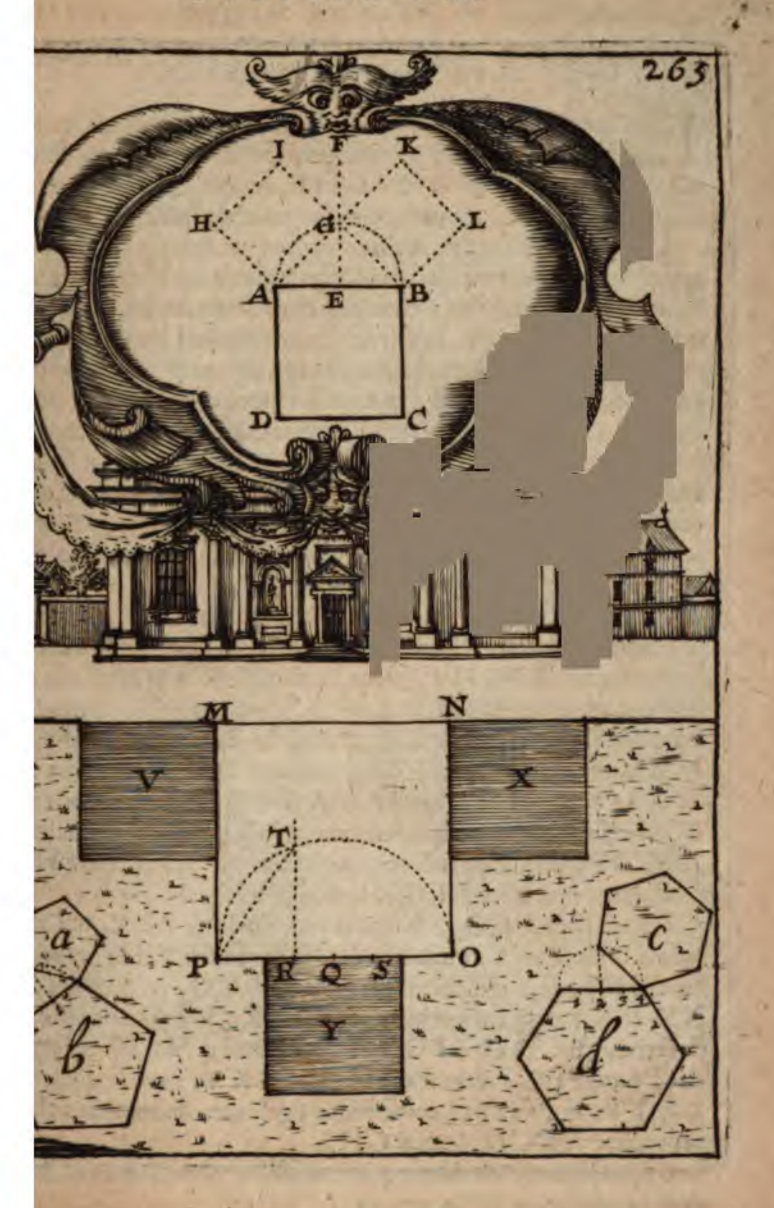
REGLE. On réduira le quarré parfait A B C D, en deux autres quarrez parfaits & égaux, en divisant un des costez de ce quarré parfait en deux parties égales comme celui de A B au point E, pour de ce point E & de l'intervalle E A décrire la demicirconference A B. Puis au point E & sur la ligne A B on élevera à volonté la perpendiculaire E F; & on observera où elle aura coupé la demicirconference A B au point G, afin de tirer les droites A G & G B; alors les quarrez parfaits construits sur l'une & l'autre de ces deux lignes, comme sont les quarrez H I G A & G K L B contiendront chacun la moitié du quarré A B C D. *Euclide 47.prop. du I. Liv.*

Exemple. Des Religieux ayant remarqué que la ruë, qui est devant le Portail de leur Eglise, étoit trop étroite, & voulant faire une place devant ce Portail, ont traité avec un particulier pour acheter une maison située vis-à-vis leur Portail, & dont le terrain est de la figure du quarré parfait M N O P; & comme les Religieux sont maîtres du terrain d'alentour cette maison, celui à qui elle appartient à bien voulu la ceder à condition que les Religieux lui feront bastir sur l'alignement de la ruë deux maisons, & une autre dans l'enfoncement de la place, & dont les trois aires contiendront ensemble autant de terrain qu'en contient l'aire de sa maison.

Pour résoudre ce Probleme, il faut (selon la régle cy-dessus donnée) diviser le costé P O en deux parties égales au point Q, afin de décrire de ce point Q & de l'espace Q P la demicirconference P O: & ensuite diviser le costé P O en trois parties égales aux points R, S, O, (à cause que l'on veut avoir trois quarrez parfaits) & on élevera au point R, premiere division, la perpendiculaire R T jusqu'à la demicirconference P O. Alors la distance P T sera la longueur de chaque costé des trois maisons à bastir V, X & Y, dont les aires doivent être quarrées.

Suivant la régle cy dessus donnée, on réduira toutes sortes de figures planes regulieres, en plusieurs autres petites figures semblables, comme on peut remarquer au petit Pentagone regulier a, qui vaut un tiers du grand Pentagone b, de sorte que trois petits Pentagones, comme celuy de a, seront égaux, pris ensemble, au grand Pentagone b. Il en est de mesme pour l'Exagone c qui vaut la moitié de l'Exagone d.

PLANCHE CX.



METHODE DE RE'DUIRE PLUSIEURS FIGURES RECTILIGNES, EN UN QUARRE'-LONG CONSTRUIT SUR UNE LARGEUR DONNE'E.

EXEMPLE. Un Commissaire des Guerres désirant être inhumé dans une Abbaïe, y a légué par son Testament les deux pieces de terre A B C D & E F G H I, situées dans les terres de son Cousin qui est son heritier & le Seigneur du lieu.

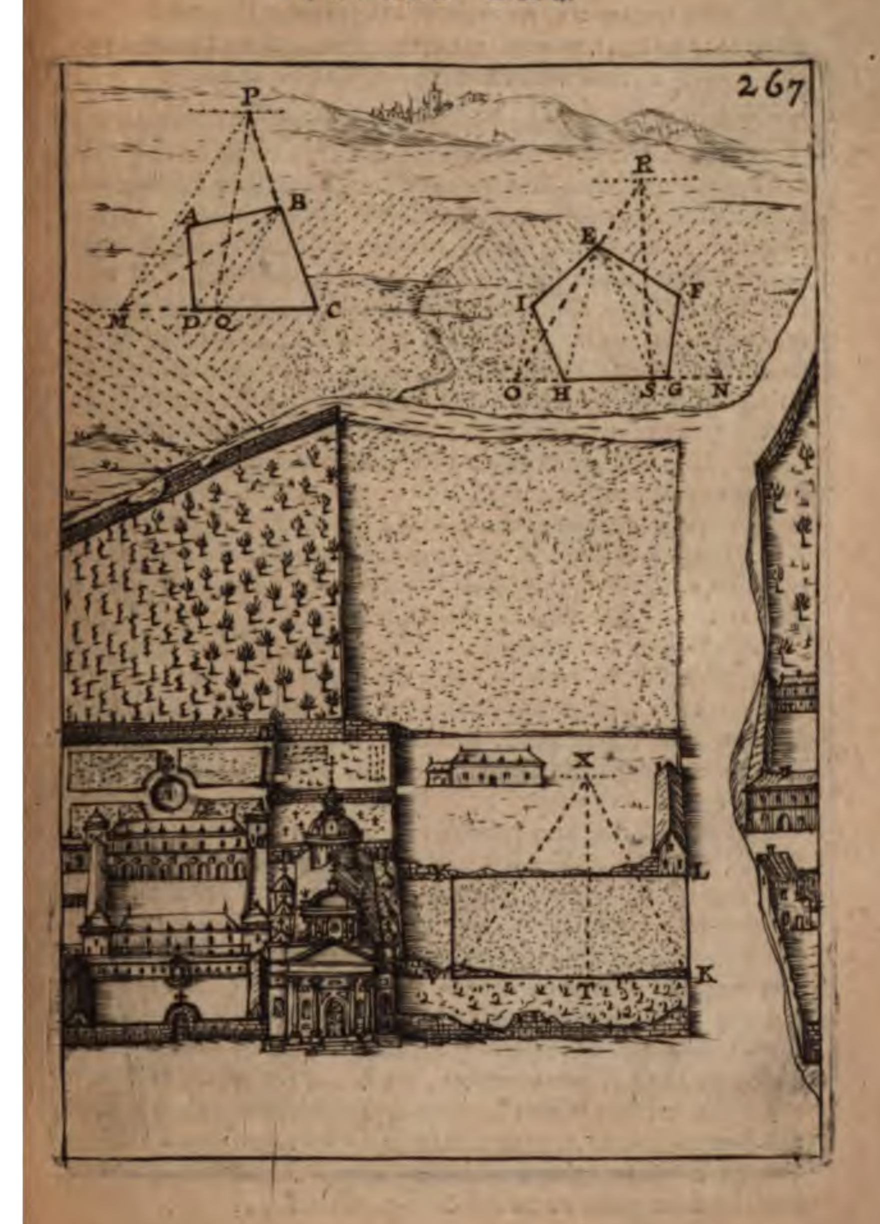
Les Religieux de cette Abbaye prévoyant que ces deux pieces de terre leurs causeroient quelque contestation avec l'heritier du Commissaire, parce qu'elles sont situées dans ses terres, ont fait en sorte qu'il a été reglé, que l'Abbaïe abandonneroit les deux pieces de terre à l'heritier du Commissaire, à la charge aussi que le dit heritier cedera de ses terres qu'il a contre les murs du Jardin K & de la Ferme L, (qui appartiennent à l'Abbaïe) autant de terrain qu'en contiennent les deux pieces en question, & que ce terrain seroit pris sous la figure d'un quarré long, qui aura pour largeur la distance comprise depuis le mur K du Jardin, jusqu'au mur de la Ferme L; les Religieux s'obligeant d'achetter ce qui restera de terrain entre le quarré long & leur Eglise.

Réduisez (ainsi qu'il a été enseigné cy-devans dans la page 228.) le Trapezoïde AB C D, dans le Triangle B C M : & réduisez aussi le Pentagone E F G H I, dans le triangle E N O. Ensuite élevez les deux triangles B C M & E N O, dans une égale hauteur, chacune double de la largeur K L, (distance d'entre le mur du Jardin K & le mur de la Ferme L) comme sont les deux triangles P C Q & R S O. Alors le Trapesoïde A B C D étant égal au triangle BCM, il s'ensuit donc que le triangle PCQ est égal au Trapezoïde AB C D: Il en est de même pour le triangle RSO, qui est égal au Pentagone irregulier E F G H I. Cela observé.

Portez la base CQ le long du mur du Jardin de K en T; & la base S O de T en V. Puis au point T élevez sur VK la perpendiculaire T X égale à la hauteur du triangle P C Q, & tirez les droites X K & X V, qui formeront le triangle XKV égal aux deux pieces de terre A B C D & E F G H I. Puis (ainsi qu'il a été enseigné cidevant page 218.) réduisez le triangle X K V, dans le quarré-long L K V Y, qui sera par conséquent égal aux deux pieces de terre proposées A B C D & E F G H I.

Ce probleme se demontre par plusieurs propositions d'Euclide, dont la principale est la 37. du I. Livre.

PLANCHE CXI.



METHODE DE REDUIRE PLUSIEURS FIGURES RECTILIGNES, EN UNE FIGURE, QUI SOIT SEMBLABLE A UNE AUTRE FIGURE PROPOSÉE.

EXEMPLE. Comme les Religieux étoient prest de faire l'échange des deux pieces de terre ABCD, & EFGHI (dont nous avons parlé dans la page précedente,) leur Pere Prieur étant venu à déceder, celui qui a été éleu à sa place, n'ayant pas jugé à propos de faire cette acquisition à la droite de leur Ferme, comme l'avoit déterminé son prédécesseur, a obtenu des heritiers du deffunt Commissaire, la permission de s'étendre à la gauche de cette mesme Ferme proche & long de son mur Z*, dans l'alignement de sa face L Z & sous une figure semblable à la marquée M a b N, qui est représentée dans la planche sur une feuille de papier volante: cette figure ayant paru plus avantageuse au Pere Prieur, à cause que son côté relatif à celui de a M sera tres-commode pour bâtir des maisons, dont on tirera des loyers considerables.

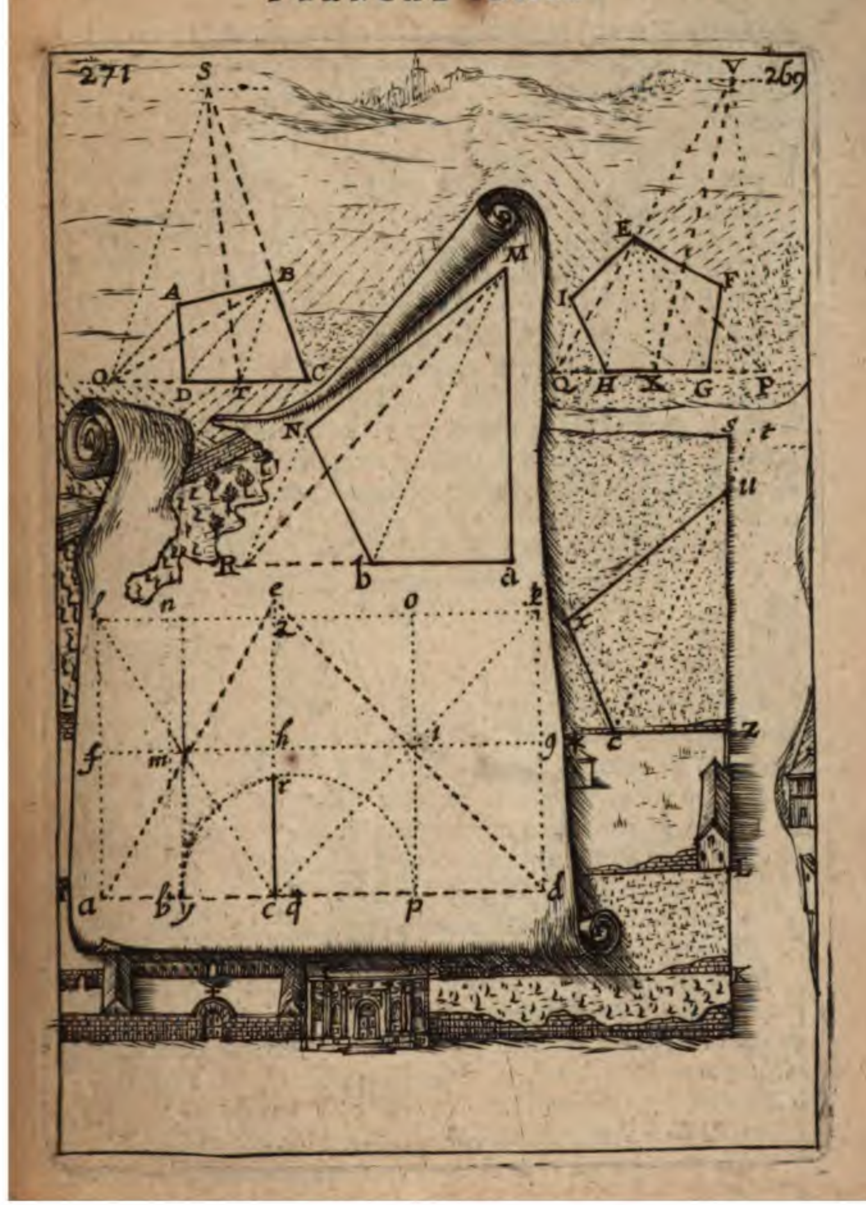
Pour faire cette pratique, reduisez la superficie du trapezoïde ABCD dans le triangle BCO: le pentagone EFGHI dans le triangle EPQ, & la figure M a b N dans le triangle M a R, ainsi qu'il a été enseigné dans le chapitre précedent.

Reduisez les deux triangles BCO & EPQ, selon la hauteur du triangle M a R (comme il a été enseigné ci-devant, page 224.) Alors le triangle SCT sera égal au trapezoïde ABCD, & le triangle VXQ au pentagone EFGHI, & tous les deux seront de la hauteur du grand triangle M a R, ou de la figure M a b N qui lui est égale.

Puis faites ailleurs un triangle qui soit égal aux trois triangles SCT, VXQ, & M a R (ainsi qu'il a été enseigné dans la page précedente.) En portant à part les trois bases TC, QX, & R a, comme de *a* en *b*, de *b* en *c*, & de *c* en *d*; & élevez au point *c* la perpendiculaire *ce*, de la hauteur du triangle M a R, afin de tirer du point *e* les deux droites *ea* & *ed*, qui formeront avec la droite *ad* (laquelle comprend les trois bases TC, QX, & R a,) le triangle *eda* égal au trapezoïde ABCD, au pentagone EFGHI, & à la figure M a b N pris ensemble, par *la 1. Prop. du VI. d'Eucli.*

Ensuite reduisez (selon la régle donnée ci-devant dans la page 218.) ce triangle *eda*, en un rectangle *fgda*: remarquez où son côté *fg* a coupé la perpendiculaire *ce* en *h*, & prolongez vers haut les deux petits côtez *af* & *dg*. Cela fait,

Planche CXII.



Prenez à la figure marquée M a b N sa base b a, & la portez sur *fg*, du point *b* en *i*, afin de tirer la droite *ci*, jusques à ce qu'elle coupe le côté prolongé *dg*, en *k*. Puis faites passer par ce point *k* une parallele au côté *fg*, jusques à ce qu'elle rencontre le côté prolongé *af*, en *l*; & de ce point *l* on tirera la droite *lc*, & l'on remarquera où elle aura occupé le côté *fg* au point *m*, afin de faire passer à ce point *m*, & sur cette ligne *fg*, la perpendiculaire *nmy*; & au point *i* la perpendiculaire *oip*.

De sorte que le parallelogramme *nzcy*, qui est égal à celui de *fhca*; & aussi égal au triangle *eca*, sera égal aux deux figures ABCD & EFGHI prises ensemble. Et le parallelogramme *zopc* qui est égal à celui de *hgdc*; & égal au triangle *edc*, est aussi égal à la figure M a b N. Cela connu,

Cherchez une moyenne proportionnelle entre les deux longueurs *yc* & *cp*, en divisant (ainsi qu'il a été enseigné dans le Tome I. page 188.) la distance *yp*, en deux parties égales au point *q*, & de ce point *q* comme centre & de l'intervalle *qy*, décrivez au-dessus une demicirconference, & remarquez où elle coupera la perpendiculaire *ce* au point *r*; la longueur *cr* sera une moyenne proportionnelle entre les longueurs *yc* & *cp*.

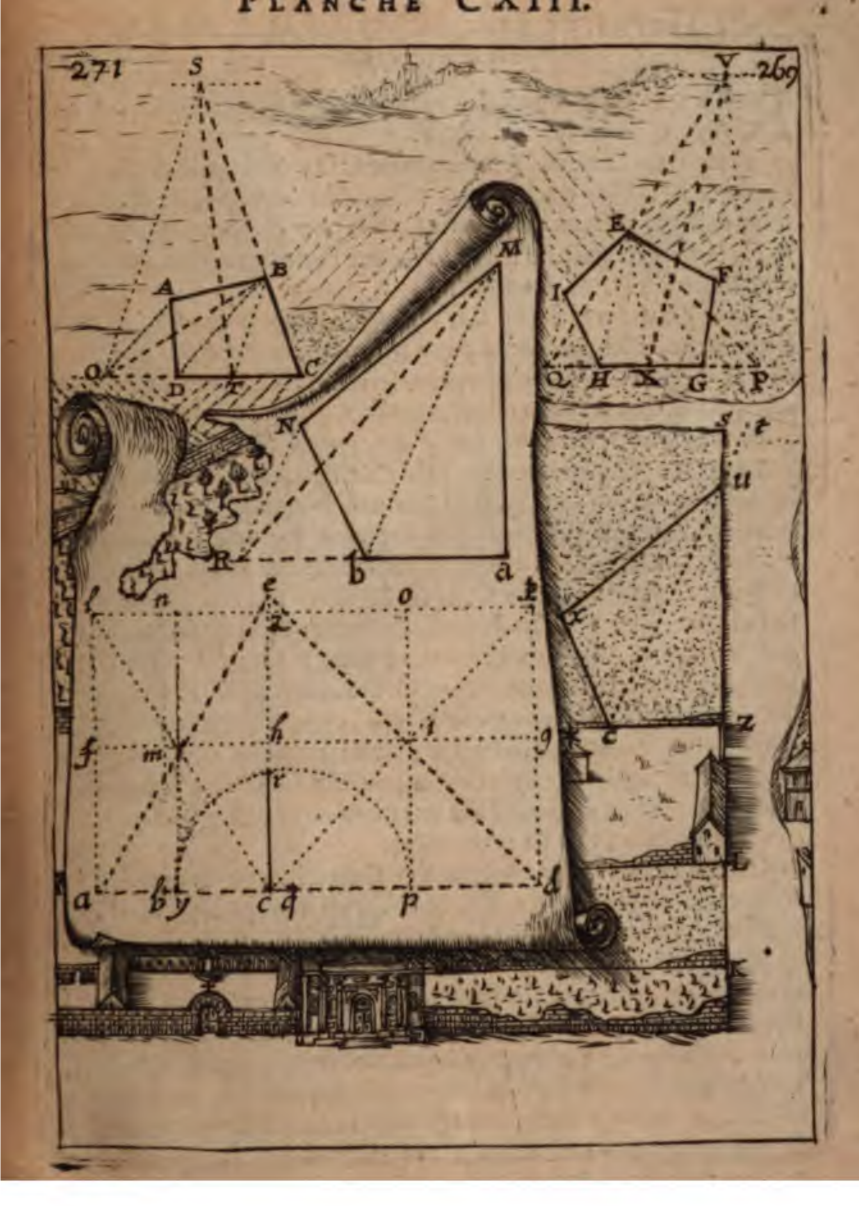
Alors portez cette moyenne proportionnelle *cr* (ou sa valeur) à la gauche de la Ferme des Religieux le long de son mur Z*, de Z en *c*, & formez sur cette ligne *c* Z (ainsi qu'il a été enseigné dans le Tome I. page 206.) une figure semblable à la figure M a b N. En partageant la figure M a b N en deux triangles par la diagonale b M (qui a déja été tirée :) & faites sur la ligne c Z au point Z l'angle *c* Z *s* égal à celui de b a M (qui est droit selon cet exemple,) & au point *c* l'angle Z *ct* égal à celui de a b M; & remarquez que les deux droites Z *s* & *ct*, qui se sont coupé en *u*, ont formé le côté Z *u* homologue ou relatif au côté a M de la figure marquée M a b N.

Ensuite faites sur la ligne *cu* au point *u* l'angle *cux* égal à l'angle b M N : & au point *c* l'angle *ucx* égal à l'angle M b N.

Alors on aura fait sur la ligne *c* Z (qui est égale à la moyenne proportionnelle *cr*) la figure *u* Z *cx* égale au quarré-long *nzcy*, & par consequent aux deux pieces de terre ABCD & EFGHI mentionnées dans le testament du Commissaire, & cette figure *u* Z *cx* est (par sa construction) semblable à la figure M a b N, ce que le Pere Prieur avoit souhaité pour l'interest du Convent.

Cette pratique est tirée de la 25. Proposition du VI. Livre d'Euclide.

PLANCHE CXIII.



METHODE DE REDUIRE PLUSIEURS CERCLES, EN UN SEUL.

REGLE. On propoſe de reduire la ſuperficie des deux cercles A & B, dans un ſeul cercle.

Tirez dans le cercle A le diametre CD, & dans le cercle B le diametre EF. Puis tracez à part la ligne indéterminée GH, qu'on terminera par le diametre CD de G en I, pour élever à ce point I ſur GH, la perpendiculaire infinie IK, que l'on déterminera par l'autre diametre EF, de I en L.

Alors on tirera la droite GL, que l'on coupera en deux parties égales au point M, pour de ce point M comme centre & de la diſtance ML, ou MG, décrire la circonference GNLI, qui formera le cercle M égal aux deux cercles propoſez A & B.

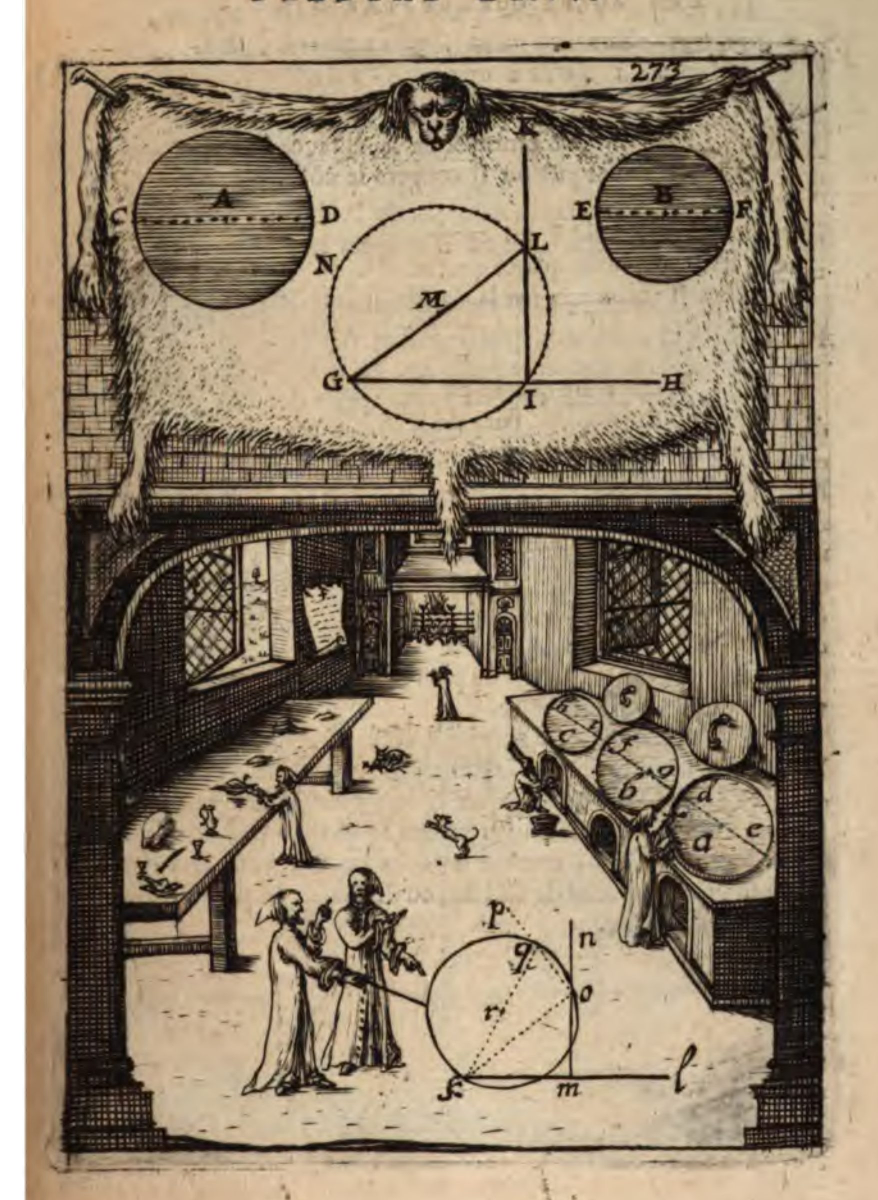
Ce problême ſe démontre par la 47. propo. du I. Livre d'Eucli.

Exemple. Comme un General de Religieux faiſoit la viſite pour la reforme de ſon Ordre, il trouva dans la cuiſine d'un Convent, trois marmites de different diametre ainſi que ſont les marquées *a*, *b*, *c*: la plus grande *a* ſervant à faire la ſoupe pour le commun, c'eſt-à-dire pour les Freres Convers & autres ſerviteurs de la maiſon; la ſeconde *b* pour les Peres & Novices; & la troiſiéme, marquée *c*, pour les Religieux en charge: Mais ce General voulant établir la régle de la réforme de ſon Ordre, où tous les Religieux ne doivent manger que d'une meſme ſoupe, commanda à un jeune Religieux, qui ſçavoit la Géometrie, de lui tracer un cercle dont la ſuperficie fût égale aux trois cercles, ou entrées des marmites *a*, *b*, & *c* pris enſemble, afin de faire une marmite dont l'entrée fût auſſi grande elle ſeule, que les trois autres.

Ce Religieux, pour obeïr à ſon General, prit aux cercles *a*, *b*, & *c*, leurs diametres *de*, *fg*, & *hi*. Puis il traça à part la ligne infinie *kl*, qu'il termina de *k* en *m* par le diametre *de*, & il éleva au point *m* la perpendiculaire *mn*, qu'il détermina de *m* en *o* par le diametre *fg*, puis il tira la droite *ko* (en remarquant que le cercle fait ſur le diametre *ko* eſt égal aux deux cercles *a* & *b*.) Enſuite il éleva ſur la ligne *ko* au point *o* la perpendiculaire indéterminée *op*, qu'il termina de *o* en *q* par la longueur du diametre *hi* pour tirer la droite *kq*. Alors le Religieux ayant décrit du point *r* milieu de *kq* la circonference *qok*, aſſura à ſon General que la ſuperficie du cercle *r* étoit égale aux trois ouvertures des trois marmites *a*, *b*, & *c* priſes enſemble. Ce qu'il falloit faire.

METHODE

PLANCHE CXIV.



METHODE DE FAIRE UN QUARRÉ-PARFAIT, QUI SOIT DOUBLE, QUADRUPLE, &c. D'UN AUTRE QUARRÉ-PARFAIT.

REGLE. On doublera l'étenduë du quarré-parfait ABCD, en prolongeant à l'infini le côté DC vers le lieu où l'on veut que s'étende le quarré double.

Puis du point D comme centre & de la distance DB on décrira l'arc BE, pour remarquer où il coupera le côté prolongé DC en F.

Alors sur la longueur DF on construira le quarré-parfait GHFD, qui sera double du quarré-parfait ABCD.

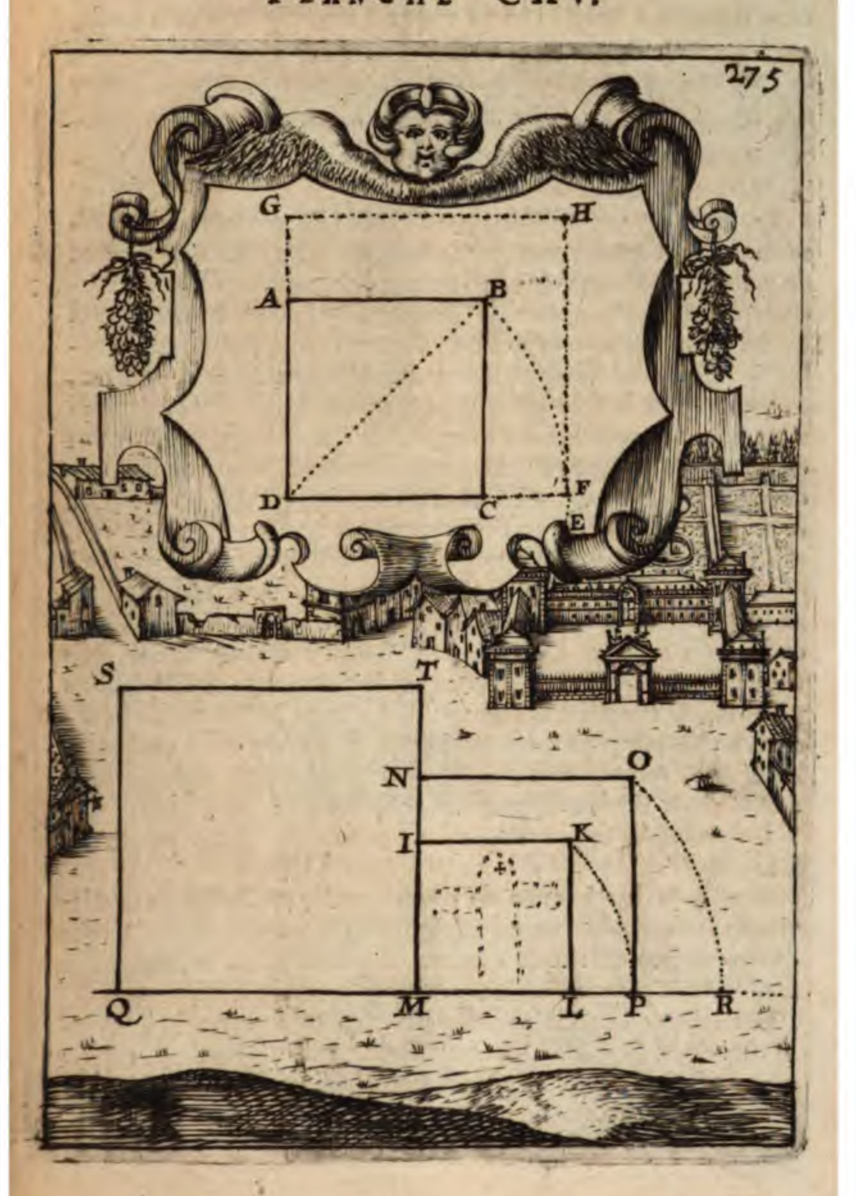
Ce problême se démontre par la 47. du I. Livre d'Euclide.

Exemple. Un Ministre d'Etat ayant appris que l'Eglise IKLM du lieu de sa naissance, alloit estre abatuë & aggrandie de son double sur la figure d'un quarré-parfait, comme est le marqué NOPM, ce Ministre voulant faire du bien à son village, a pris la resolution de faire élever une nouvelle Eglise à la droite de l'ancienne, & qui contienne quatre fois autant de terrain, c'est-à-dire, qui soit double de la marquée NOPM qu'on vouloit construire, & qui soit aussi de la figure d'un quarré-parfait & dans l'alignement de la vieille Eglise.

On aura facilement le trait du plan de ce dernier projet, en suivant la régle ci-dessus donnée.

Prolongez à droit & à gauche le côté MP du quarré-parfait NOPM : puis du point M comme centre & de la distance MO décrivez l'arc OR, pour porter la longueur MR à la droite de l'Eglise IKLM de M en Q. Alors le quarré-parfait construit sur la longueur QM, comme est celui de STMQ sera quatre fois aussi grand que celui de IKLM, ou double de celui de NOPM. Ce qu'il falloit faire.

Planche CXV.



METHODE DE CONSTRUIRE DES FIGURES RECTILIGNES, QUI SOIENT SEMBLABLES ET DOUBLES ; *ou ſemblables & triples, quadruples, quintuples, &c. à d'autres figures propoſées d'un meſme nombre de côtez.*

PROPOSITION. On veut faire un quarré-long qui ſoit ſemblable & double du quarré ABCD.

Régle. Prolongez à l'infini la baſe DC, (& comme l'on veut faire une figure double) portez deux fois cette baſe DC de C en E & de E en F, (car ſi on vouloit la figure triple ou quadruple, &c. il faudroit porter trois ou quatre fois cette baſe DC.) Puis trouvez (ainſi qu'il a été enſeigné dans le Tome I. page 188.) une moyenne proportionnelle entre les deux lignes EF & ED, laquelle on aura, en élevant ſur DF au point E la perpendiculaire EG, & partageant la longueur DF en deux parties égales au point H, pour de ce point H comme centre & de la diſtance HD décrire la demi-circonference DF, qui coupera la perpendiculaire EG au point I ; la droite EI ſera la moyenne proportionnelle demandée. Cela fait,

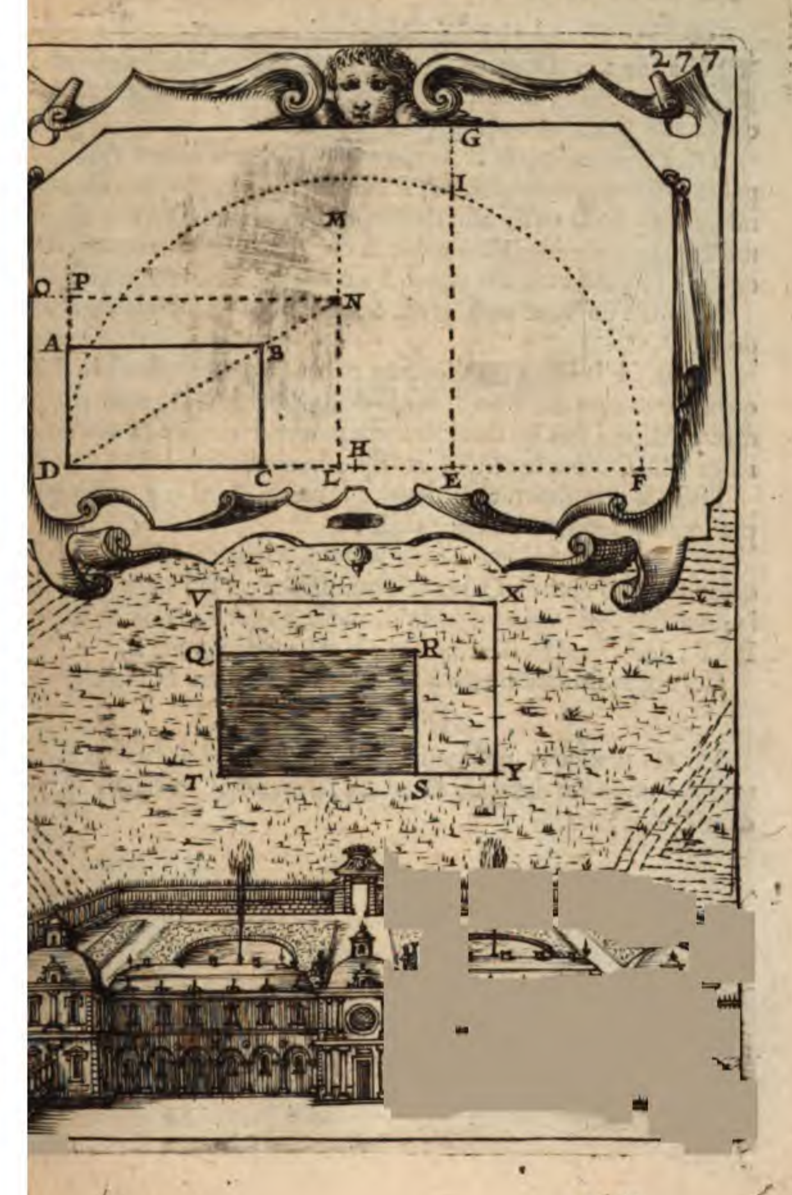
Portez cette moyenne proportionnelle EI ſur la baſe prolongée DC de D en L, pour conſtruire ſur la longueur DL un quarré-long ſemblable au quarré-long propoſé ABCD. Ce qu'on fera, en formant au point L l'angle DLM égal à celui de DCB, puis tirez la diagonale DB juſques à ce qu'elle coupe la droite LM au point N, & à ce point N faites paſſer la droite NO parallele à celle de AB ; & remarquez où cette ligne NO coupera le côté prolongé DA comme en P ; la figure PNLD ſera un quarré-long ſemblable & double du propoſé ABCD.

Ce problême ſe prouve par le Corollaire de la 20. propo. du VI. d'Euclide.

Exemple. Un homme de qualité, qui a un Reſervoir ou Vivier de la figure du quarré-long QRST, veut augmenter ce Vivier du double, en telle ſorte neanmoins que ce nouveau Vivier ſoit ſemblable au premier.

En ſuivant la régle ci-deſſus donnée, on formera ſur le quarquarré-long QRST, un quarrré-long ſemblable & double de ce quarré-long QRST, comme eſt le quarré-long VXYT, qui ſera le nouveau Vivier. Ce qu'il falloit faire.

Planche CXVI.



METHODE DE DOUBLER, TRIPLER, ET QUADRUPLER UN CERCLE.

EXEMPLE. On propoſe de faire un cercle, dont le point A ſoit le centre, & dont la ſuperficie ſoit double de celle du cercle donné B qui eſt au haut de la planche.

Tirez dans ce cercle B le diametre C D, puis élevez deſſus au point D la perpendiculaire D E, qu'on terminera par le demidiametre B D de D en F, afin de tirer la droite BF qui ſervira de demidiametre pour décrire du point A comme centre la circonference G H I, qui formera le cercle A double du cercle donné B.

Mais ſi l'on veut auſſi avoir un cercle qui ſoit triple du cercle donné B.

Il faut ſur la ligne BF élever au point F la perpendiculaire FK, qu'on terminera de F en L par le demidiametre BD, pour tirer la droite BL qui ſera un demidiametre propre à décrire la circonference MNO dont le cercle ſera triple du cercle donné B.

Enfin ſi l'on deſiroit quadrupler le cercle B, il n'y auroit qu'à pratiquer toûjours la meſme régle,

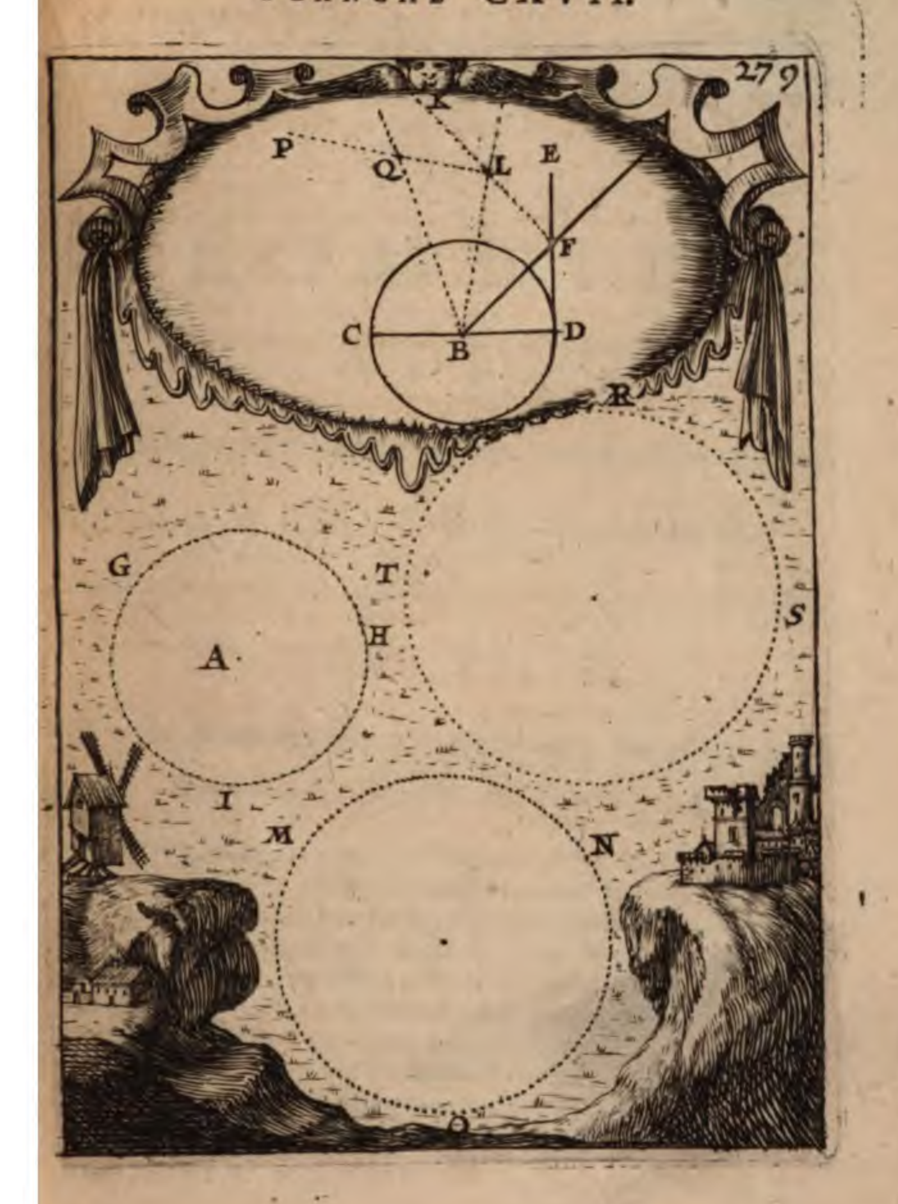
En élevant ſur la ligne BL au point L, la perpendiculaire LP, qu'on limitera de L en Q par le demidiametre BD, alors ſi on tire la ligne BQ, elle ſervira de demidiametre à décrire la circonference RST, dont le cercle ſera quadruple du cercle donné B.

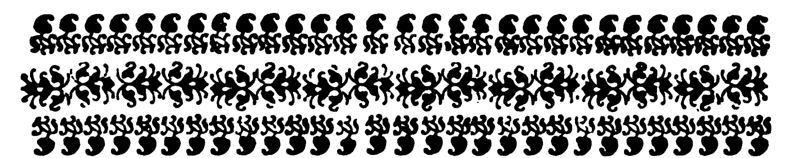
Ces régles ſe démontrent par la 47. du I. Livre d'Euclide.

USAGE.

Par ces pratiques, on doublera, triplera, quadruplera, &c. l'étenduë d'un baſſin de figure circulaire, d'un ſalon, d'une Chapelle, d'un Dôme, &c.

Planche CXVII.





LA GEOMETRIE PRATIQUE.

LIVRE TROISIE'ME.

CHAPITRE X.

De la Planimetrie, ou Arpentage, qui traite de la Géodesie, ou division des figures planes.

ON remarquera, que les Pratiques de ce X. Chapitre, qui traite de la Géodesie ou partage de toutes sortes de superficies, planes, roulant la pluspart sur la 37. proposition du I. livre d'Euclide & sur plusieurs autres du V. & du VI. nous avons creu assez faire pour ceux qui ne connoissent point cet Auteur, de leur citer ses propositions qui servent à la démonstration des problémes qu'on y resoud; & de démontrer à part les régles que nous y donnons, tant pour inciter & engager le nouveau Géometre à étudier Euclide, que pour la satisfaction de ceux qui en possedent déja les élemens.

METHODE DE DIVISER LES FIGURES TRIANGULAIRES, EN PLUSIEURS PARTIES E'GALES, QUI RE'PONDENT TOUTES A UN MESME ANGLE.

PROPOSITION. On demande à diviſer le triangle A B C, en deux parties égales, qui répondent toutes deux au point de l'angle A.

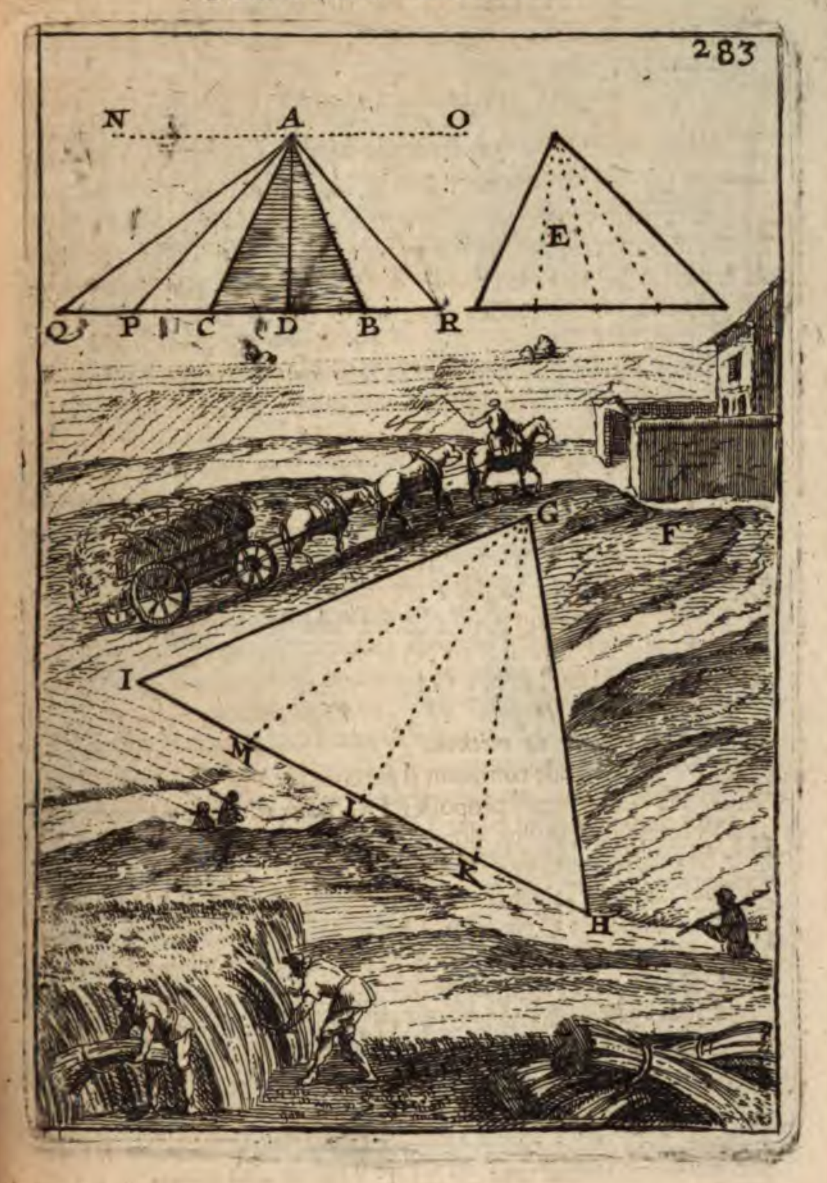
Régle. Diviſez ſa baſe C B en deux parties égales en D, & tirez la ligne droite A D; cette droite diviſera le triangle A B C dans les deux parties égales A B D & A D C, qui répondront toutes deux au point A. Euclide 1. propo. de V I. livre.

On remarquera que cette régle eſt auſſi generale pour la diviſion de toutes ſortes de triangles rectilignes, comme il ſe peut remarquer au triangle E, qui eſt partagé en quatre parties égales.

Exemple. Un Fermier ayant entrepris le labour & la recolte d'une terre de la figure du triangle G H I, qui a une de ſes extrémitez comme G, proche de la Grange marquée F, ſouhaiteroit pour ſon utilité partager cette terre en quatre parties égales, afin qu'en laiſſant repoſer une partie chaque année, il pût dépoüiller les trois autres, & charier leurs grains & fourages dans la Grange F ſans être obligé de paſſer d'une partie dans l'autre.

Enſuivant la régle cy-deſſus donnée, on diviſera le coſté I H, oppoſé à la Grange F, en quatre parties égales aux points K, L, M, & I, pour tirer les droites K G, L G, & M G. Alors la terre G H I ſera diviſée en quatre parties égales; & le Laboureur pourra de chaque partie aller à la Grange F, ſans paſſer par deſſus le terrain des autres, le point G étant commun pour toutes les parties. Ce qu'il falloit faire.

Planche CXVIII.



METHODE DE DIVISER LES FIGURES TRIANGULAIRES, EN PLUSIEURS PARTIES EGALES, QUI ABOUTISSENT TOUTES A UN POINT DONNÉ SUR UN DE LEURS COSTEZ.

EXEMPLE. On désire diviser le triangle équilateral A B C, en deux parties égales, qui répondent au milieu du côté A C.

Divisez ce costé A C en deux parties égales au point D, & tirez la droite D B. Alors le triangle A B C se trouvera divisé au point D, dans les deux parties égales A B D, & D B C. Euclide 1. propos. du V I. livre.

Mais si lon vouloit partager le triangle Isocele E F G en trois parties égales, qui répondissent au point H pris sur le costé E G.

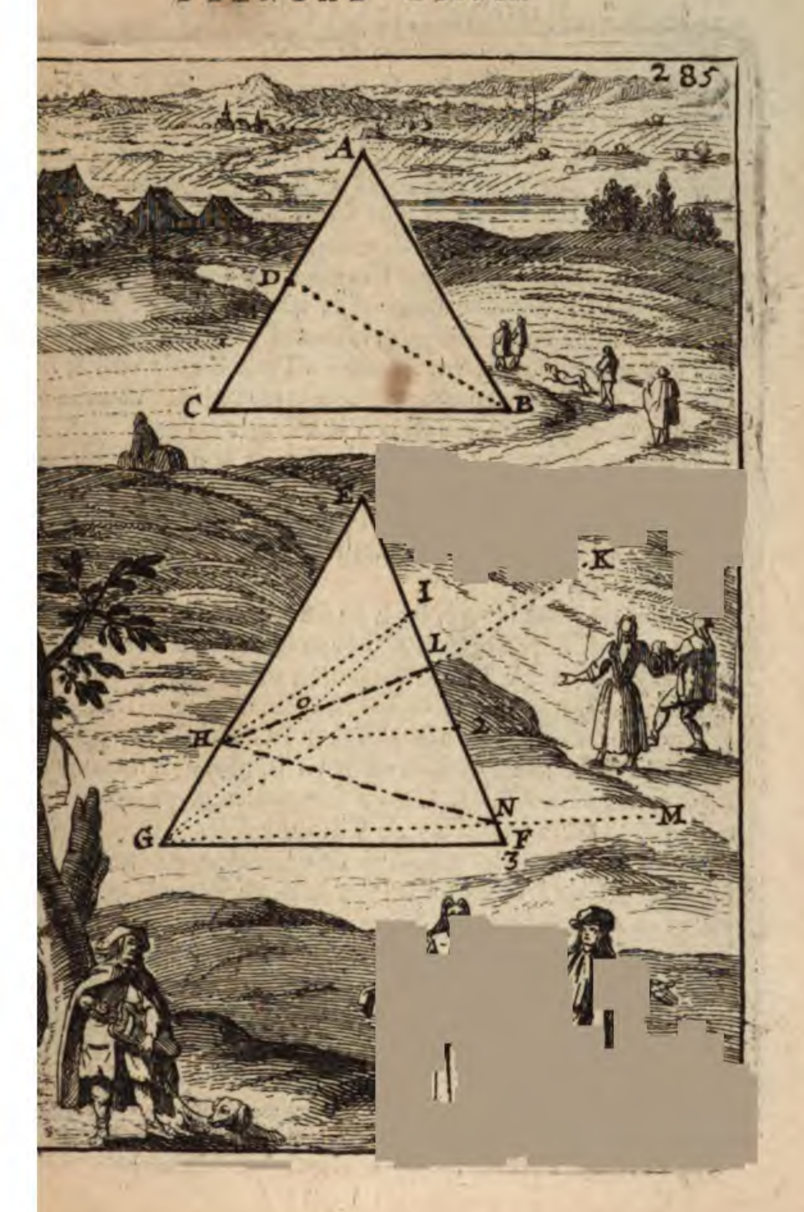
Il faudroit diviser le costé E F, opposé au point donné H, en trois parties égales aux points I, 2, & 3, & tirer la droite H I, pour faire passer au point G sa parallelle G K qui coupera le côté E F au point L. Puis de ce point L au point donné H, tirez la droite L H, alors le triangle E L H sera le tiers du triangle proposé E F G. Pour avoir les deux autres tiers, tracez du point donné H la droite H 2, puis du point G faites G M parallele à H 2; remarquez où elle a coupé E F en N, le triangle L N H sera le second tiers: & le trapezoide N F G H sera le troisiéme tiers.

Si l'on vouloit le point H, vers le milieu du costè G E, il faudroit pratiquer la méthode de la page suivante.

Et si l'on demande comment il se peut faire que le triangle E L H soit le tiers du triangle proposé E F G, nous allons (pour contenter le Géometre curieux) en donner la démonstration par Euclide.

Tirez du point G au point I la droite G I, qui coupera la ligne H L au point O. la partie E I étant le tiers du côté E F, il s'ensuit que le triangle E I G est le tiers du triangle proposé E F G (selon la 1. prop. du V I. liv. d'Euc.) Mais aussi les triangles H I G & H I L sont égaux, selon la 37. du 1. d'Euc. Cela étant, observez que si l'on soustrait le triangle H I O, qui leur est commun, restera les deux triangles H O G, & I O L égaux entr'eux. Si l'on ajoûte donc au Trapezoïde E I O H, le triangle H O G, ou son égal I O L, on aura les deux triangles égaux E I G & E L H: & comme celui de E I G a été prouvé être le tiers du triangle E F G, il s'ensuit donc que le triangle E L H (qui est égal à celuy de E I G) sera le tiers du triangle E F G. Ce qu'il falloit démontrer.

Planche CXIX.



REMARQUE SUR LA PRATIQUE PRECEDENTE.

NOus avons promis dans la page precedente, que si l'on vouloit le point H vers le milieu du côté G E, nous en expliquerions ici la Methode.

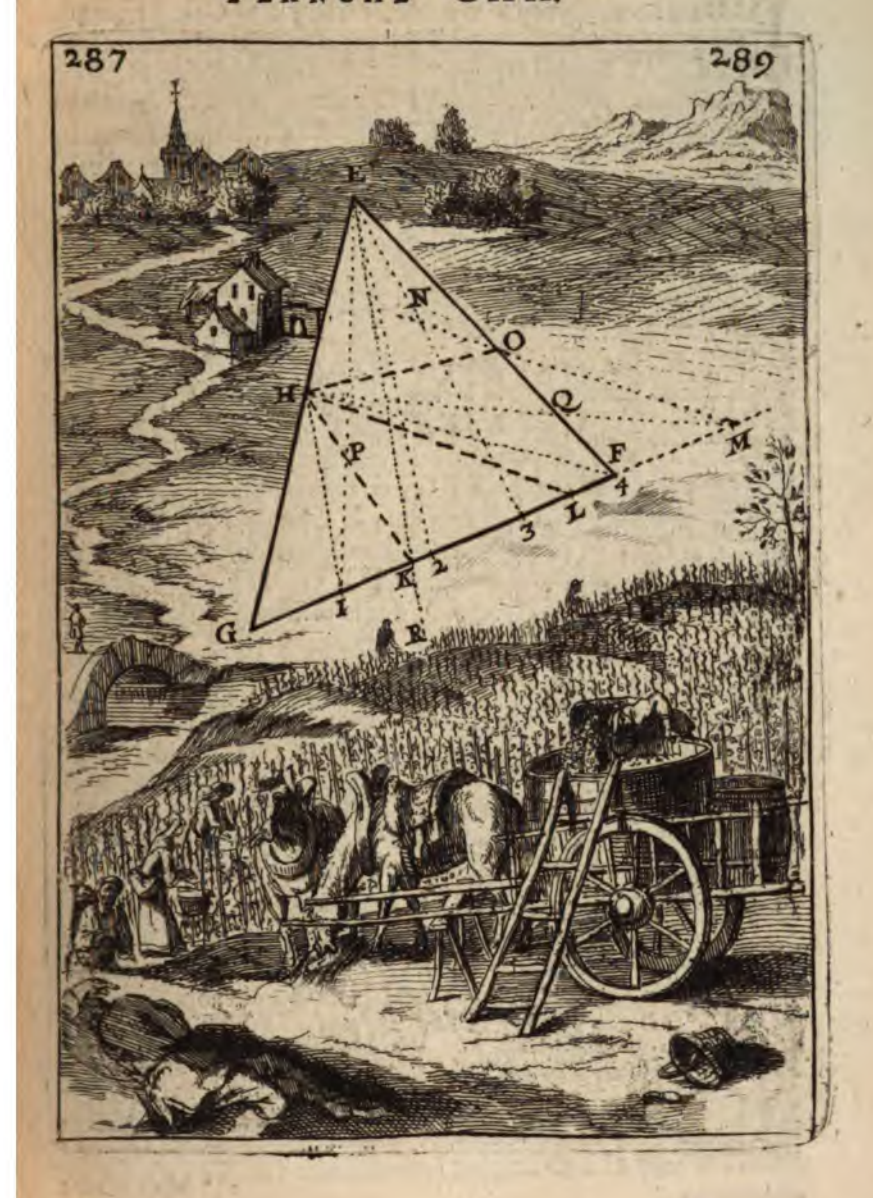
Exemple. Un Vigneron, qui est demeuré veuf & chargé de trois enfans, & qui n'a pour tout bien, que la maison marquée H avec un vignoble de la figure du triangle Scalene E F G, veut partager ce vignoble en quatre parties égales afin d'en donner une partie à chacun de ses enfans & conserver la quatriéme pour lui; ensorte néanmoins que ces quatre parties aboutissent proche la maison H, que le Vigneron se reserve, à cause du Pressoir qui y est, & prend encore la partie du vignoble qui sera la plus proche de cette maison H, & du point E qui est vers le Village.

En suivant ce qui a été dit dans la régle de la page precedente, il faudra diviser le côté G F en quatre parties égales aux points I, 2, 3, 4, & tirer du point E au point I la droite E I, afin de former le triangle E I G qui sera le quart du triangle E F G par la 1. du V I. Liv. d'Euclide.

Ensuite du point H au point I, tracez la droite H I, & faites passer au point E sa parallele E R, pour observer où elle coupera le côté G F du triangle E F G au point K, afin de tirer la droite H K qui formera le triangle HKG, qui est égal au triangle E I G, & qui par consequent est le quart du triangle E F G. Cela fait, portez sur la ligne G F la longueur G K & de K en L, & tracez la droite H L. Alors on aura le triangle H L K qui sera un second quart égal au premier quart H K G, selon la 1. du V I. d'Euclide.

Enfin pour avoir les troisiéme & quatriéme quarts. Portez la longueur KL de L en M sur la ligne G F, & si cette ligne GF n'est pas assez longue (comme il arrive dans cet exemple) prolongez là pour avoir le point M, & tirez du point H à ce point M la droite H M, puis tracez du point H au point F la droite H F, & faites passer au point M sa parallele M N, en remarquant où elle a coupé le côté E F au point O, pour tirer la droite H O, qui formera le Trapezoïde OFLH pour le troisiéme quart; & le triangle EOH sera le quatriéme quart, que le Vigneron prendra, à cause qu'au respect de sa maison H, ce quart est vers l'angle E qui est proche le Village.

PLANCHE CXX.



DEMONSTRATION DE L'EXEMPLE PRECEDENT.

POUR prouver (par Euclide) que le triangle EFG de l'Exemple précedent a été divisé dans les quatre parties égales HKG, HLK, HOFL, HEO, qui répondent toutes au point donné H,

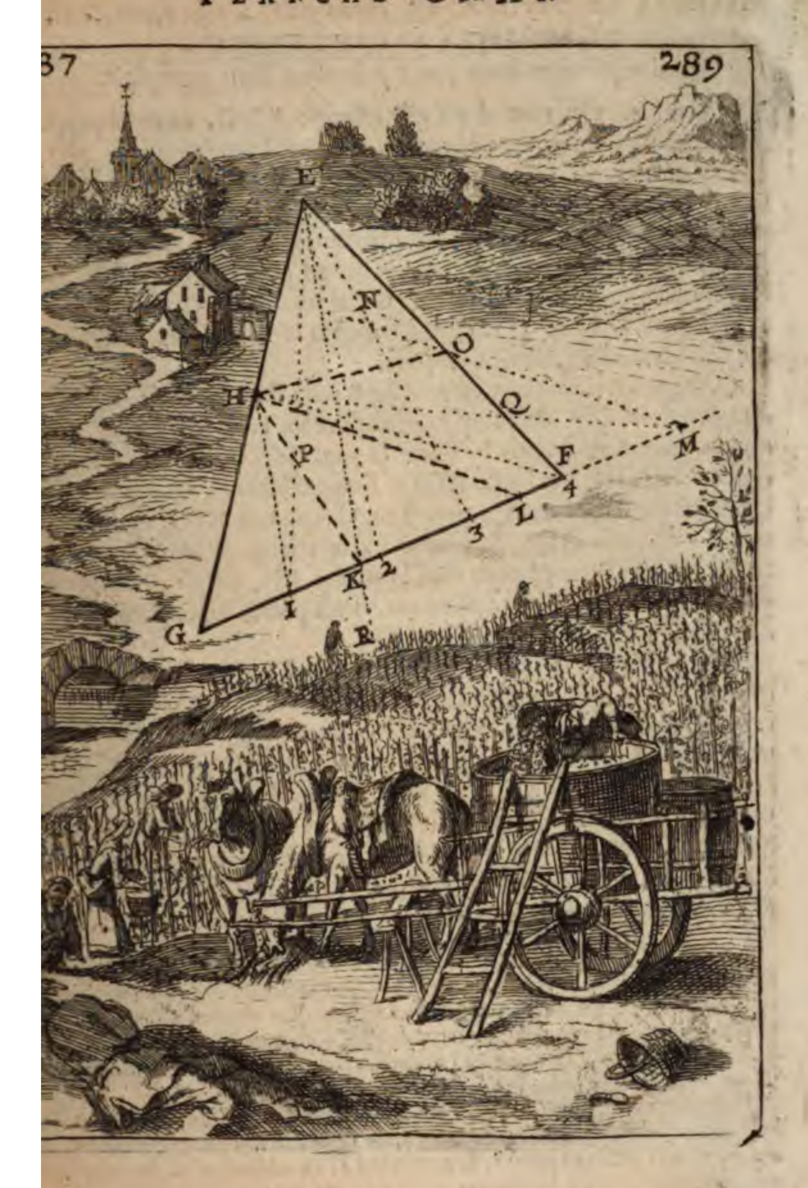
Remarquez que le triangle EFG a eut sa base GF divisée en quatre parties égales aux points I, 2, 3, & 4, ce qui a formé les triangles EIG, E2I. E32. & EF3. qui étant de même hauteur, & sur bases égales, sont égaux (par la 1. pro. du VI. Liv. d'Eu.) & partant sont chacun le quart du triangle EFG.

Observez que les deux triangles HEK & IEK étans sur la même base EK, & par la construction, entre les mêmes paralleles HI & EK, sont donc (égaux par la 37. prop. du I. Liv. d'Euc.) ce qui fait qu'en retranchant le triangle commun PEK, resteront les deux triangles HEP & IKP, qui sont égaux (par le 3. axi. du I. Liv. d'Euc.) desorte que si du triangle EIG (qui a été prouvé le quart du grand triangle EFG) on retranche le triangle HEP, pour prendre son égal IKP, on aura le triangle HKG égal au triangle EIG, & par consequent à un quart du triangle EFG.

Remarquez que les trois triangles HKG, HLK, & HML étans de même hauteur, & ayant (par la constrnction) leurs bases GK, KL, & LM égales, sont deux égaux (par la 1. pro. du VI Liv. d'Euc.) Et comme le triangle HKG vient d'être prouvé le quart du grand triangle EFG, les deux autres triangles HLK, & HML sont donc aussi chacun le quart de ce grand triangle; mais comme le triangle HML sort hors du triangle EFG, pour le faire rentrer on a tiré la droite HF, & sa parallele MN, qui ont formé les triangles HOM & FOM, qui étant sur la même base OM, & entre les mesmes paralleles HF & OM, sont égaux (par la 37. du I. d'Euc.) desorte qu'en retranchant de ces deux triangles égaux, le triangle commun QOM, resteront les deux triangles HOQ & FMQ, qui sont égaux (par le 3. axi. du I. Li. d'Euc.) Ce qui fait que si du triangle HML (lequel a été prouvé le quart du grand ttiangle EFG) on retranche le triangle FMQ, pour prendre son égal HOQ, on aura la figure HOFL égale au triangle HML, & partant à un quart du grand triangle EFG; & comme on a prouvé que les trois figures HKG, HLK, & HOFL sont chacune le quart de ce grand triangle EFG, le reste HEO est donc le quatriéme quart. Ce qu'il falloit démontrer.

METHODE

PLANCHE CXXI.



METHODE DE DIVISER LES FIGURES TRIANGULAIRES EN PLUSIEURS PARTIES EGALES, *qui répondent à un point pris dans leur superficie.*

REGLE. On veut divifer le triangle A B C, en trois parties égales, qui viennent répondre au point D.

Faites paffer à l'infini au point A, la ligne AE parallele à la bafe CB, & prolongez à droit & à gauche cette bafe CB, & fa parallele AE. Divifez le côté CB en trois parties égales aux points 1, 2, 3. Puis tirez la droite AD, & faites paffer au point 1 fa parallele 1 F, qui coupera le côté AB au point G; alors menez du point D, les deux lignes D G & D 1, elles formeront le trapezoïde G B 1 D, qui fera un tiers du triangle propofé.

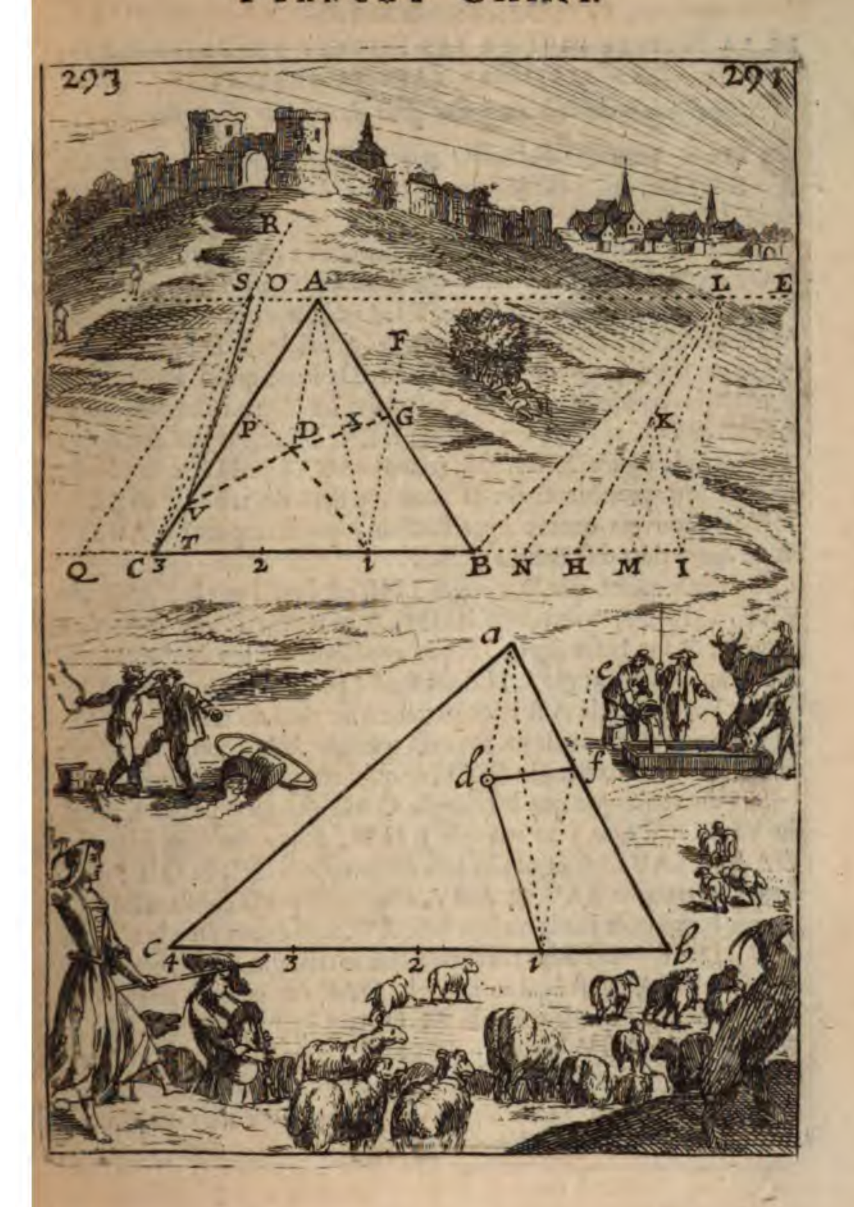
On aura un autre tiers, en portant B 1, de B en H, & la bafe DG du triangle AGD, de H en I, pour faire fur cette ligne HI (ainfi qu'il a été enfeigné dans le Tome I. page 200.) le triangle KIH, égal & femblable à celui de AGD. Enfuite élevez (ainfi qu'il a été enfeigné ci-devant dans la page 224.) le triangle KIH, de la hauteur du triangle ABC, & vous aurez le triangle LMH; portez fa bafe HM de B en N pour tirer la droite LN, *qui fervira à la démonftration dans la page fuivante.* Puis portez la longueur HN, de A en O, afin de tirer la droite OC.

Enfuite prenez la plus courte diftance qu'il y a du point D jufques à la ligne AC, comme eft la perpendiculaire DP, pour faire de cette diftance DP une parallele à AC, comme eft la ligne QR, en obfervant où cette ligne QR a coupé la ligne AE au point S, d'où l'on tirera la droite S C, pour faire paffer au point O, fa parallele OT, qui coupera le côté AC en V; alors l'on tirera les droites SV & V D, *la premiere fervant à la démonftration*, & la feconde à former le trapezoïde A G D V, qui fera un fecond tiers : le refte D 1 C V fera donc le troifiéme tiers qui aboutira au point D.

Exemple. Deux freres ont la terre triangulaire *a b c d*, où il y a le Puits *d*, qui eft le feul dans le pays dont l'eau ne tarit jamais; l'Aîné qui joüit de la terre, eft obligé par le Teftament de fon pere d'en donner à fon Cadet un quart, qui répondra au puits *d*, qui doit eftre commun. Mais le Cadet ayant mal fait fes affaires, fes Creanciers ont obtenu une Sentence, par laquelle l'Aîné eft contraint de leur ceder le quart de fon Cadet.

Pour avoir ce quart (en fuivant la régle ci-deffus donnée) on divifera la bafe *b c*, en quatre parties égales aux points 1. 2. 3. 4. & l'on tracera la droite *a d*, pour faire paffer au point *i*, fa parallele *i e*, en obfervant où elle a coupé *a b*, en *f*, afin de tirer les droites *d f* & *d i*, qui formeront le quart *d f b i* de la terre propofée *a b c d*. Ce qu'il falloit faire.

PLANCHE CXXII.



DEMONSTRATION DE LA MET. DE DIVISER LES FIGURES TRIANGULAIRES, EN PLUSIEURS PARTIES EGALES, *qui répondent à un point pris dans leur ſuperficie.*

POUR prouver d'abord (par Euclide) que le trapezoïde G B I D, qui a été le premier trouvé dans la page précedente, eſt le tiers du triangle A B C.

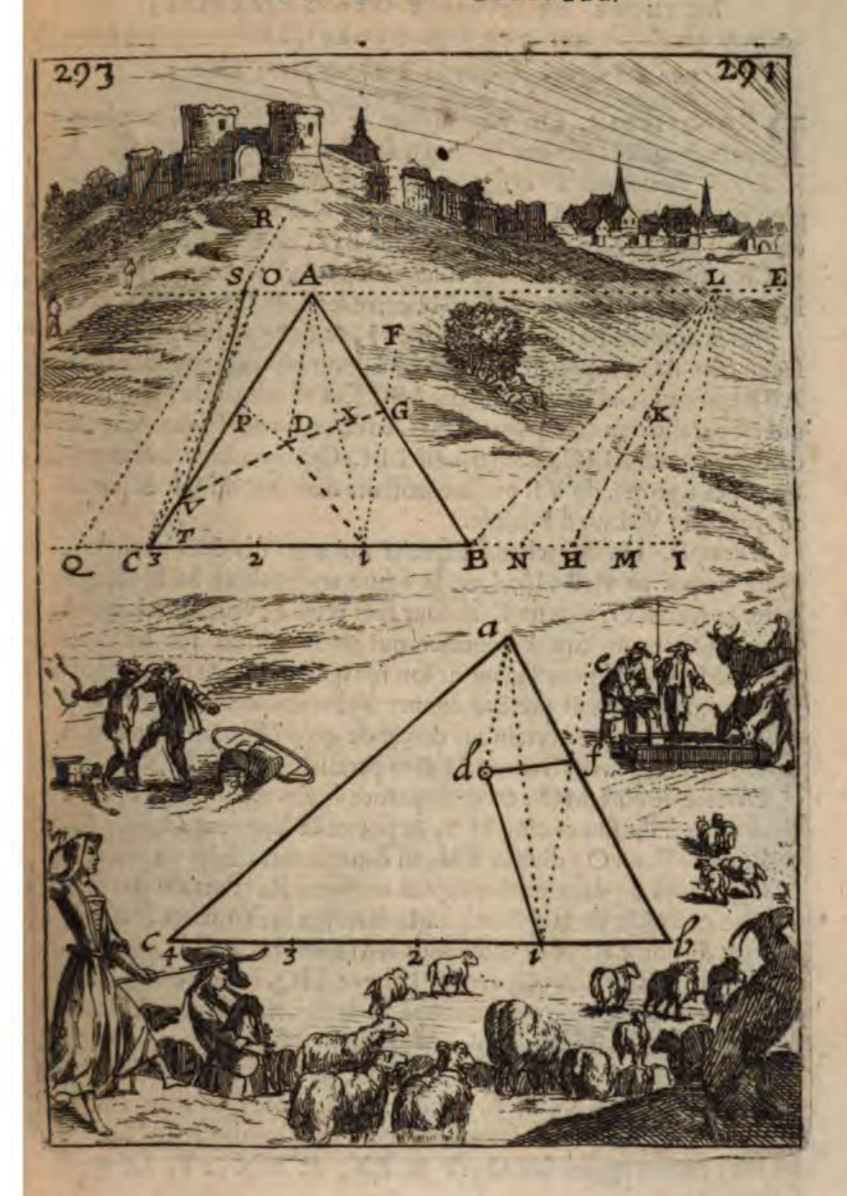
Tirez du point A au point I la droite A I, qui coupera le côté D G, en X. Puis remarquez que le triangle A B I eſt un tiers du triangle ABC, par la 1. prop. du VI. Liv. d'Euc. mais les triangles ADG & AD I, (qui ſont entre meſmes paralleles A D & G I) ſont égaux par la 37. prop. du I. Liv. d'Euc. De ſorte qu'en retranchant le triangle commun A X D, reſteront les deux triangles égaux A G X & D X I, (par le 3. Ax. du I. Liv. d'Euc.) ce qui fait qu'en ajoûtant à la figure X G B I, le triangle AGX, ou D X I ſon égal, on aura le trapezoïde G B I D pour un tiers du triangle A B C.

L'on prouvera encore (par Euclide) que le trapezoïde AGDV eſt un autre tiers du triangle ABC.

En remarquant que le triangle LNB eſt égal (par la 1. prop. du VI. Liv. d'Euc.) au triangle LMH, à cauſe qu'ils ſont de meſme hauteur, & ſur baſes égales, & par conſequent à ſon égal KIH, ou AGD; mais le triangle L H B eſt égal (par la 1. prop. du VI. Liv. d'Euc.) au triangle A B I, & partant à un tiers du triangle ABC, de ſorte que pour avoir un tiers du triangle ABC, on a ajoûté le triangle LHN au triangle AGD, ce qu'il eſt aiſé de prouver.

Si l'on remarque que le triangle OAC eſt égal (par la 1. prop. du VI. Liv. d'Euc.) au triangle L H N, & que les deux triangles OAC & SAV ſont égaux à cauſe des paralleles S C, & O T : mais les deux triangles SAV & ADV, étant auſſi par la conſtruction de meſme hauteur, & ſur la meſme baſe AV, ſont égaux (par la 1. prop. du VI. Liv. d'Euc.) Alors obſervez que le triangle ADV, étant égal au triangle SAV, eſt égal au triangle OAC, & partant au triangle LHN : de ſorte que le triangle AGD étant égal au triangle LNB, & le triangle ADV au triangle LHN, le trapezoïde AGDV eſt donc égal au triangle LHB, & par conſequent à un tiers du triangle A B C. Le reſte D I C V eſt donc le troiſiéme tiers du triangle A B C. Ce qu'il falloit démontrer.

PLANCHE CXXIII.



METHODE DE DIVISER LES TRIANGLES, EN PARTIES EGALES, *par des lignes paralleles à un de leurs côtez.*

PROPOSITION. On veut diviser le triangle ABC en deux parties égales, par une ligne qui soit parallele au côté AC.

Régle. Prolongez à l'infini un des deux autres côtez de ce triangle, comme celui de CB, puis divisez ce côté CB en deux parties égales au point D, pour porter sa moitié BD, de B en E. Cela fait.

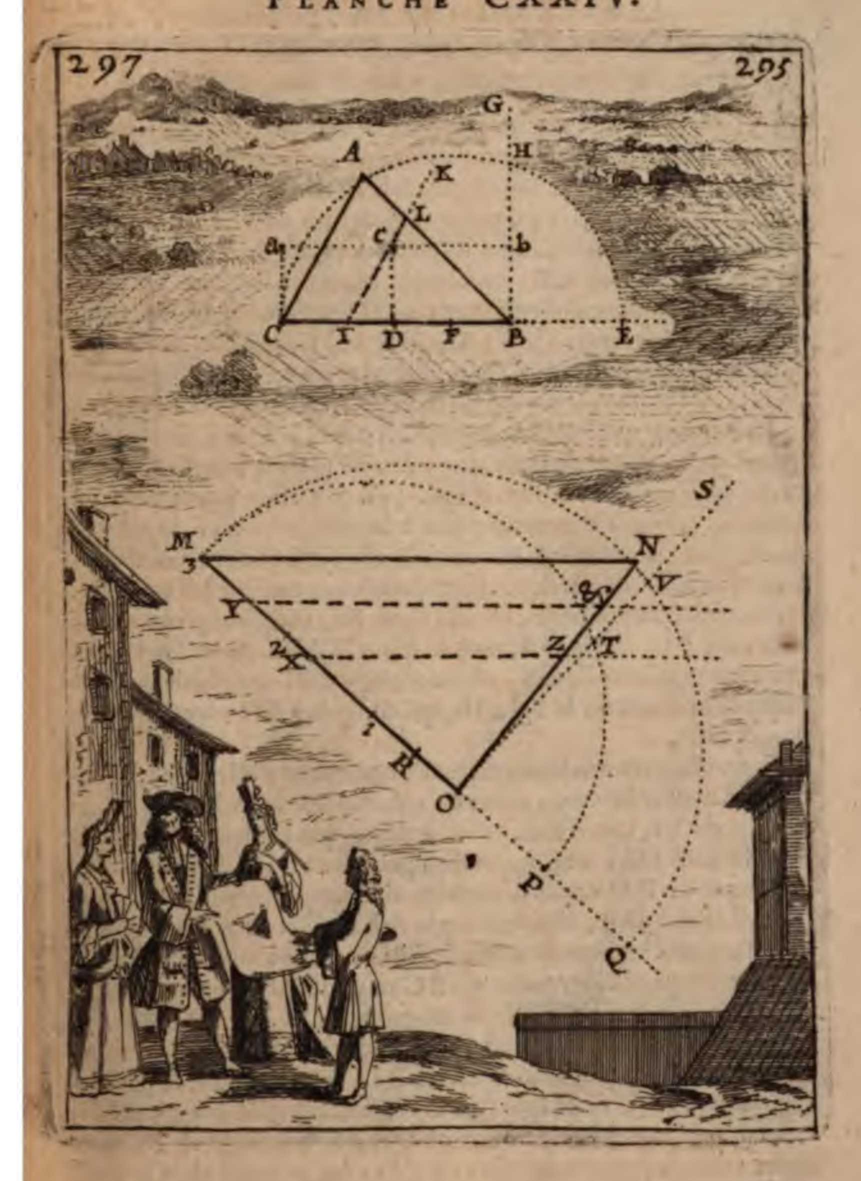
Cherchez (ainsi qu'il a été enseigné dans le Tome I. p. 188.) la ligne moyenne proportionnelle BH entre les deux lignes CB & BE.

Ensuite portez BH, sur BC de B en I, & de ce point I faites passer au côté AC, sa parallele IK, en observant où elle a coupé le côté AB au point L, alors le triangle ABC sera divisé par la ligne IL, qui ést parallele au côté proposé AC, en deux parties égales, sçavoir dans le trapeze ALIC, & le triangle LBI. Cette pratique se démontre par la 1. propo. du VI. par le corollaire de la 20. du VI. & par la 16. prop. du V. Liv. d'Euclide.

Exemple. Un Marchand Espicier qui a un fils & deux filles, ayant acquis un vieil Hôtel de la figure triangulaire MNO, qui porte sa pointe O, vers un Carrefour fort peuplé, veut faire bâtir à l'angle O, une maison à boutique qui ait ses entrées par les deux ruës OM, & ON pour l'usage de son fils qu'il éleve à sa mesme profession; & comme il pretend donner à chacun de ses enfans, une égale étenduë de ce terrain, il demande qu'on le partage en trois parties égales, par des traits qui soient paralleles au côté MN.

Divisez le côté MO, en trois parties égales au point 1, 2, & 3. Prolongez à l'infini ce côté MO, & portez la longueur O 1, de O, en P, & de P, en Q: divisez PM, en deux parties égales au point 1, & QM aussi en deux parties égales au point R. Puis du point 1, comme centre, & de la distance 1 M, décrivez la demicirconference MP; & du point R, & de la distance RM décrivez aussi la demicirconference MQ. Alors élevez sur la ligne MQ, la perpendiculaire OS, pour remarquer où elle a coupé la demicirconference MP, au point T, & la demicirconference MQ, au point V. Portez sur OM les longueurs OT, de O en X, & OV, de O en Y, afin de faire passer de ces points X, & Y, au côté proposé MN les deux paralleles XZ & Y & qui diviseront la figure triangulaire MNO, dans les trois parties égales XZO, Y & ZX, & MN & Y. Ce qu'il falloit faire.

PLANCHE CXXIV.



DEMONSTRATION DE LA METHODE DE DIVISER LES TRIANGLES, EN PARTIES EGALES, *par des lignes paralleles à un de leurs côtez.*

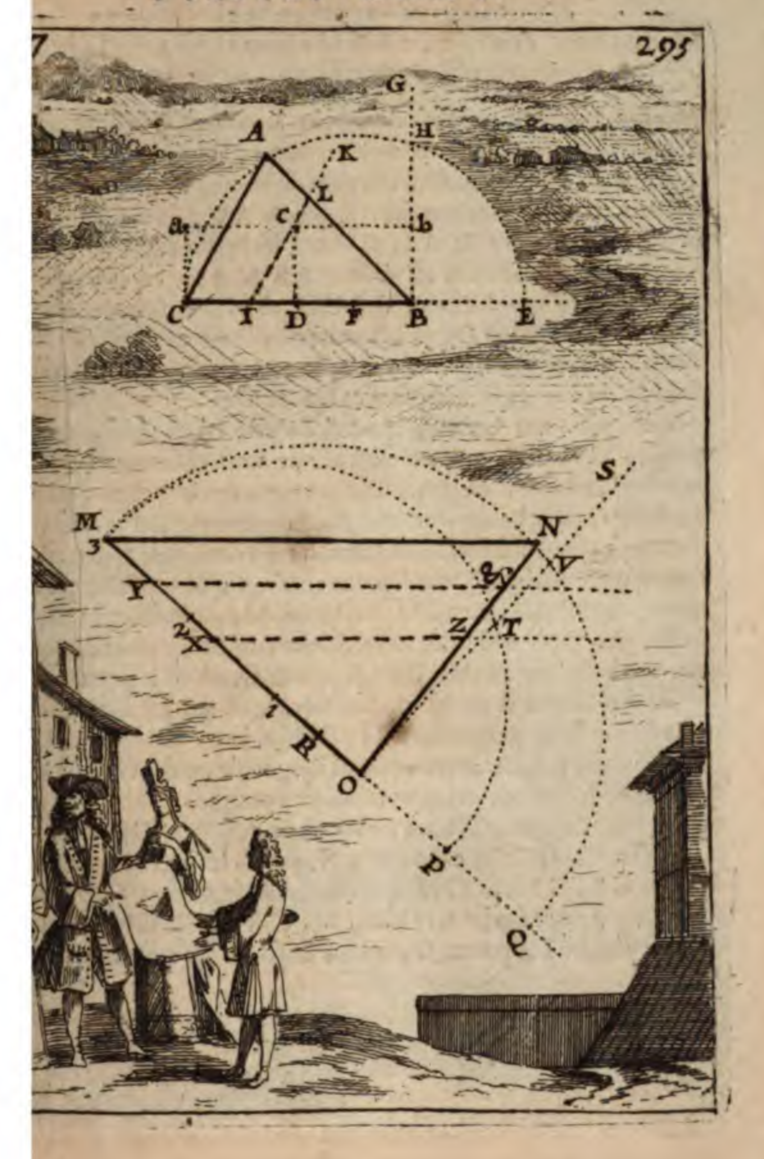
POUR prouver (par Euclide) que le triangle ABC de la page précedente, a été divisé dans les deux parties égales ALIC, & LBI, par le trait IL qui est parallele au côté CA.

Il faut (ainsi qu'il a été enseigné ci-devant dans la page 218.) reduire le triangle ABC, dans le quarré-long abBC; puis au point D, milieu de la base CB, on élevera la perpendiculaire Dc, qui formera les deux parallelogrammes acDC, & cbBD, qui sont égaux (par la 1. prop. du VI. Liv. d'Euc.) Ce qui fait que le parallelogramme cbBD est la moitié du grand parallelogramme abBC, & partant la moitié du triangle ABC. Cela étant connu.

Remarquez que les trois lignes CB, BH, & BE sont (par la construction) proportionnelles; & que selon le corollaire de la 20. proposition du VI. Liv. d'Euc. (s'il y a trois lignes proportionnelles, comme la premiere sera à la troisiéme, ainsi le poligone décrit sur la premiere, sera au poligone semblable & semblablement décrit sur la seconde...) ce qui fait que comme la ligne CB, premiere proportionnelle, est à la ligne BE, troisiéme proportionnelle, ou à son égale DB, ainsi le triangle ABC décrit sur la premiere proportionnelle CB, est au triangle LBI semblable & semblablement décrit sur la ligne IB, qui est égale à BH, seconde proportionnelle.

Enfin observez que les deux parallelogrammes abBC & cbBD étant de mesme hauteur, sont entr'eux comme leurs bases (par la 1. prop. du VI. Liv. d'Euc.) c'est-à-dire, que comme la base CB est à la base DB, ainsi le parallelogramme abBC est au parallelogramme cbBD: mais nous avons démontré ci-dessus que comme CB étoit à DB, ainsi le triangle ABC étoit au triangle LBI, d'où l'on conclura que le triangle ABC a mesme raison au triangle LBI, que le parallelogramme abBC au parallelogramme cbBD; & par proportion alterne de la 16. prop. du V. Liv. d'Euc. comme le triangle ABC est au parallelogramme abBC, ainsi le triangle LBI est au parallelogramme cbBD. De sorte que le parallelogramme abBC étant égal (par la construction) au triangle ABC, cela fait que le parallelogramme cbBD, & le triangle LBI sont égaux: mais le parallelogramme cbBD a été prouvé valoir la moitié du triangle ABC, d'où l'on concluëra que le triangle LBI vaut aussi la moitié du triangle ABC. Ce qu'il falloit démontrer.

PLANCHE CXXV.



METHODE DE DIVISER LES FIGURES DE QUATRE COSTEZ, EN PLUSIEURS PARTIES EGALES, *qui répondent toutes à un mesme angle.*

REGLE. On propose de diviser le quarré A B C D, en trois parties égales, qui aboutissent toutes à son angle A.

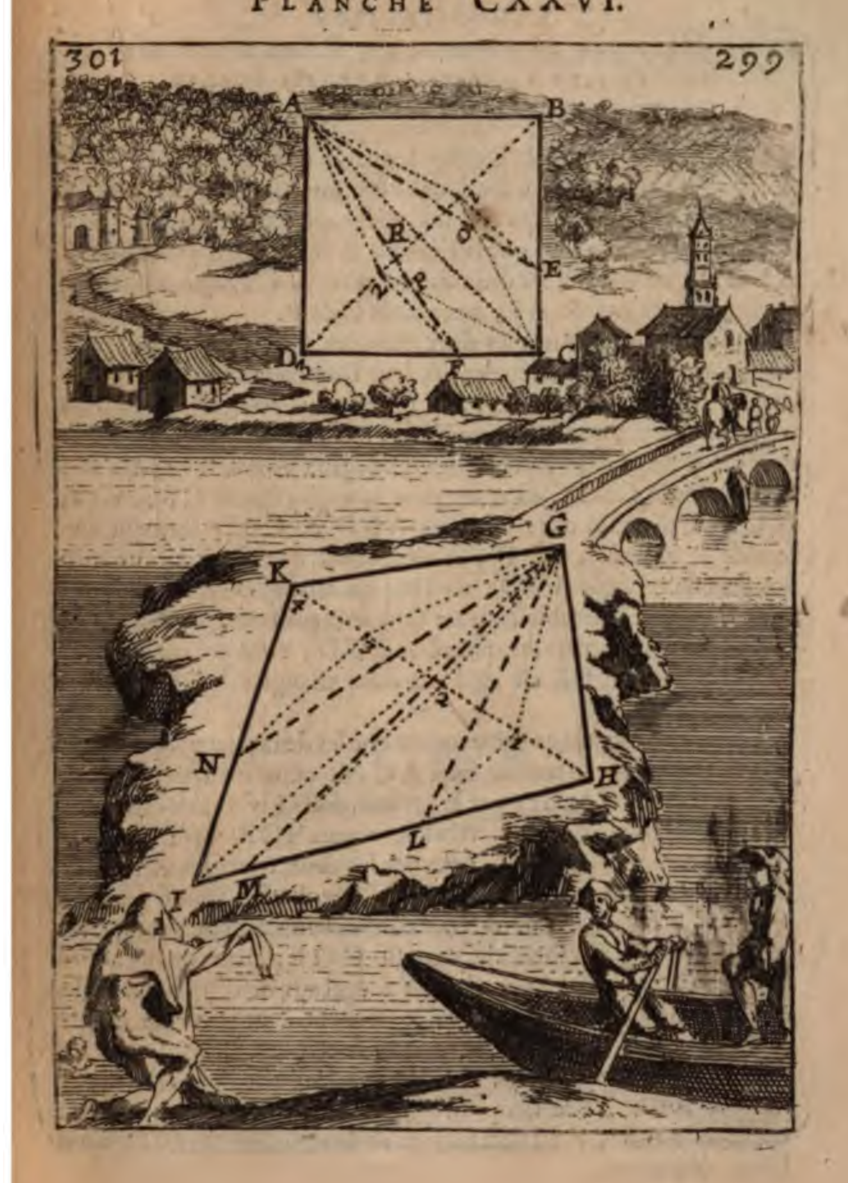
Tirez la Diagonale D B : divisez-la en trois parties égales aux points 1, 2, & 3. puis tracez la diagonale A C, & du point A tirez les lignes ocultes A 1 & A 2, & tracez les lignes 1 E & 2 F paralleles à la diagonale A C. tirez les droites A E & A F, ces deux dernieres lignes diviseront le quarré A B C D dans les trois parties égales ABE, AECF, & AFD, qui aboutiront à l'angle donné A. Ce probleme se démontrera par la 37. & le 2. Axiome, du I. Liv. d'Euclide, tirant les lignes ponctuées C 1 & C 2.

Exemple. Un Gentilhomme qui a une Isle de la figure du trepezoïde G H I K, qui est escarpée de tous côtez excepté vers sa pointe G, où il y a un pont, veut partager cette terre en quatre parties égales, pour en donner une à la Fabrique de sa Paroisse, & les trois autres parties à ses trois enfans, qu'il a remarqué n'estre pas toûjours d'une fort bonne intelligence entr'eux : & sçachant par experience, combien il arrive de querelles quand on est obligé de faire passer son charoi par dessus les terres de son voisin, il demande que chaque partie de sa terre aboutisse à la pointe G, où est le pont.

Pour résoudre ce probleme, en suivant ce qui a été dit ci-dessus, tirez la droite ou diagonale K H ; divisez-là en quatre parties égales aux points 1, 2, 3, & 4. puis tirez la diagonale oculte G I, qui passera proche de la seconde division selon cet exemple.

En suite du point G, tirez les lignes ocultes G 1, G 2, & G 3. puis tracez les droites 1 L, 2 M, & 3 N, paralleles à G I, pour tirer les droites G L, G M, & G N, qui diviseront le terrain G H I K dans les quatre parties égales GHL, GLM, GMIN, & GNK, qui viennent répondre à la pointe G, où est le pont. Ce qu'il falloit faire.

PLANCHE CXXVI.



DEMONSTRATION DE LA METHODE DE DIVISER LES FIGURES DE QUATRE COSTEZ, EN PLUSIEURS PARTIES EGALES, *qui répondent toutes à un mesme angle.*

POUR prouver (par Euclide) que le quarré ABCD de la page precedente, a été divisé dans les trois parties égales ABE, AECF, & AFD, qui répondent à l'angle proposé A.

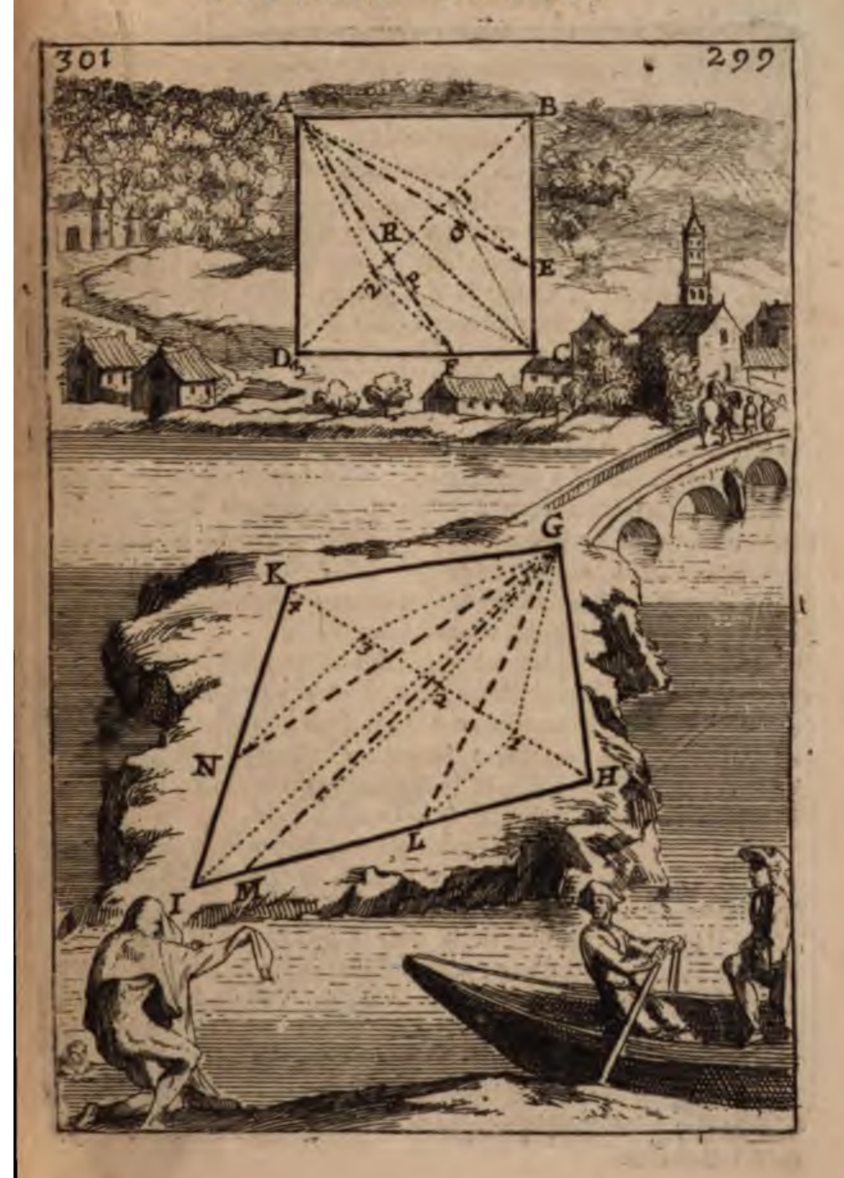
On prouvera d'abord que le triangle ABE est le tiers du quarré ABCD, en traçant les deux droites C 1, & C 2, qui couperont les deux lignes AE & AF, aux points O & P.

Ensuite remarquez que les deux triangles ABD & CBD, ayant leur hauteur RA & RC égales, & leur base commune DB divisée en trois parties égales D 2, 2 1, & 1 B, sont chacun divisez en trois triangles égaux, par la 1. propo. du VI. Liv. d'Eucl. Sçavoir le triangle ABD, dans les trois triangles égaux AB 1, A 1 2, A 2 D; & le triangle CBD, dans les trois triangles égaux CB 1, C 1 2, & C 2 D : mais les deux triangles ABD & CBD formant ensemble le quarré ABCD, il est sensible que si on ajoûte à un des tiers du triangle ABD, un tiers du triangle CBD, que ces deux tiers pris ensemble comme sont les deux triangles AB 1, & CB 1, feront un tiers du quarré ABCD : reste donc à prouver que le triangle ABE est égal aux deux triangles AB 1 & CB 1 pris ensemble.

Ce qu'on prouvera en remarquant que les deux triangles 1 CA & ECA, étant sur la mesme base AC, & entre mesmes paralleles AC & 1 E, sont égaux (par la 37. pro. du I. Liv. d'Euc.) si donc l'on retranche de ces deux triangles égaux 1 CA & ECA, le triangle commun AOC, resteront les deux triangles A 1 O, & COE égaux par le 3. ax. du I. Liv. d'Euc. Desorte que si des deux triangles AB 1 & CB 1, (qui valent ensemble un tiers du quarré ABCD) on retranche le triangle COE, pour prendre son égal A 1 O, on aura le triangle ABE égal aux deux triangles AB 1 & CB 1 pris ensemble, & par consequent à un tiers du quarré ABCD.

On se servira de la mesme démonstration pour prouver que le triangle AFD est le tiers du quarré ABCD, d'où s'ensuivra que le reste AECF est nécessairement le troisiéme tiers. Ce qu'il falloit démontrer.

PLANCHE CXXVII.



METHODE DE DIVISER LES FIGURES DE QUATRE COSTEZ, EN PLUSIEURS PARTIES EGALES,

qui répondent toutes à un point pris ſur un de leur côtez.

REGLE. On ſouhaite diviſer le quadrilatere A B C D, en deux parties égales qui répondent au point E.

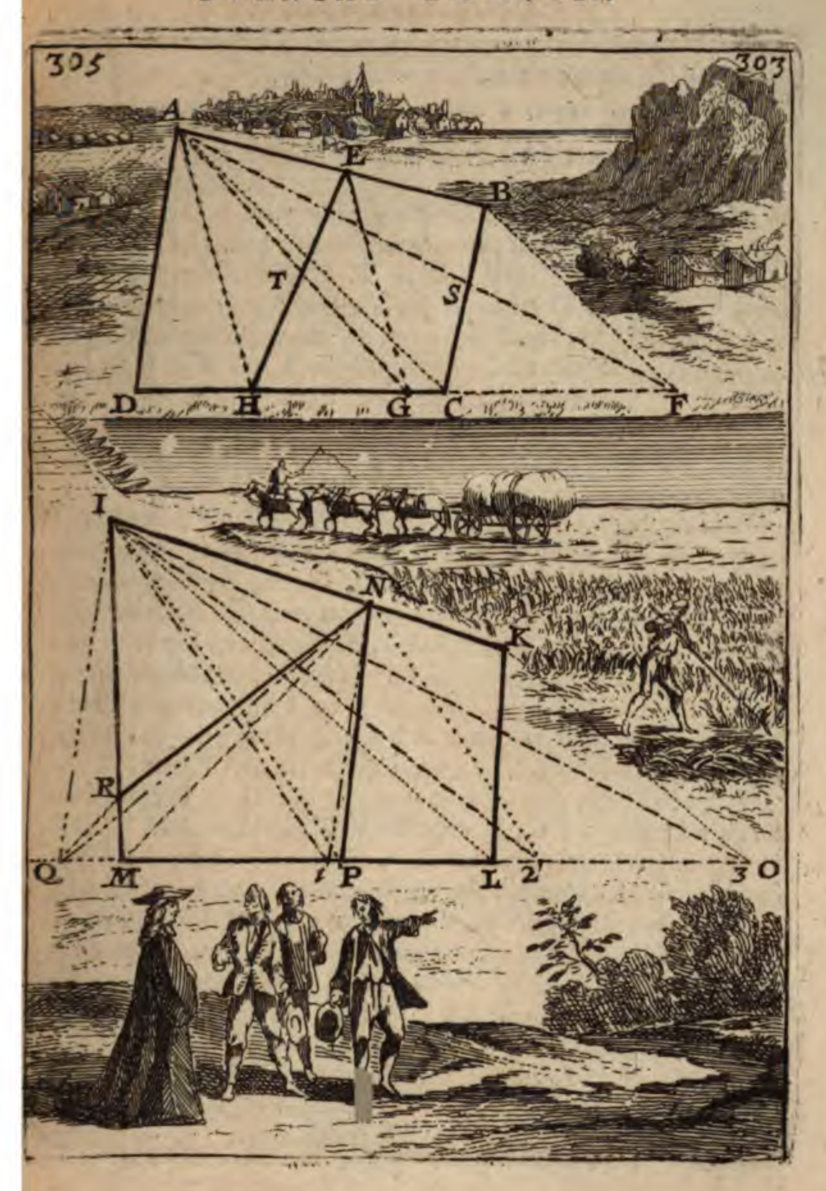
Reduiſez (ainſi qu'il a été enſeigné ci-devant dans la page 228.) le quadrilatere A B C D, dans le triangle A F D, & diviſez la baſe D F de ce triangle en deux parties égales au point G. puis menez la droite G E, afin de faire paſſer au point A, ſa parallele A H. Alors tirez la droite H E; elle partagera le quadrilatere A B C D dans les deux parties égales A E H D & E B C H, qui répondent au point donné E. Ce probléme ſe démontre par la 37. propo. du I. Liv. d'Euclide.

Exemple. Un Préſident a donné à ferme à quatre Laboureurs, ſa Terre marqué I K L M, qui eſt ſituée le long d'un grand marais, pour la poſſeder durant cinq années; mais un de ces quatre Laboureurs étant venu à mourir ſix mois aprés le Bail commencé, les trois autres Laboureurs qui le continuent, & qui veulent avoir chacun leur part de la terre I K L M, demandent qu'on la leur partage en trois parties égales, qui répondent à la deſcente N, afin d'enſemencer leur part chacun à ſa volonté.

On reduira d'abord cette terre I K L M, dans le triangle I O M: & (ſuivant la régle ci-deſſus donnée,) on diviſera ſa baſe M O, en trois parties égales aux points 1, 2, 3. Puis l'on tracera du point de la deſcente N, au point 2, la droite N 2; pour faire paſſer au point I, ſa parallele I P; & l'on tirera la droite N P, qui donnera le premier tiers N K L P de la terre I K L M.

Pour avoir un autre tiers, prolongez vers la gauche le côté L M, & menez du point donné N la droite N 1, & faites paſſer au point I, ſa parallele I Q pour tirer la droite N Q, qui donnera le triangle N P Q, pour un tiers de la terre A B C D; mais comme ce triangle ſort hors de la terre, pour le faire rentrer, menez la droite M N & au point Q ſa parallele Q R, & tirez la droite R N, qui formera la figure N P M R pour un ſecond tiers; reſtera le triangle I N R pour le troiſiéme tiers. Deſorte que la terre I K L M aura éte partagée dans les trois tiers, ou parties égales N K L P, N P M R, & N R I, qui répondent toutes à la deſcente N. Ce qu'il falloit faire.

PLANCHE CXXVIII.



DEMONSTRATION
DE LA METH. DE DIVISER LES FIGURES DE QUATRE COTEZ, EN PLUSIEURS PARTIES EGALES,
qui répondent toutes à un point pris sur un de leurs côtez.

POUR prouver (par Euclide) que le quadrilatere A B C D de la page precedente, a été divisé dans les deux parties égales A E H D, & E B C H, qui répondent au point donné E.

Tracez du point A au point G milieu de la base D F, la droite A G, qui coupera le costé E H en T. Ensuite remarquez que le grand triangle A F D est égal (par la construction) au quadrilatere A B C D, & que sa base D F étant divisée en deux parties égales au point G, il s'est formé les deux triangles A F G & A G D, qui étant de même hauteur, & sur bases égales F G & G D, sont égaux, (par la 1. prop. du VI. Liv. d'Euc.) & partant sont chacun la moitié du grand triangle A F D, ou du quadrilatere A B C D qui lui est égal. Cela connu.

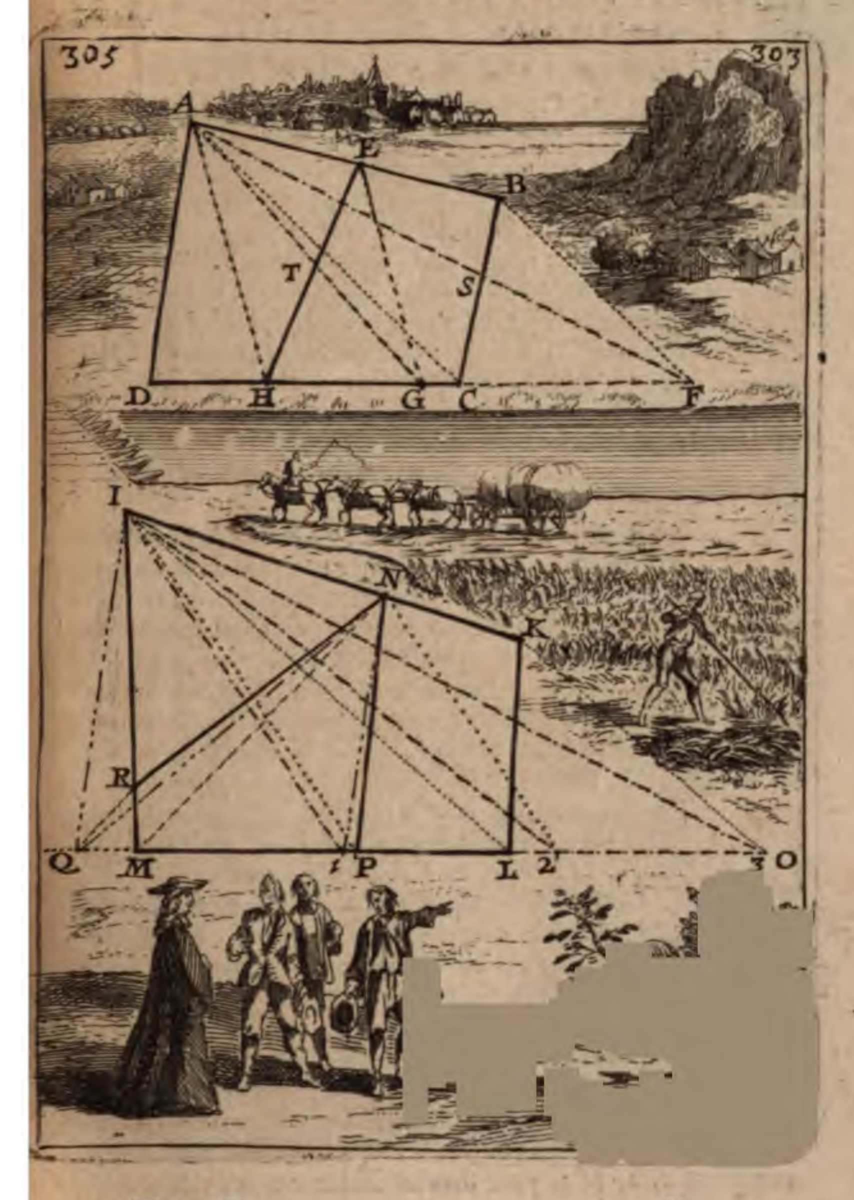
Remarquez que les deux triangles A B F & C B F, étant sur la mesme base BF, & entre mesmes paralleles AC & BF sont égaux, par la 37. propo. du I. Liv. d'Euc. de sorte qu'en retranchant le triangle commun S B F, resteront les deux triangles ABS & CFS, qui sont égaux par le 3. axi. du I. Liv. d'Euc. Mais observez que si l'on retranche du triangle A F G (qui a été prouvé valoir la moitié du quadrilatere A B C D,) le triangle C F S, pour prendre son égal A B S, on aura la figure A B C G égale au triangle A F G, & partant aussi égale à la moitié du quadrilatere A B C D.

Enfin observez, que les deux triangles A E G & H E G, étant sur la mesme base E G, & entre mesmes paralleles A H & E G, sont égaux par la 37. prop. du I. Liv. d'Euc. ce qui fait qu'en retranchant le triangle commun T E G, resteront les deux triangles AET & HGT, qui sont égaux par le 3. axi. du I. Liv. d'Euc. desorte que si de la figure A B C G (qu'on a prouvé valoir la moitié du quadrilatere A B C D) on ôte le triangle A E T, pour prendre son égal H G T, on aura la figure E B C H égale à la figure A B C G, & par consequent à la moitié du quadrilatere A B C D.

Desorte que la figure E B C H étant prouvée la moitié du quadrilatere A B C D, le reste A E H D sera donc l'autre moitié de ce quadrilatere A B C D. Ce qu'il falloit démontrer

METHODE

PLANCHE CXXIX.



METHODE DE DIVISER LES FIGURES DE QUATRE CÔTEZ, EN PLUSIEURS PARTIES EGALES, *qui répondent à un point pris dans leur ſuperficie.*

PROPOSITION. On veut diviſer le trapezoïde ABCD, en deux parties égales, qui viennent répondre au point E.

Régle. Diviſez à peu prés ce trapezoïde ABCD, en deux parties égales par la droite FG qui paſſe par le point donné E.

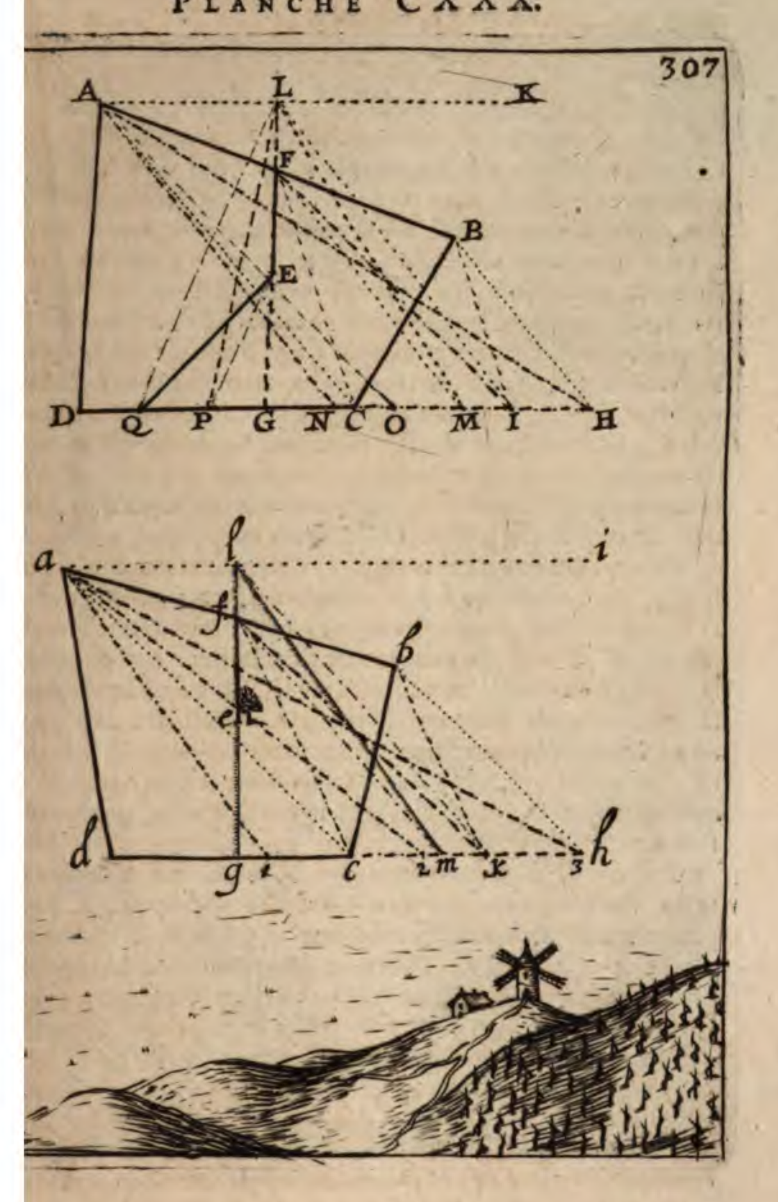
Reduiſez (ainſi qu'il a été enſeigné dans la page 228.) le trapezoïde ABCD dans le triangle AHD, & la figure FBCG (*qu'on croit être la moitié du trapezoïde* ABCD,) dans le triangle FIG. Enſuite faites paſſer la ligne AK parallele à la baſe DH. Elevez (par le VIII. chap. de ce III. Liv.) le triangle FIG, de la meſme hauteur que le triangle AHD, & on aura le triangle LMG. Alors diviſez la baſe DH, en deux parties égales au point N, & tirez la droite AN, qui formera les deux triangles égaux AHN, & AND, chacun valant la moitié du triangle AHD, ou du trapezoïde ABCD, qui eſt égal au triangle AHD. Cela connu.

Portez la baſe MG du triangle LMG, ſur la baſe HN du triangle AHN, & remarquez ſi ces deux baſes ſont égales, mais comme la baſe MG eſt plus courte (dans cette propoſition) de la diſtance ON, portez donc cette diſtance ON, de G en P, pour tirer la droite LP, qui formera le triangle LGP. Enſuite remarquez que la figure FBCG ne contenant que le triangle LMG, ou ſon égal AHO; il faut donc ajoûter à cette figure FBCG, le triangle AON, où ſon égal LGP; en l'abaiſſant à la hauteur du point E, ſur le côté DH, comme eſt le triangle EGQ; ce qui donnera le pentagone irregulier FBCQE pour la moitié du trapezoïde ABCD: reſtera AFEQD pour l'autre moitié. *Ce problême roule ſur la 37. prop. du I. & ſur la 1. prop. du VI. Liv. d'Euclide.*

Exemple. Le Pere Procureur d'un Convent de S. Benoiſt a vendu à un Marchand la coupe d'un de leurs bois, qui eſt de la figure du trapezoïde *abcd*, à la charge qu'il ne fera par année, qu'un abbati d'un tiers du bois, & que chaque tiers répondra au gros orme *e*.

Pour faire cette diviſion, retranchez à peu prés un tiers du trapezoïde *abcd*, par une ligne, qui paſſe par le point donné *e*, comme eſt la droite *fg*. Puis reduiſez ce trapezoïde *abcd*, dans le triangle *ahd*, dont on diviſera la baſe *dh* en trois parties égales aux points 1, 2, & 3, pour tirer les droites *a* 1, *a* 2; & tracer au

Planche CXXX.

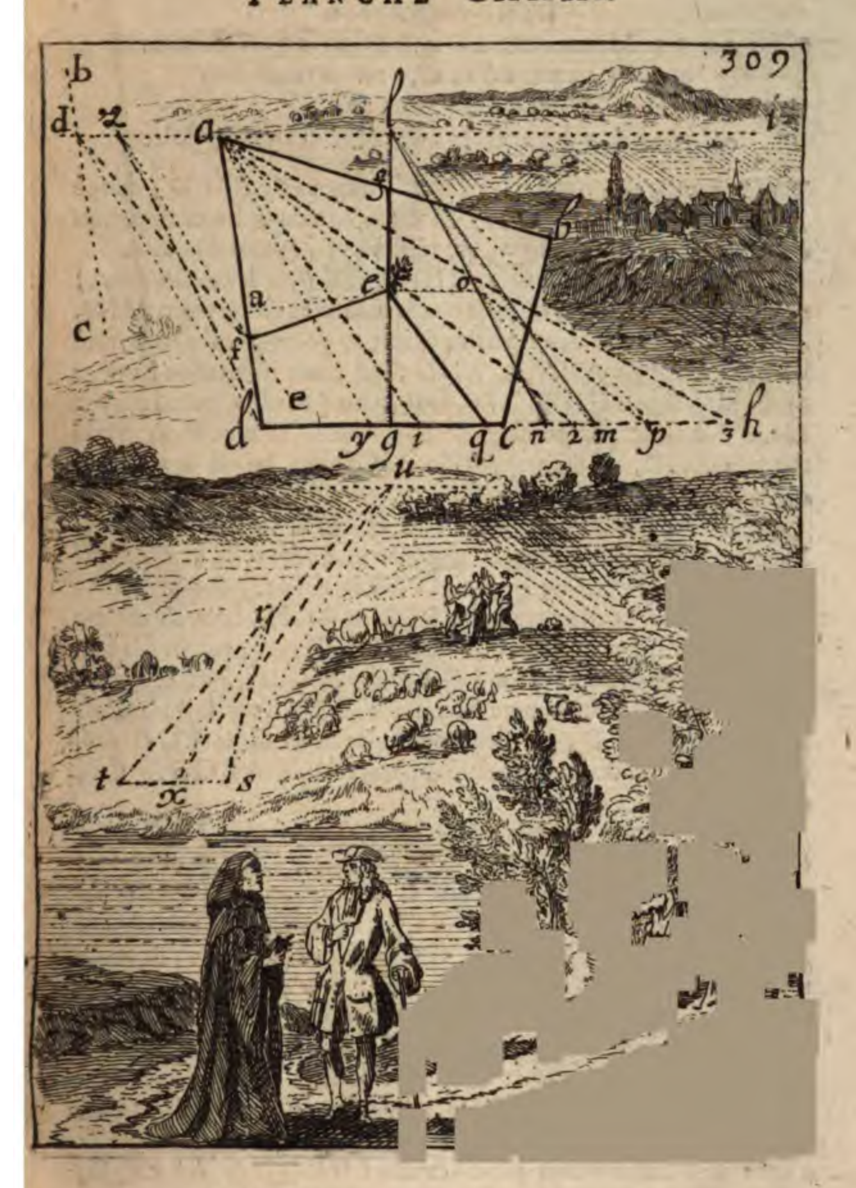


point *a*, une parallele à cette baſe *dh*, comme eſt la parallele *ai*, qu'on prolongera à droit & à gauche.

Enſuite reduiſez la figure *fbcg* (qui paſſe pour le tiers du trapezoïde *abcd*) dans le triangle *fkg* qui eſt marqué dans la planche précedente. Puis élevez ce triangle *fkg* auſſi haut qu'eſt le triangle *ahd*, & vous aurez le triangle *lmg*. Alors obſervez ſi la baſe *2h* du triangle *ah2* (qui vaut la troiſiéme partie du triangle *ahd*, ou du trapezoïde *abcd*,) eſt égale à la baſe *gm*, mais comme la baſe *2h* ſe trouve plus courte de la diſtance *nm*; tirez la droite *ln*, & on aura le triangle *lng* égal au triangle *ah2*, & par conſequent à un tiers du trapezoïde *abcd*. Cela connu, Remarquez que la figure *fbcg*, étant égale au triangle *lgm*, eſt donc plus grande que le triangle *lng*, il faut donc ôter de cette figure *fbcg* un eſpace, qui ſoit égal au triangle *lmn*, qui eſt l'excés. Ce qu'on ôtera en faiſant paſſer du point *e*, la ligne *eo* parallele à la baſe *dc*, pour abaiſſer au point *o* le triangle *lmn*, comme eſt le triangle *opn*, dont on portera la baſe *np*, de *g* en *q*, pour tirer la droite *eq*: Alors on aura le pentagone irregulier *fbcqe* pour le tiers du trapezoïde *abcd*. On aura un autre tiers, en tirant la droite *ae* qui formera le triangle *afe* auquel on fera à part (ſelon le chap. VII. du Tome I.) le triangle égal *rst*, qu'on élevera de la hauteur du triangle *ahd*, comme eſt le triangle *uxt*, dont l'on portera la baſe *xt*, de *1* en *y*, pour tirer la ligne *ay*, qui formera le triangle *a1y*, égal au triangle *uxt*, & par conſequent égal au triangle *afe*. De ſorte que le triangle *afe*, étant égal à celui de *a1y*; & ce dernier ne faiſant qu'une partie du triangle *a1d*, qui eſt un tiers du triangle *ahd*, ou du trapezoïde *abcd*; cela fait voir qu'il faut ajoûter au triangle *afe*, le triangle *ayd*, pour avoir le tiers du trapezoïde *abcd*.

Ce qu'on ajoûtera, en portant *yd* de *a* en *z*, afin de tirer la droite *zd*, qui donnera le triangle *zad*, égal au triangle *ayd*. Enſuite prenez la plus courte diſtance du point *e* ſur la ligne *ad*, comme eſt la perpendiculaire *e* a, pour faire de cette diſtance *e* a la ligne bc parallele à la ligne *ad*, & remarquer où elle a coupé *ai* au point d, afin de tirer la droite d *d*; & faire paſſer au point *z*, ſa parallele *z* e, qui coupera la ligne *ad*, en f, d'où l'on tirera les droites fd & fe; & l'on remarquera que le triangle d *a* f eſt fait égal au triangle *zad*; & que les triangles *ea* f & d *a* f, étant de meſme hauteur, & ſur meſme baſe *a* f, ſont auſſi égaux, ce qui fait que la figure *afe* f eſt égale au triangle *a1d*, & par conſequent le ſecond tiers du trapezoïde *abcd*. Reſte donc la figure *eqd* f pour le troiſiéme tiers.

PLANCHE CXXXI.



DEMONSTRATION DE LA METHODE DE DIVISER LES FIGURES DE QUATRE CÔTEZ, EN PLUSIEURS PARTIES EGALES, *qui répondent à un point pris dans leur superficie.*

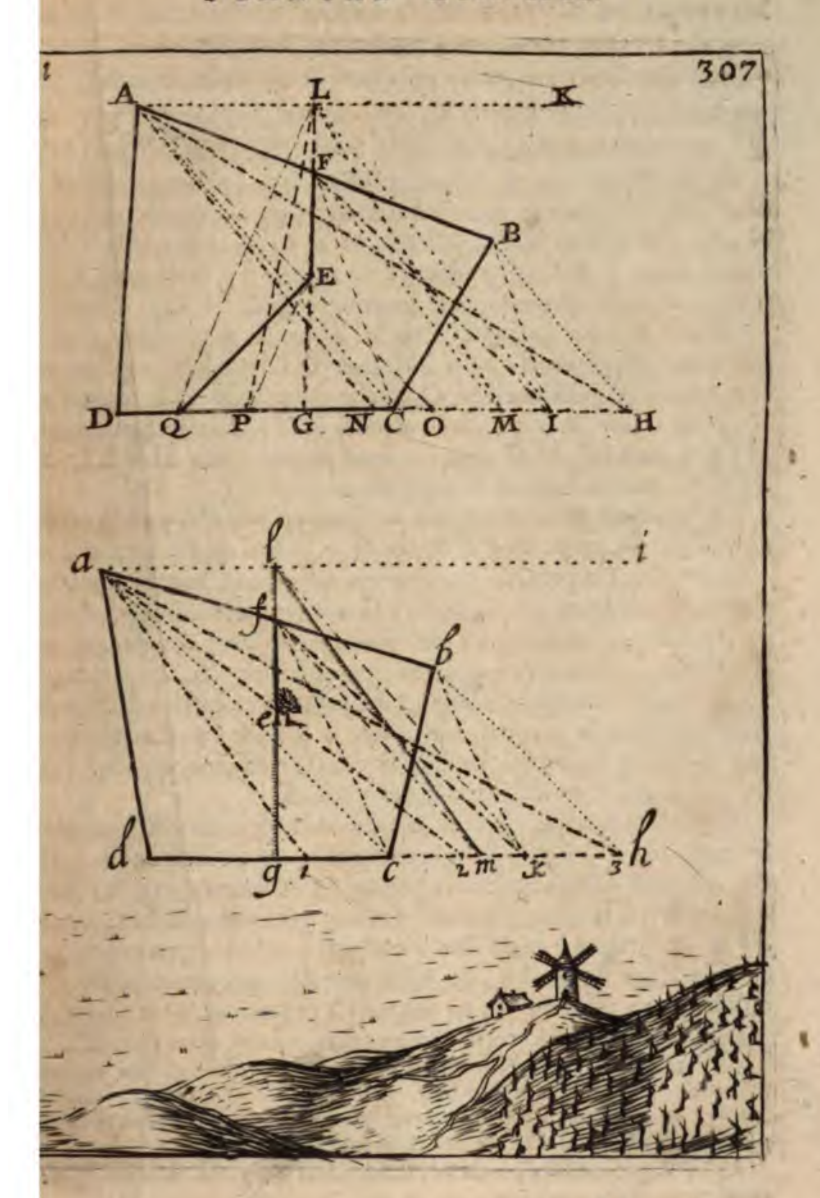
POUR prouver (par Euclide) que le trapezoïde ABCD (donné cy-devant dans la page 307.) a été divisé dans les deux parties égales FBCQE & AFEQD, qui répondent au point donné E.

Remarquez que le triangle AHD est égal (par la construction) au trapezoïde ABCD, de sorte que la base DH du triangle AHD, ayant été divisée en deux parties égales au point N, il s'est formé les deux triangles AHN & AND, qui étant de mesme hauteur & sur bases égales HN & ND, sont égaux (par la 1. prop. du VI. Liv. d'Euc.) & par consequent sont chacun la moitié du grand triangle AHD, ou du trapezoïde ABCD qui lui est égal. Cela connu.

Observez que les triangles LMG & AHO, ayant leurs bases MG & HO égales par la construction, & étant de mesme hauteur, sont égaux (par la 1. prop. du VI. Liv. d'Euc.) & par la mesme proposition les deux triangles LGP & AON, étant de mesme hauteur, & sur bases égales ON & GP sont égaux, ce qui fait que les deux triangles LMG & LGP pris ensemble, sont égaux au triangle AHN : & comme le triangle AHN vaut la moitié du trapezoïde ABCD, les deux triangles LMG & LGP pris ensemble, sont donc la moitié du trapezoïde ABCD. Cela étant observé,

Remarquez que (par la construction) la figure FBCG est égale au triangle LMG; & que le triangle EGQ est aussi égal (par la construction) au triangle LGP : ce qui fait que la figure FBCG & le triangle EGQ pris ensemble, sont égaux aux deux triangles LMG & LGP aussi pris ensemble; & comme ces deux triangles LMG & LGP, pris ensemble, ont été prouvé être la moitié du trapezoïde ABCD, la figure FBCG, avec le triangle EGQ sont donc aussi la moitié du trapezoïde ABCD. De sorte que la figure FBCQE étant prouvée être la moitié du trapezoïde ABCD, reste donc la figure AFEQD, pour l'autre moitié. Ce qui prouve que le trapezoïde ABCD a été divisé dans les deux parties égales FBCQE & AFEQD, qui répondent au point donné E. Ce qu'il falloit démontrer.

Planche CXXXII.



METHODE DE DIVISER LES FIGURES DE QUATRE COTEZ, EN PLUSIEURS PARTIES EGALES, *par des lignes qui soient paralleles à un de leurs costez.*

PROPOSITION. Soit à partager le trapezoïde H I K L en deux parties égales, par une ligne qui soit parallele au côté H L.

Régle. Reduisez ce trapezoïde HIKL, dans le triangle HML, dont vous diviserez la base L M en deux parties égales au point N, & tirez si vous voulez la droite H N (qui ne sert qu'à la démonstration.) Ensuite prolongez la base L K, & le côté H I, jusqu'à ce qu'il coupe la base prolongée L K en O, cherchez (comme il a été enseigné dans le Tome I. page 188.) une moyenne proportionelle entre les lignes O L & O N, ainsi qu'est la moyenne proportionelle P Q, qu'on portera sur O L, de O en R, pour tracer R S parallele au côté L H: alors le trapezoïde H I K L aura été divisé dans les deux parties égales H S R L & S I K R, par la ligne R S parallele au côté H L.

Ce probléme se démontre par la I. propo. du VI. par le corollaire de la 20. prop. du VI. & par la 9. propo. du V. Liv. d'Eu.

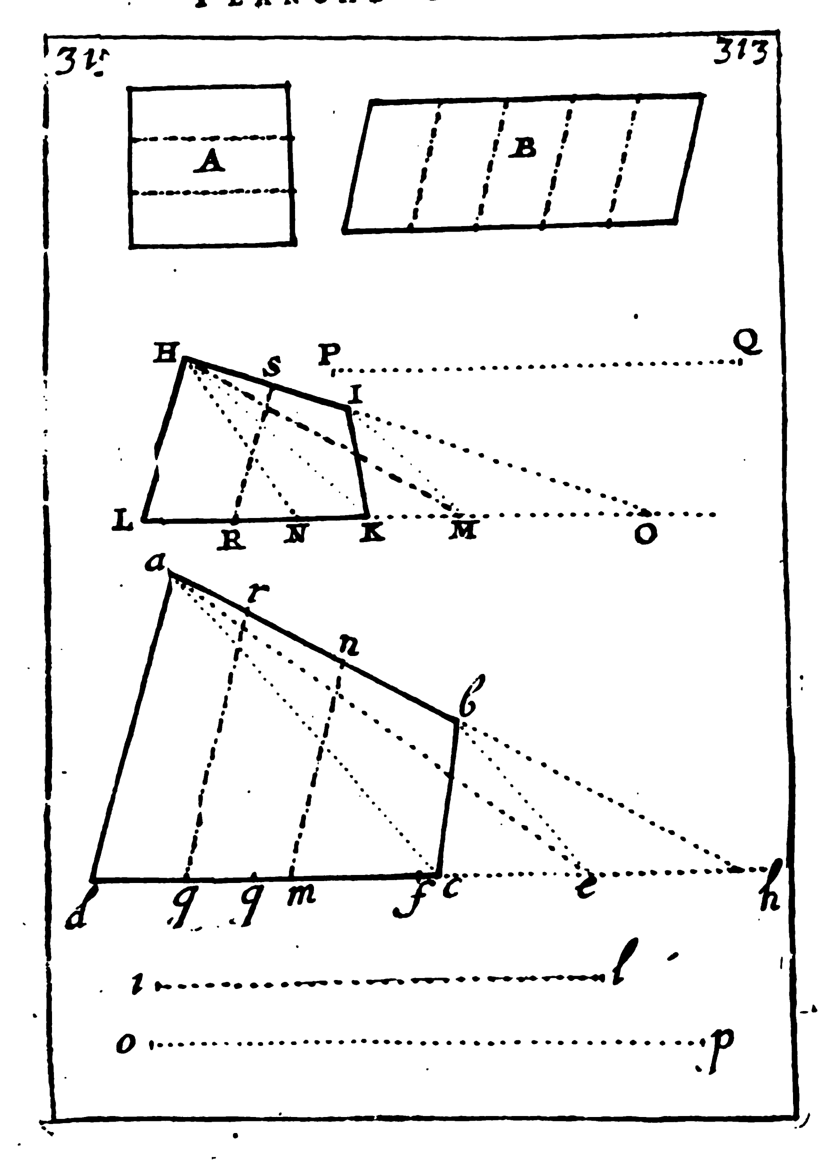
Exemple. Un partisan ayant acheté un grand Chantier de la figure du quadrilatere *a b c d*, afin d'y faire bâtir un Hostel pour s'y loger, & aussi des maisons pour loüer à des particuliers, demande à son Architecte de diviser ce terrain en trois parties égales, en sorte que les divisions soient paralleles au côté *a d*, parce qu'il a dessein de faire bâtir dans le premier tiers, vers le côté de *b c*, son Hostel; dans le second tracer son Jardin; & dans le troisiéme, qui fait face sur la ruë *a d*, il veut faire batir des maisons.

On fera ce partage, en réduisant (selon la regle ci-dessus donnée) le quadrilatere *a b c d*, dans le triangle *a e d*; & divisant la base *d e*, en trois parties égales aux points *f g* & *d*, pour tirer la droite *a f*, qui sert à la démonstration. Ensuite prolongez les deux lignes *a b* & *d c*, jusques à ce qu'elles se coupent au point *h*, pour chercher entre les deux lignes *h d*, & *h f* la moyenne proportionnelle *i l*, qu'on portera de *h* en *m*, en traçant de ce point *m*, au côté *a d*, la parallele *m n*, qui donnera le trapezoïde *n b c m* pour l'Hostel.

Enfin on cherchera enrre les deux droites *h d*, & *h g*, la moyenne proportionnelle *o p*, qu'on portera de *h* en *q*, pour faire passer au côté *a d*, la parallele *q r*, ce qui donnera l'espace *r n m q* pour le Jardin: & restera la figure *a r q d*, pour le troisiéme tiers où l'on bâtira des maisons.

Quand aux quadrilateres reguliers, il n'y a qu'à diviser également leurs bases, exemple A, & B.

Planche CXXXIII.



DEMONSTRATION
DE LA METH. DE DIVISER LES FIGURES DE QUATRE COTEZ,
EN PLUSIEURS PARTIES EGALES,
par des lignes qui soient paralleles à un de leur côtez.

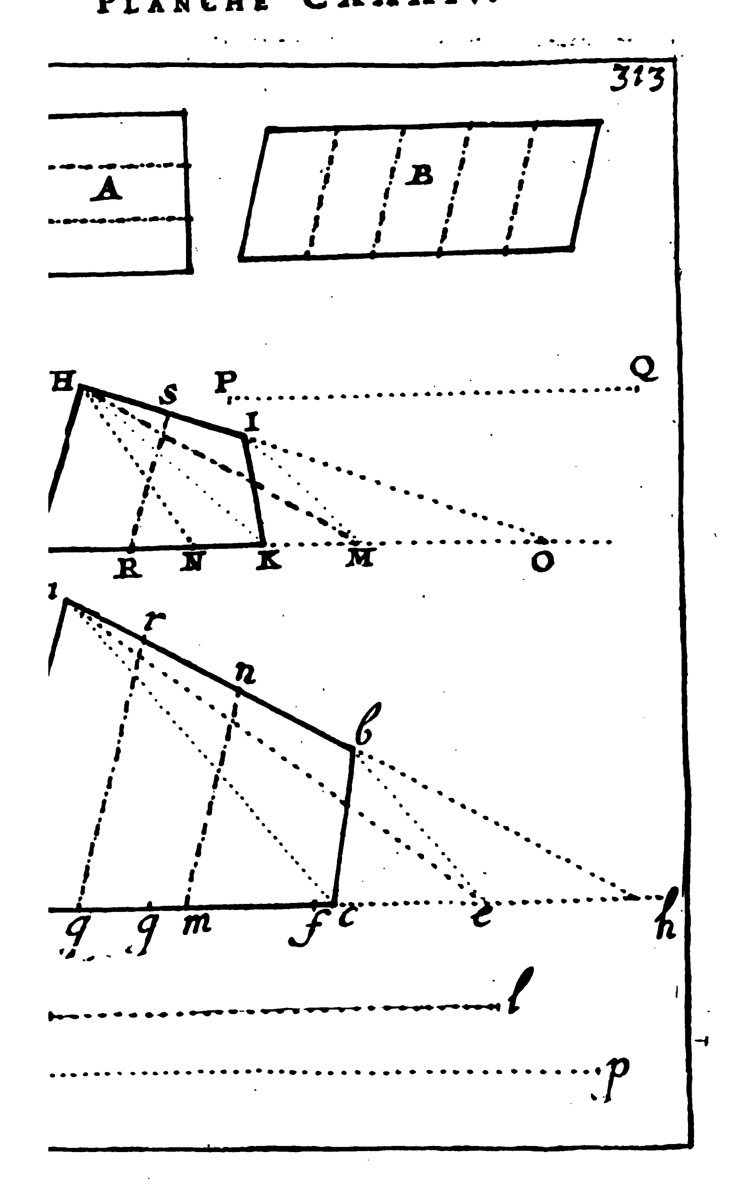
POUR prouver (par Euclide) que le Trapezoïde HIKL de la régle presedente a été divisé dans les deux parties égales HSRL & SIKR, par le trait SR, qui est parallele au côté HL.

Remarquez que les trois lignes OL, OR, & ON sont (par la construction) proportionnelles, & que le Corollaire de la 20. pro. du VI. Liv. d'Eu. dit (s'il y a trois lignes proportionnelles, comme la premiere sera à la troisiéme, ainsi le Poligone décrit sur la premiere, sera au Poligone semblable, & semblablement décrit sur la seconde.) Ce qui prouve que comme la ligne OL, premiere proportionnelle, est à la ligne ON, troisiéme proportionnelle, ainsi le triangle HOL décrit sur la premiere proportionnelle OL, est au triangle SOR semblable, & semblablement décrit sur la ligne OR, seconde proportionnelle.

Ensuite observez que les deux triangles HOL & HON, étant de mesme hauteur, sont entr'eux comme leurs bases OL & ON (par la 1. pro. du 6. Liv. d'Euclide,) c'est-à-dire que comme la base OL est à la base ON, ainsi le triangle HOL est au triangle HON: mais on a aussi prouvé que comme la ligne OL étoit à la ligne ON, ainsi le triangle HOL étoit au triangle SOR; de sorte que le triangle HOL ayant mesme raison aux deux triangles SOR, & HON, ces deux derniers triangles sont donc égaux entr'eux par la 9. propo. du V. Liv. d'Euclide. Cela connu.

Remarquez que le triangle HML est égal (par la constraction) au trapezoïde HIKL, & que sa base ML a été divisée en deux parties égales au point N, ce qui a formé les deux triangles HMN & HNL, qui étant de mesme hauteur, & sur bases égales MN & NL, sont égaux (par la 1. propo. du VI. Liv. d'Euc.) & partant sont chacun la moitié du triangle HML, ou du trapezoïde HIKL, qui lui est égal; alors observez que si du triangle HOL l'on retranche le triangle HON, restera le triangle HNL, qu'on vient de prouver estre de la moitié du trapezoïde HIKL; & comme les deux triangles SOR & HON ont été prouvé égaux, si donc l'on retranche du triangle HOL, le triangle SOR (égal au triangle HON,) restera la figure HSRL pour la moitié du trapezoïde HIKL. De sorte que la figure HSRL étant prouvée estre la moitié du trapezoïde HIKL, la figure qui reste SIKR en est donc l'autre moitié. Ce qu'il falloit démontrer.

PLANCHE CXXXIV.



METHODE DE DIVISER LES FIGURES PENTAGONES, EN PLUSIEURS PARTIES ÉGALES, *qui aboutissent toutes à un de leurs angles.*

PROPOSITION. On veut partager le pentagone regulier ABCDE, en deux parties égales qui aboutissent toutes à l'angle donné A.

Régle. Reduisez (ainsi qu'il a été enseigné ci-devant, page 232.) Le pentagone ABCD, dans le triangle AFG, puis divisez la base GF de ce triangle en deux parties égales aux points 1, & 2 : tirez la droite A 1, elle partagera le pentagone ABCD, dans les deux parties égales ABC1 & A1DE. *Euclide 37. prop. du I. & 1. pro. du VI. Liv.*

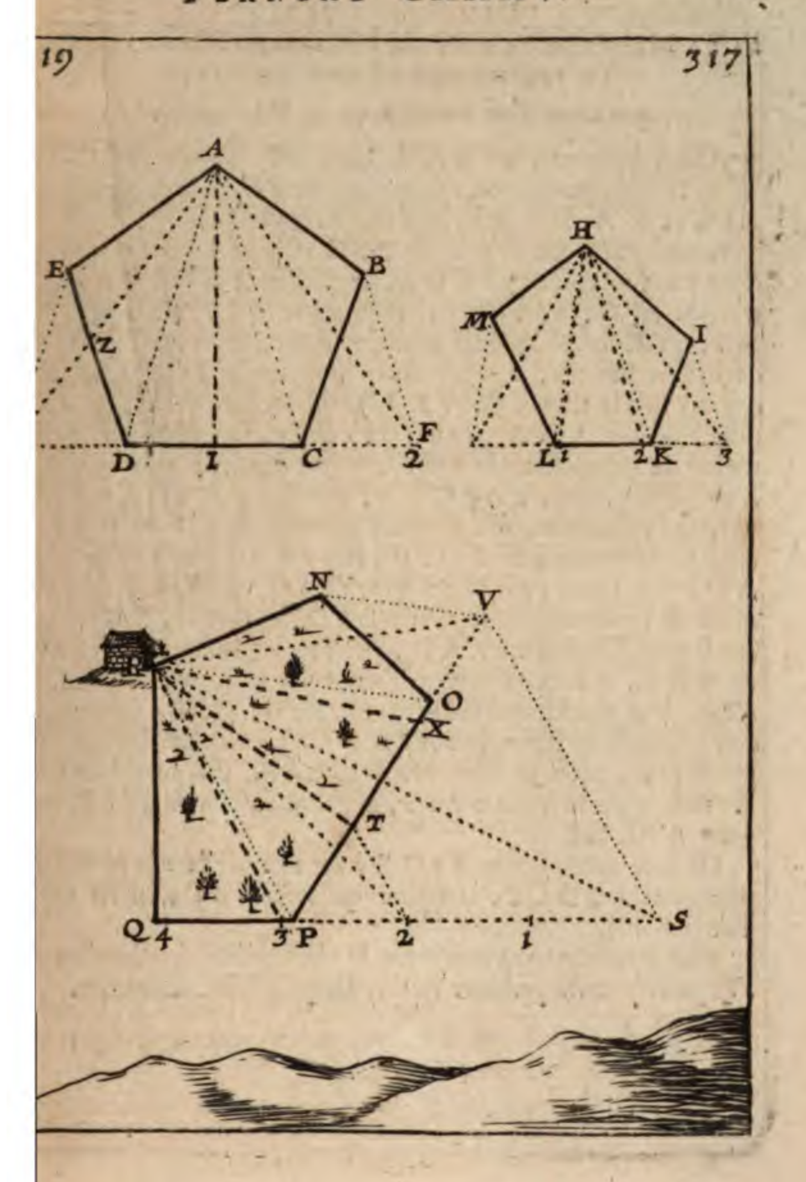
Si le Pentagone est irregulier comme est la figure HIKLM, On suivra la mesme régle ; s'il est encore plus bizarre, on observera celle de l'exemple que nous allons donner.

Exemple. Un Banquier en mourant, a laissé à ses quatre enfans, un jardin de la figure du pentagone irregulier NOPQR, qui a une Fontaine à son angle R, ce qui fait que les enfans (pour avoir chacun la liberté d'y puiser) se sont accordez de partager ce jardin en quatre parties égales qui aboutiront toutes à cette Fontaine R.

Ce qu'on fera en reduisant le terrain NOPQR, dans le triangle RSQ, dont on divisera la base SQ, en quatre parties égales aux points 1, 2, 3, & 4. selon le nombre des parties prescrites pour la division du Jardin, puis tirez les droites R 2, & R 3, elles formeront les triangles R 2 3, & R 3 Q, qui sont chacun le quart du triangle RSQ, ou du Jardin NOPQR : mais comme le triangle R 2 3 sort hors le Jardin NOPQR, on le fera rentrer, en tirant la droite RP, pour faire passer au point 2, sa parallele 2 T, & tirer la droite RT, qui formera le trapezoïde RTP3 pour second quart du Jardin NOPQR.

On aura les deux autres quarts, en réduisant son reste RNOT, dans le triangle RVT, dont on divisera la base TV, en deux parties égales au point X, ce qui donnera le triangle RXT, & le trapezoïde RNOX, pour les deux autres quarts qui répondent aussi à la Fontaine R. Ce qu'il falloit faire.

Planche CXXXV.



DEMONSTRATION DE LA METHODE DE DIVISER LES FIGURES PENTAGONES, EN PLUSIEURS PARTIES EGALES, *qui aboutissent toutes à un de leurs angles.*

POUR prouver (par Euclide) que le Pentagone A B C D E de la régle precedente, a été partagé dans les deux parties égales A B C 1, & A 1 D E, qui répondent à l'angle donné A.

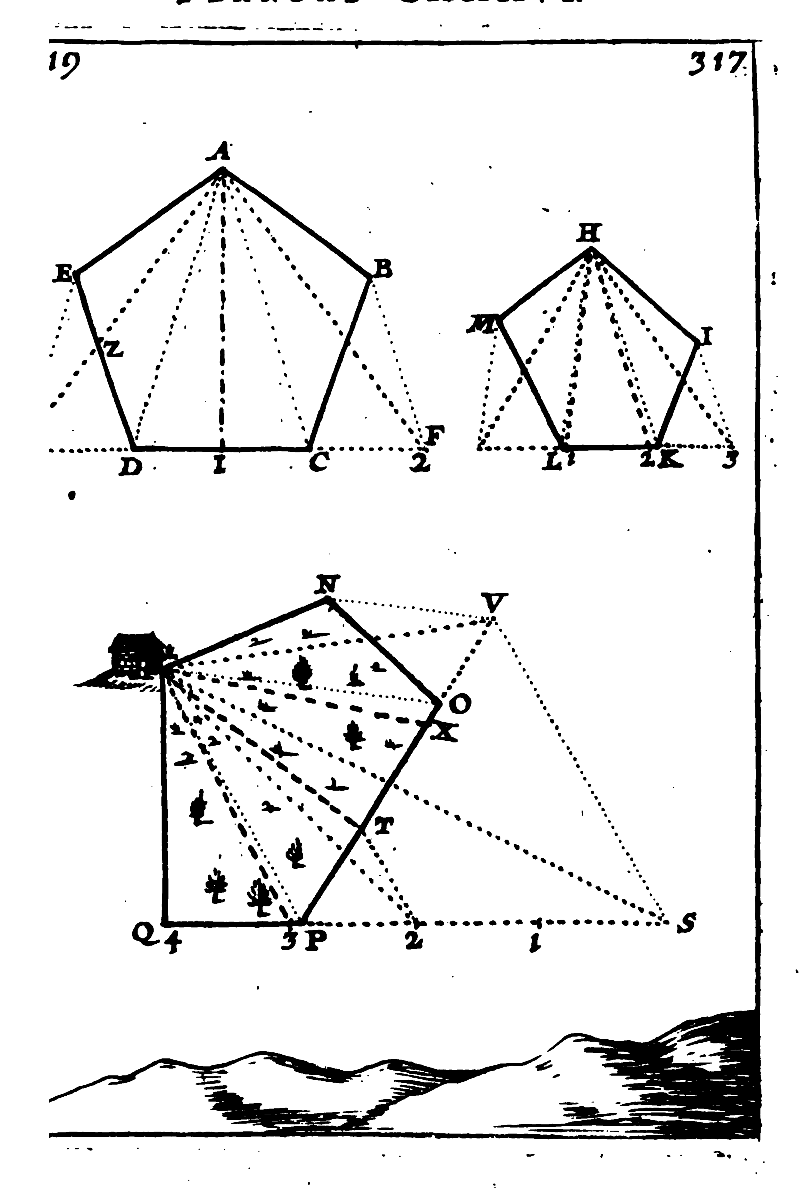
Remarquez, que le triangle A F G est égal (par la constru-ction) au pentagone A B C D E, mais comme la base G F de ce triangle A F G, a été divisée en deux parties égales aux points 1 & 2, il s'est formé les deux triangles A F 1, & A 1 G, qui étant de mesme hauteur, & ayant leurs bases égales F 1 & 1 G, sont égaux (par la 1. pro. du V I. Liv. d'Euc.) ce qui fait que les deux triangles A F 1 & A 1 G, étant égaux, sont donc chacun la moitié du grand triangle A F G, & par consequent aussi chacun la moitié du pentagone A B C D E, qui est égal au triangle A F G

Ensuite observez, que les deux triangles E A D & G A D, étant sur la mesme base A D, & entre mesmes paralleles E G & A D, sont égaux (par la 37. pro. du I. Liv. d'Euc.) de sorte que si de ces deux triangles égaux E A D & G A D, l'on retranche le triangle commun Z A D, resteront les deux triangles E A Z, & G D Z, qui sont égaux entr'eux (par le 3. axio. du I. Liv. d'Euc.) ce qui fait que si du triangle A 1 G, (qui a été prouvé être la moitié du Pentagone A B C D E,) on retranche le trian-gle G D Z, pour prendre son égal E A Z, on aura la figure A 1 D E égale au triangle A 1 G, & partant à la moitié du Penta-gone A B C D E

De sorte que la figure A 1 D E étant prouvée être la moitié du pentagone A B D C E, la figure qui reste A B C 1 en est donc l'autre moitié.

Elle se peut encore prouver par la mesme démonstration dont on s'est servi pour la premiere moitié. Ce qu'il falloit démontrer.

Planche CXXXVI.



METHODE DE DIVISER LES FIGURES PENTAGONES, EN PLUSIEURS PARTIES E'GALES, *qui aboutissent toutes à un point donné sur un de leurs côtez.*

PROPOSITION. On veut partager le pentagone irregulier A B C D E, en deux parties égales, qui répondent au point donné F.

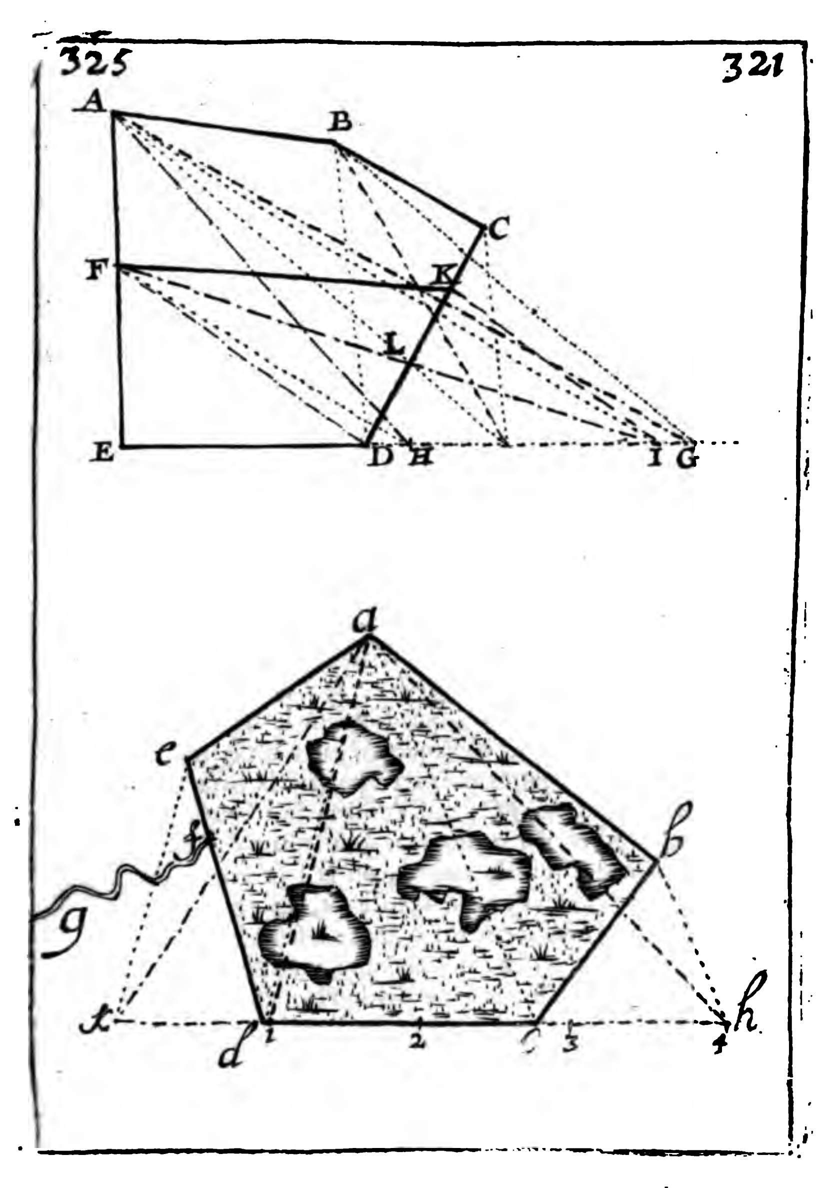
Régle. Reduisez (ainsi qu'il a été enseigné ci-devant dans la page 232.) le pentagone A B C D E, dans le triangle A G E, dont on divisera la base E G en deux parties égales au point H, afin de tirer la droite AH qui formera le triangle A H E, moitié du triangle A G E ou du pentagone A B C D E. Ensuite abaissez (ainsi qu'il a été enseigné ci-devant dans la page 224.) le triangle A H E au point donné F, comme est le triangle F I E, qui étant égal (par la construction) au triangle A H E, est donc moitié du pentagone A B C D E: Mais comme au triangle F I E, sa base E I sort hors le pentagone A B C D E de la distance D I, faites rentrer dans le pentagone cette distance D I; en tirant la droite F D, pour faire passer au point I, sa parallele IK, & tirez la ligne F K, qui donnera la figure F K D E égale au triangle F I E, & par consequent moitié du pentagone irregulier A B C D E. Restera la figure A B C K F, pour l'autre moitié. *Ce problême se démontre par la 1. du VI. & par la 37. du I. & par plusieurs Axiomes d'Euclide.*

Exemple. Dans un Pays dont les terres sont fort cheres, il s'y trouve le Marest *a b c d e*, qui rapporte fort peu, à cause qu'il est la plus grande partie de l'année plein d'eau & de jones, ce qui a obligé le particulier à qui il appartient, d'aller trouver un Fermier de sa connoissance, lequel ayant demeuré dans le Bas-Poictou, sçait la maniere de dessécher les terres. Le Fermier aprés avoir bien examiné la situation du Marais, a promis au Proprietaire de le dessécher, en le divisant en quatre parties égales, par trois Rigoles, qui en déchargeront les eaux par la pente *f*, dans le Ruisseau *g*, qui passe à la gauche de ce Marais, mais à la charge d'avoir, pour ses frais, la joüissance pendant six années des deux quarts du milieu du Marais, ce que le Proprietaire lui a accordé.

Pour donc diviser ce Marais *a b c d e*, en quatre quarts qui aboutissent à la pente *f*, on le reduira dans le triangle *a b k*, dont on divisera la base *k h* en quatre parties égales aux points 1, 2, 3, & 4, pour tirer à la premiere division *1* la droite *a 1*, qui formera le triangle *a 1 k*, égal à la quatriéme partie du triangle *a b k* ou du Marais.

Ensuite tracez à part (comme il est marqué au bas de la planche

PLANCHE CXXXVII.



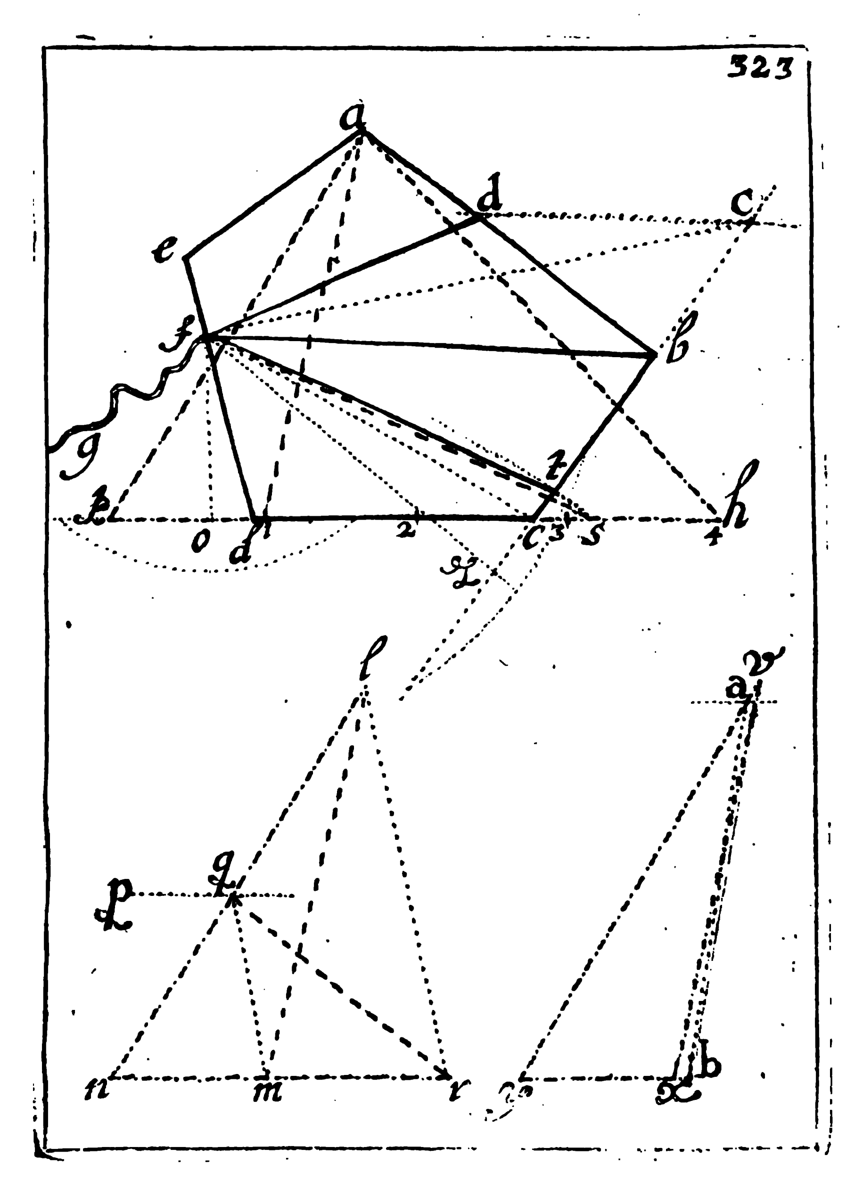
che) le triangle *lmn*, égal, & semblable au triangle *a r k*: & prenez la plus courte distance qu'il y ait du point donné *f*, sur le côté *k h*, comme est la perpendiculaire *f o*, pour de cette distance *f o* faire au côté *n m*, la parallele *p q*, qui donnera le point *q* autant élevé sur le côté *n m*, que le point *f* est élevé sur le côté *k h*. Alors (ainsi qu'il a été enseigné dans la page 224.) abaissez le triangle *l m n*, à la hauteur du point *q*, comme est le triangle *q r n*, lequel est égal au quart du marais *a b c d e*, à cause que ce triangle *q r n* est égal au triangle *a r k* qui est le quart du grand triangle *a h k*, lequel vaut tout le marais *a b c d e*.

Puis portez la base *n r* du triangle *q r n*, de *d* en *s*, pour tirer la droite *f s*, qui formera le triangle *f s d* égal au triangle *q r n*, & par consequent égal au quart du marais : mais comme au triangle *f s d*, sa base *d s* sort hors le marais, de la distance *c s*, pour la faire rentrer, il n'y a qu'à tracer la droite *fc*, & faire passer sa parallele *s t*, pour tirer la droite *f t*, qui donnera la figure *f t c d*, qui aboutit à la pente *f*, & qui est un quart du marais *a b c d e*.

Pour avoir un second quart, faites à part (ainsi qu'il a été enseigné dans le Tome I. page 200.) le triangle *u x y*, égal & semblable au triangle *a r k*, puis prolongez de part & d'autre le côté *b c* du marais, & prenez la plus courte distance qu'il y ait du point donné *f* sur le côté prolongé *b c*, comme est la perpendiculaire *f z* pour reduire le triangle *u x y*, à la hauteur de cette perpendiculaire *f z*, comme est le triangle a b *y*, dont on portera la base *y* b, sur le côté prolongé *b c*, de *t* en *b*, selon cet exemple, pour tirer la droite *f b*, qui formera le triangle *f b t*, égal au triangle *a r k*, & par consequent égal à un quart du marais.

On aura les deux autres quarts en portant la base *t b*, de *b* en C, pour tirer la droite *f*C, qui donnera le triangle *f* C *b*, égal au triangle *f b t*, & par consequent à un quart du marais : mais comme la base *b* C sort du marais, on la fera rentrer comme on a déja pratiqué ci-dessus, pour la base *d s*, & on aura le triangle *f*d *b* pour le troisiéme quart du marais : restera la figure *f e a* a d pour le quatriéme quart, qui aboutira aussi-bien que les trois autres à la pente *f*. De sorte que les lignes *f*d, *f b*, & *f t* marquent les traits, où l'on doit creuser les Rigoles, pour faire écouler les eaux du marais *a b c d e*, par la pente *f* dans le ruisseau *g*. Ce qu'il falloit faire.

PLANCHE CXXXVIII.



DEMONSTRATION DE LA METHODE DE DIVISER LES FIGURES PENTAGONES, EN PLUSIEURS PARTIES EGALES, *qui aboutiſſent toutes à un point donné ſur un de leurs côtez.*

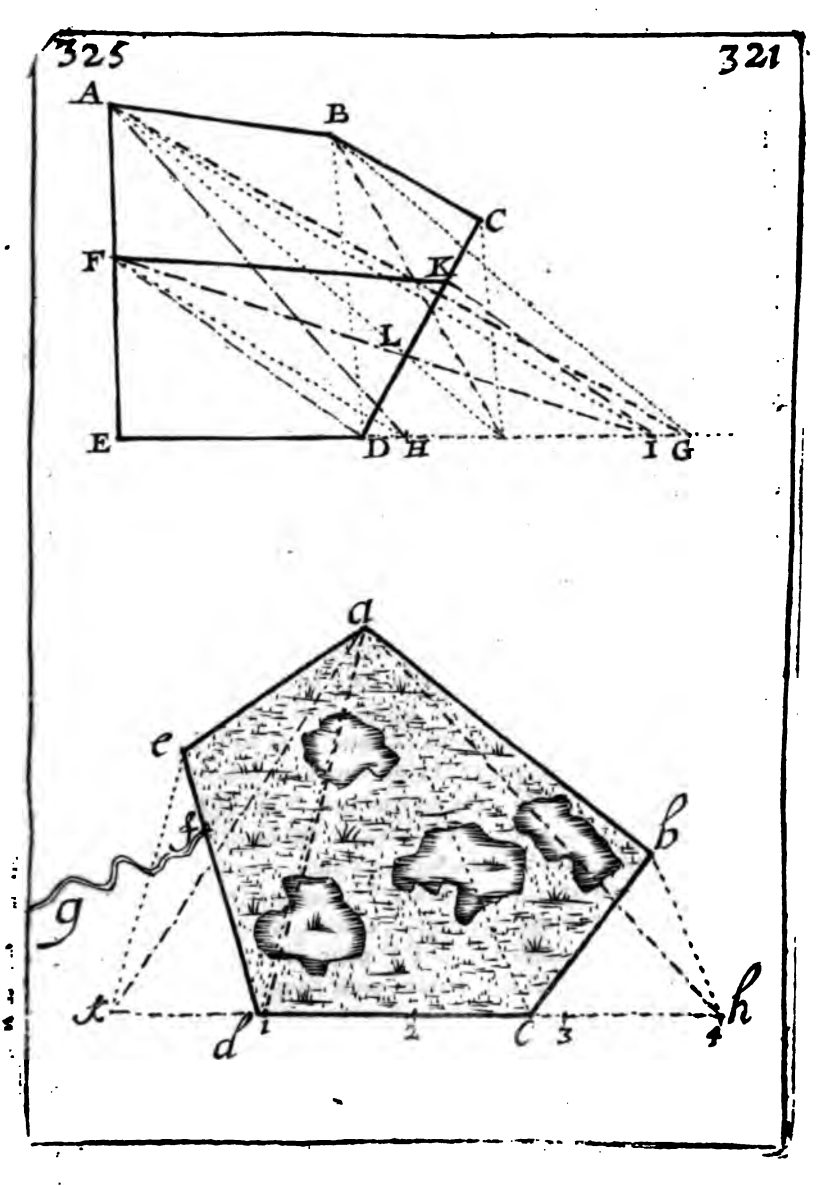
POUR prouver (par Euclide) que le pentagone irregulier A B C D E, de la régle de l'exemple précedent, a été diviſé, dans les deux parties égales A B C K F & F K D E, qui répondent au point donné F.

Remarquez que le triangle A G E eſt égal (par la conſtruction) au pentagone irregulier A B C D E, & que ſa baſe E G a été diviſée en deux parties égales au point H, ce qui a formé les deux triangles A G H & A H E, qui étant de meſme hauteur, & ſur baſes égales G H & H E, ſont égaux, par la 1. prop. du VI. Liv. d'Euc. De ſorte que ces deux triangles égaux A G H & A H E ſont chacun la moitié du triangle A G E, & partant auſſi chacun la moitié du pentagone irregulier ABCDE, qui eſt égal au triangle A G E. Cela connu,

Obſervez que le triangle F I E eſt égal (par la conſtruction) au triangle A H E; & comme ce triangle A H E a été prouvé valoir la moitié du pentagone irregulier A B C D E, le triangle F I E vaut donc auſſi la moitié du pentagone irregulier ABCDE.

Enſuite remarquez que les deux triangles F K I & D K I, étant ſur la meſme baſe K I, & entre les meſmes paralleles F D & K I, ſont égaux par la 37. propo. du I. Liv. d'Euclide; de ſorte que ſi de ces deux triangles égaux F K I & D K I, l'on retranche le triangle commun L K I, reſteront les deux triangles F K L & D I L, qui ſont égaux par le 3. Ax. du I. Liv. d'Euc. Ce qui fait que ſi du triangle F I E, *(qu'on a prouvé valoir la moitié du pentagone irregulier* A B C D E) on a ôté le triangle D I L, pour prendre ſon égal F K L, on aura la figure FKDE, égale au triangle F I E, & partant à la moitié du pentagone irregulier A B C D E. De ſorte que la figure F K D E étant prouvée eſtre la moitié du pentagone irregulier A B C D E, le reſte A B C K F en eſt donc neceſſairement l'autre moitié. Ce qu'il falloit démontrer.

PLANCHE CXXXIX



METHODE DE DIVISER LES FIGURES PENTAGONES, EN PLUSIEURS PARTIES EGALES, *qui aboutiſſent toutes à un point pris à volonté dans leur ſuperficie.*

PROPOSITION. On veut diviſer le pentagone irregulier A B C D E, en deux parties égales, qui répondent au point F pris à volonté dans ſa ſuperficie.

Régle. Diviſez à peu prés le pentagone irregulier A B C D E, en deux parties égales par une ligne qui paſſe par le point donné F, comme eſt la ligne G H, pour avoir la figure G B C D H, qui eſt à peu prés la moitié de ce pentagone irregulier A B C D E.

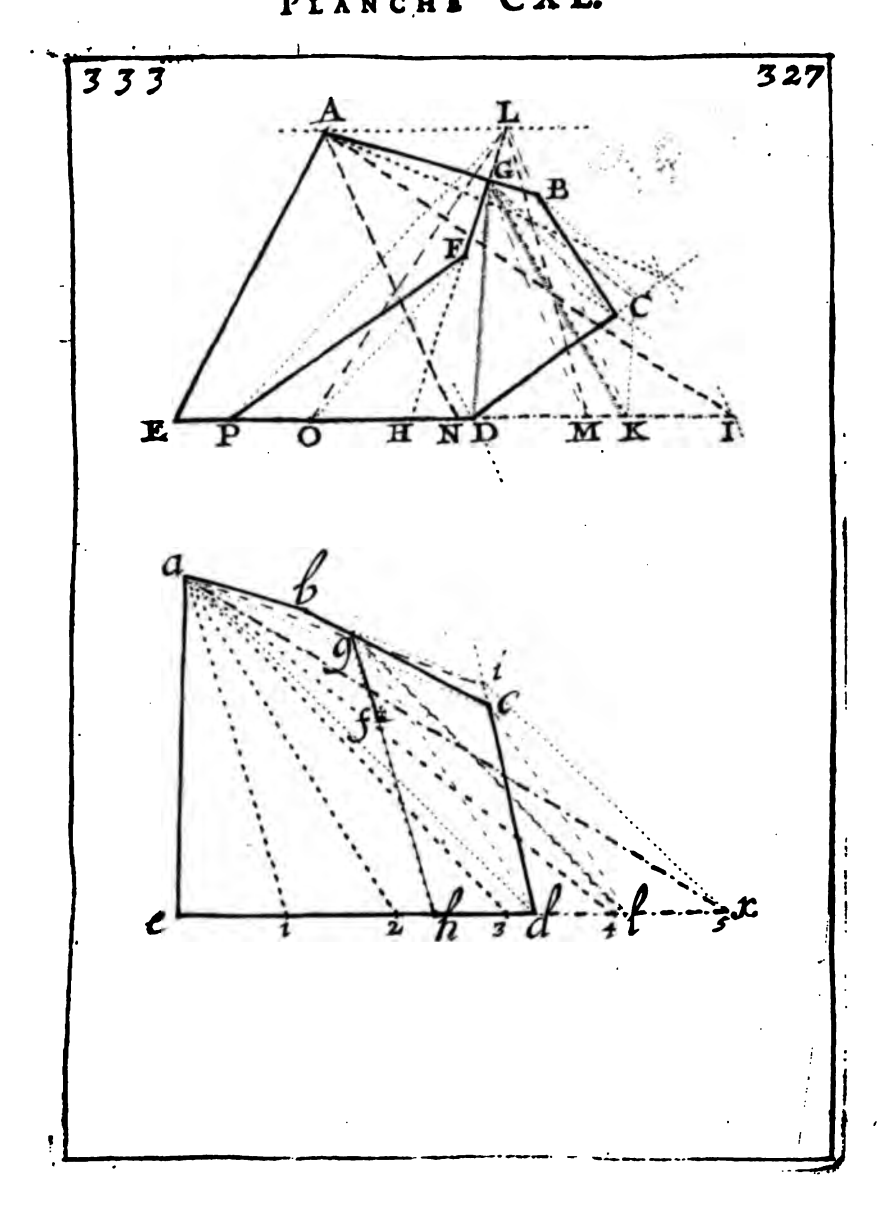
Puis reduiſez (ainſi qu'il a été enſeigné dans la page 232.) le pentagone irregulier A B C D E, dans le triangle A I E; & la figure G B C D H *(qu'on eſtime eſtre la moitié du pentagone* A B C D E,) dans le triangle G K H, qu'on élevera ainſi qu'il a été enſeigné dans la page 224, auſſi haut que le triangle A I E, comme eſt le triangle L M H.

Enſuite diviſez la baſe E I du triangle A I E, en deux parties égales au point N, & tirez la droite N A, qui formera le triangle A I N pour la moitié du pentagone irregulier ABCDE. Puis portez la baſe I N de ce triangle A I N, moitié du pentagone A B C D E, ſur la baſe M H du triangle L M H, pour voir ſi cette baſe I N ſe trouve égale à la baſe M H; car ſi elle lui eſt égale, c'eſt une marque que la figure G B C D H eſt la moitié du pentagone A B C D E; mais comme cette baſe I N ſe trouve plus grande dè la diſtance HO, on tirera la droite OL, qui formera le triangle L M O égal au triangle A I N, (par la 1. prop. du VI. Liv. d'Euc.) & par conſequent égal à la moitié du pentagone irregulier A B C D E. Cela connu,

Abaiſſez (ainſi qu'il a été enſeigné dans la page 224.) le triangle L H O, à la hauteur du point F, comme eſt le triangle F H P, qui donnera la figure G B C D P F pour la moitié du pentagone irregulier A B C D E, reſtera pour l'autre moitié la figure A G F P E, & toutes deux répondent au point donné F. Ce problême ſe démontrera par la 1. prop. du VI. Liv. d'Euclide.

Exemple. Dans une Abbaye de l'Ordre de S. N. qui eſt ſituée proche le Bois *a b c d e*, l'Abbé Commandataire étant venu à mourir, ſon Succeſſeur ayant remarqué que ſes Religieux, au lieu de ſe contenter (ſelon l'accord qu'ils avoient fait avec le

Planche CXL.



deffunt Abbé,) de prendre ſeulement le bois dont le Convent pouvoit avoir beſoin, en vendoient encore une grande quantité à des particuliers, s'eſt reſolu à prendre trois cinquiémes du bois pour lui, & d'abandonner à ſes Religieux les deux autres cinquiémes, qui aboutiront auſſi-bien que les trois premieres, à la croix *f*.

Pour faire ce partage, marquez (ſuivant la régle precedente,) ſur le plan du bois *a b c d e*, à peu prés l'étenduë d'une cinquiéme partie de ce bois, par une ligne qui paſſe par la croix *f*, comme eſt la ligne *g h*, qui forme la figure *g c d h*, qu'on eſtime eſtre une cinquiéme partie du bois *a b c d e*.

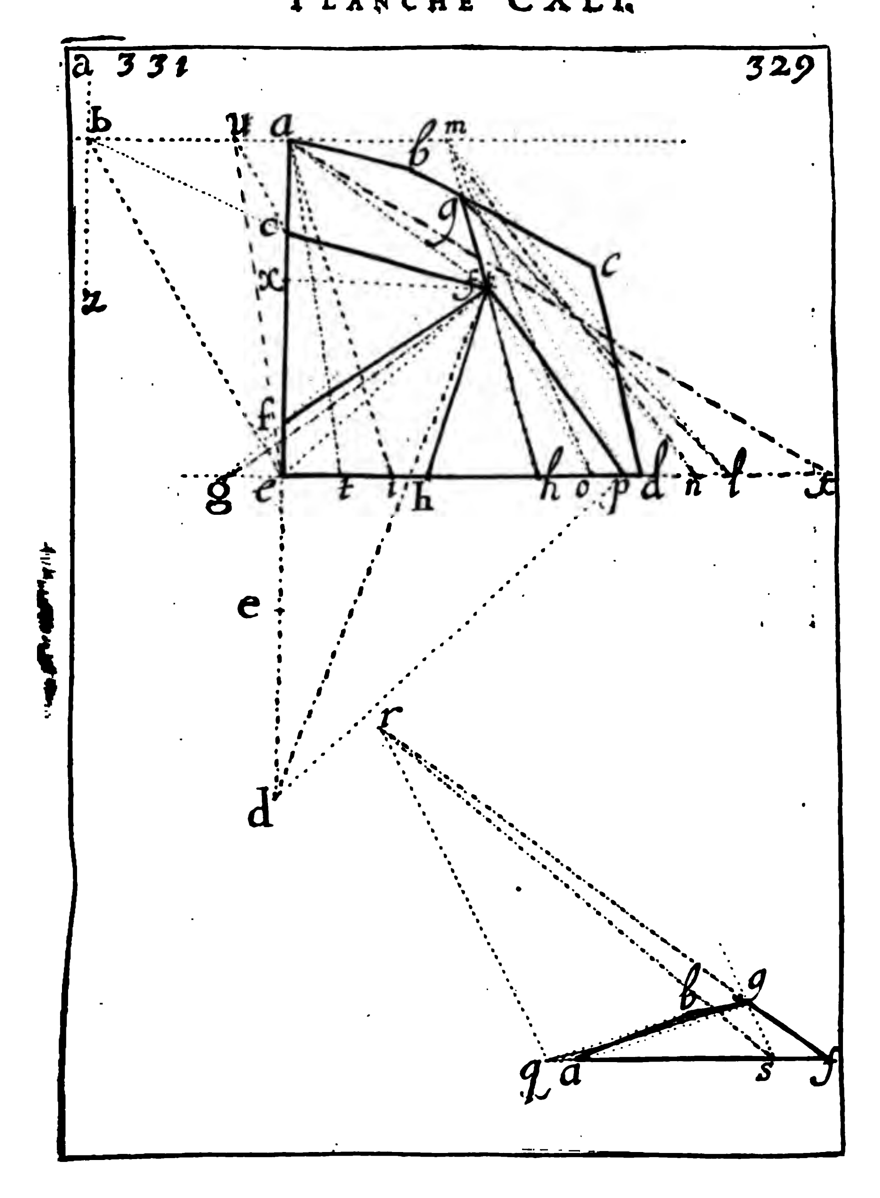
Enſuite reduiſez le plan du bois *a b c d e* dans le triangle *a k e*, & auſſi la figure *g c d h* (qui paſſe pour une cinquiéme partie du bois,) dans le triangle *g l h*, & diviſez la baſe *e k* en cinq parties égales aux points 1, 2, 3, 4, & 5, (ainſi qu'il eſt marqué au bas de la planche précedente,) afin de tirer les lignes *a* 1, *a* 2, *a* 3, & *a* 4, qui formeront cinq triangles égaux, dont on conſervera ſeulement le premier *a* 1 *e*, qui étant la cinquiéme partie du triangle *a k e*, eſt donc auſſi la cinquiéme partie du pentagone irregulier *a b c d e*, qui eſt égal au triangle *a k e*.

Enſuite élevez le triangle *g l h* auſſi haut que le triangle *a k e*, comme eſt le triangle *m n h*; & voyez ſi la baſe *i e* du triangle *a i e*, eſt égale à la baſe *n h*, du triangle *m n h*; mais comme la baſe *n h* eſt plus grande de la diſtance *o h*, c'eſt une marque que la figure *g c d h* (qui paſſe pour un cinquiéme du bois) eſt plus grande qu'un cinquiéme.

Pour l'avoir donc juſte, tirez la droite *o m*, qui formera le triangle *m o h*, qu'on abaiſſera à la hauteur du point *f*, comme eſt le triangle *f p h*. Alors on aura la figure *g c d p f* pour une cinquiéme partie du bois *a b c d e*.

On aura une autre cinquiéme, en tirant de l'angle *a* au point donné *f* la droite *a f*, qui formera le trapezoïde *b g f a*, qu'on tranſportera à part pour le reduire dans le triangle *g f q*, & on élevera ce triangle *g f q*, de la hauteur du triangle *a k e*, comme eſt le triangle *r f s*: Alors on verra ſi la baſe *f s*, du triangle *r f s*, eſt égale à la baſe *i e*, du triangle *a i e*, qui vaut une cinquiéme partie du pentagone irregulier *a b c d e*; car ſi cette baſe *f s* lui étoit égale, ce ſeroit une marque que le trapezoïde *b g f a* ſeroit une cinquiéme partie du bois *a b c d e*; mais comme elle eſt plus courte de la diſtance *t e*,

PLANCHE CXLI.



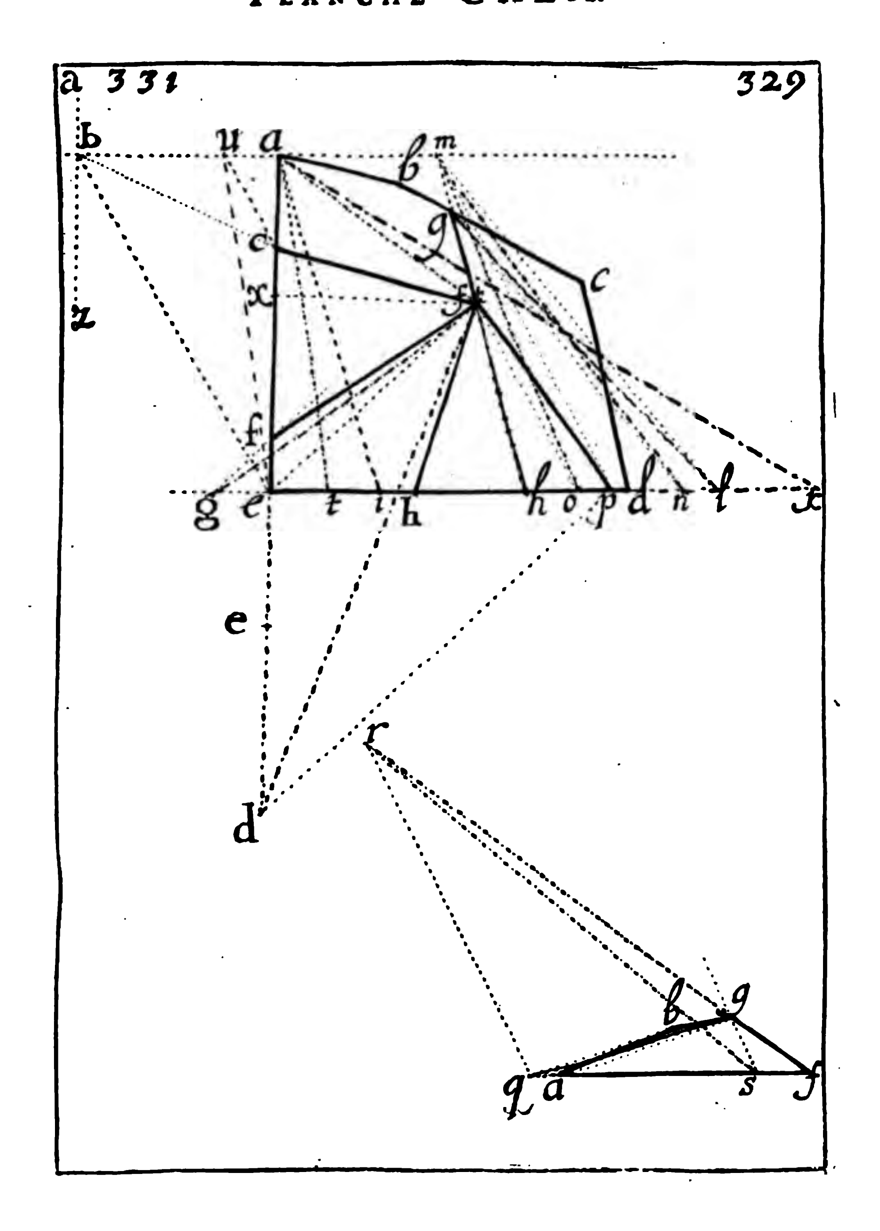
On tirera la droite *at*, & on prolongera à gauche la ligne *am*: puis l'on portera la diſtance *te*, de *a* en *u*, pour tirer la droite *ue*, & prendre la plus courte diſtance du point donné *f*, ſur le côté *ea*, comme eſt la perpendiculaire *fx*, pour tracer avec cette diſtance *fx*, une parallele au côté *ea*, comme eſt la droite *za*, en remarquant où elle a coupé la ligne *am*, en b, afin de tirer la droite be, & ſa parallele *uc*.

Alors ſi l'on tire la ligne *Cf*, on aura la figure *abgfC* pour la cinquiéme partie du bois *abcde*. Et l'on tirera (ſi l'on veut) la ligne *C*b, qui ne ſert que pour la demonſtration.

Pour avoir une autre cinquiéme partie, on reduira tout le reſte *fpeC*, dans le triangle *f*d*C*, dont on diviſera la baſe d*C*, en trois parties égales aux points e, f, *C*, afin de tirer la droite *f*f, qui donnera le triangle c*f*f pour la troiſiéme cinquiéme partie du bois *abcde*.

Enfin on aura les deux autres cinquiémes, en reduiſant le reſte *fpe*f, dans le triangle *fp*g, dont on diviſera la baſe *p*g, en deux parties égales au point h, pour tirer la droite h*f*, qui donnera le triangle *fp*h, pour une cinquiéme partie du bois *abcde*: reſtera donc la figure *f*h*e*f pour la derniere cinquiéme, & elles aboutiront toutes cinq à la croix *f*. Ce qu'il falloit faire.

PLANCHE CXLII.



DEMONSTRATION
DE LA METHODE DE DIVISER LES FIGURES PENTAGONES, EN PLUSIEURS PARTIES EGALES,
qui aboutissent toutes à un point pris à volonté dans leur superficie.

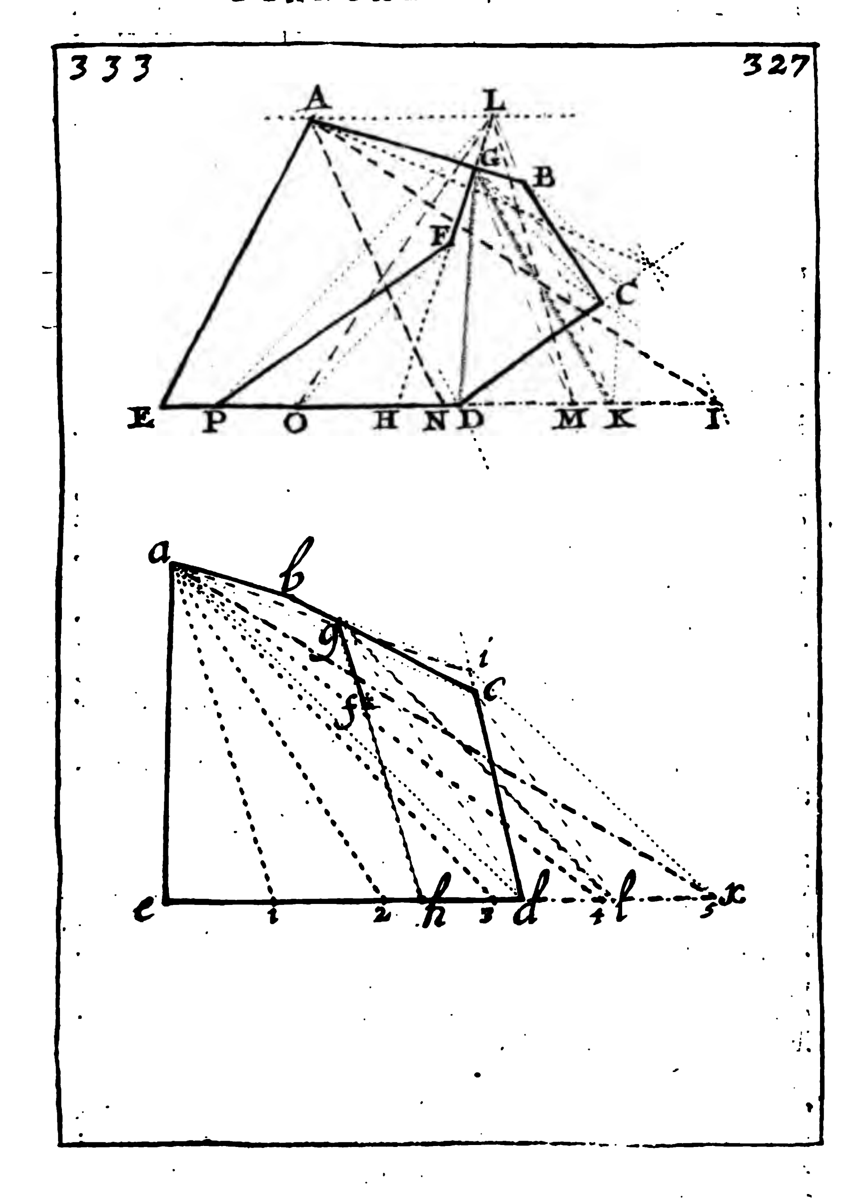
POUR prouver (par Euclide) que le pentagone irregulier ABCDE, de la page 327. a été divisé dans les deux parties égales AGFPE & GBCDPF, qui répondent au point F, pris à volonté dans la superficie de ce pentagone.

Observez que le grand triangle AIE est égal (par la construction) au pentagone irregulier ABCDE, & que la base EI de ce triangle AIE, a été divisée en deux parties égales au point N, ce qui a formé les deux triangles AIN & ANE, qui étant de mesme hauteur, & sur bases égales IN & NE, sont égaux (par la 1. pro. du VI. Liv. d'Euc.) & partant sont chacun la moitié du grand triangle AIE, ou du pentagone irregulier ABCDE, qui est égal au triangle AIE. Cela connu,

Remarquez que le triangle LMO étant (par la construction) de mesme hauteur que le triangle AIN, & tous deux sur bases égales MO & IN, sont donc égaux (par la 1. pro. du VI. Liv. d'Euc.) & comme le triangle AIN a été prouvé valoir la moitié du pentagone irregulier ABCDE, le triangle LMO (qui est égal au triangle AIN) vaut donc aussi la moitié de ce pentagone irregulier ABCDE.

Ensuite observez que la figure GBCDH est égale (par la construction) au triangle LMH : & que le triangle FHP est aussi égal (par la construction) au triangle LHO, ce qui fait que la figure GBCDH & le triangle FHP pris ensemble sont égaux aux deux triangles LMH & LHO, aussi pris ensemble ; mais comme ces deux derniers triangles LMH & LHO forment le triangle LMO, qui a été prouvé égal au triangle AIN qui vaut la moitié du Pentagone irregulier ABCDE ; la figure GBCDH & le triangle FHP pris ensemble, ou mieux la figure GBCDPF est donc aussi la moitié du pentagone irregulier ABCDE. Desorte que cette figure GBCDPF étant prouvée la moitié du pentagone irregulier ABCDE, la figure qui reste AGFPE en est donc l'autre moitié. Ce qu'il falloit démontrer.

PLANCHE CXLIII.



METHODE DE DIVISER LES FIGURES PENTAGONES, EN PLUSIEURS PARTIES EGALES, PAR *par des lignes paralleles à un de leurs côtez.*

PROPOSITION. On veut divifer le pentagone irregulier A B C D E, en deux parties égales, par un trait qui foit parallele au côté E D.

Régle. Réduifez (ainfi qu'il a été enfeigné dans la page 232.) le pentagone irregulier A B C D E, dans le triangle A F G, dont on divifera la bafe G F, en deux parties égales au point H, pour tirer la droite A H, qui donnera le trapezoïde, A H D E, pour la moitié du pentagone irrégulier A B C D E.

Enfuite reduifez (ainfi qu'il a été enfeigné dans la page 228.) le trapezoïde A H D E dans le triangle E I D; puis prolongez la bafe i D & le côté A E, jufqu'à ce qu'ils fe rencontrent au point K.

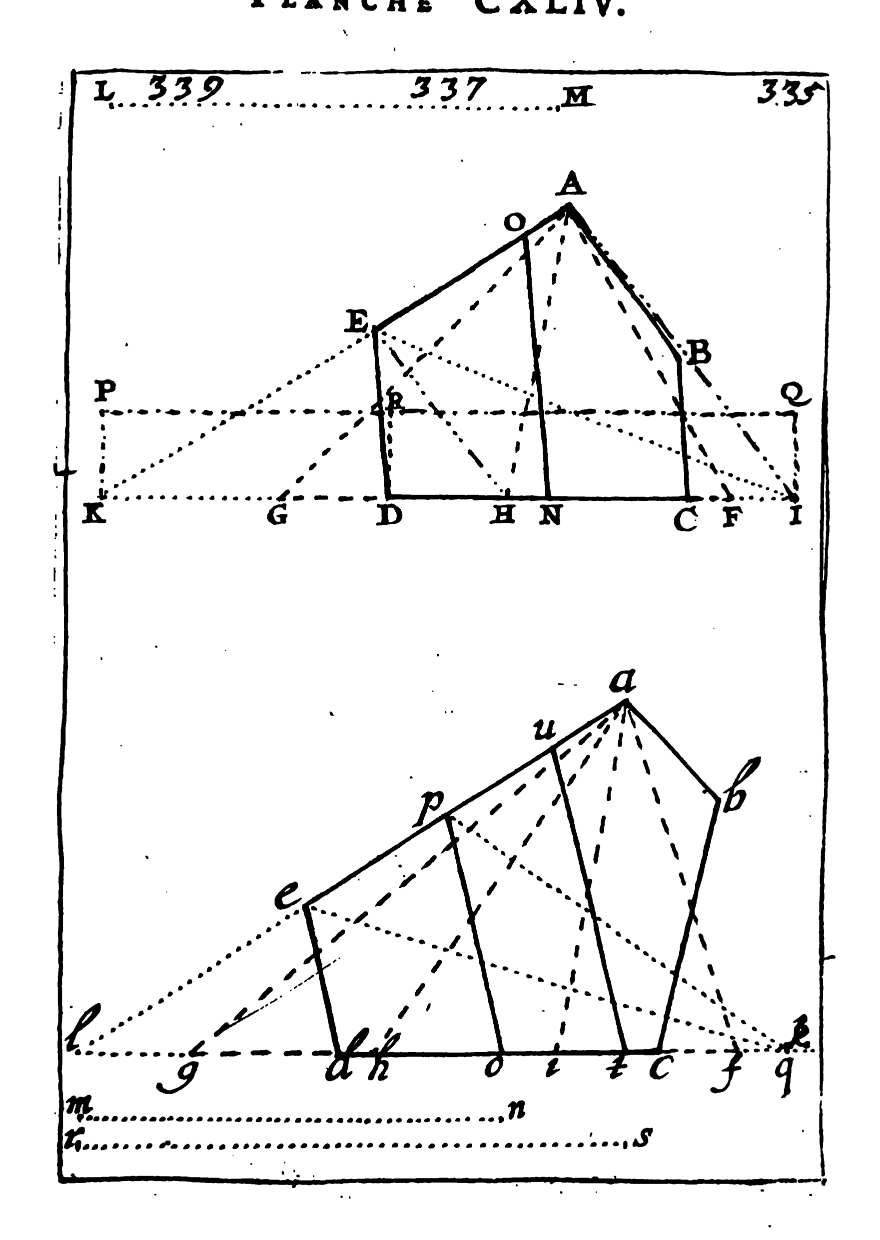
Alors cherchez (ainfi qu'il a été enfeigné dans le Tome I. p. 188.) une moyenne proportionnelle entre les deux lignes K I & K D, comme eft L M (qui eft tracée au haut de la planche.) Portez cette moyenne proportionnelle L M fur la bafe K I, de K en N, pour faire paffer à ce point N, une parallele au côté E D, comme eft la parallele N O, qui divifera le Pentagone irregulier ABCDE, dans les deux parties égales E O N D & O A B C N. *Ce probléme fe démontre par la 37. prop. du I. par le corollai. de la 20. prop. du VI. par la 1. pro. du VI. par la 16. pro. du V. & par les 1. & 3. Axi. du 1. Liv. d'Euclide.*

Exemple. On propofe de divifer la terre *a b c d e* en trois parties égales, par des traits paralleles au côté *e d*.

Pour divifer cette terre, il faut (fuivant la régle cy-deffus donnée) la reduire dans le triangle *a f g*, & (felon le partage qu'on veut faire de cette terre,) divifez la bafe *g f* du triangle *a f g*, en trois parties égales aux points *h*, *i*, & *f*, afin de tirer les droites *a h*, & *a i*, qui diviferont la terre *a b c d e* dans les trois parties égales ou tiers *a b c i*, *a i h*, & *a h d e*, ainfi qu'il a été enfeigné ci-devant dans la page 316. Puis réduifez le tiers *a h d e*, dans le triangle *e k d*. Cela fait,

Prolongez la bafe *c d*, & le côté *a e*, jufqu'à ce qu'ils fe rencontrent au point *l*, cherchez une moyenne proportionnelle entre les deux lignes *l k* & *l d*, comme eft la moyenne proportionnelle *m n*, (qui eft au bas de la planche) & portez cette moyenne proportionnelle *m n*, fur la bafe *l k* de *l* en *o*, pour tracer par ce point

PLANCHE CXLIV.



o, une parallele au côté *e d*, comme eſt la parallele *o p*, qui donnera la figure *e p o d* pour un tiers de la terre *a b c de*.

On aura un ſecond tiers, en remarquant que le reſte *p a b c o* vaut les deux tiers de la terre *a b c d e*, à cauſe qu'on a déja le tiers *e p o d*, & remarquez auſſi que la figure *a b c i* étant un tiers de la terre *a b c d e*, cela fait que le trapezoide *p a i o* vaut un tiers de la terre *a b c d e*.

Enſuite reduiſez ce trapezoïde *p a i o*, dans le triangle *p q o* : & cherchez entre les deux lignes *l q* & *l o*, la moyenne proportionnelle *r s* (qui eſt au bas de la planche) & qu'on portera ſur la baſe *l k*, de *l* en *t*, afin de faire paſſer de ce point *t*, une parallele au côté *e d*, comme eſt la parallele *t u*, qui donnera la figure *p u t o*, pour un ſecond tiers ; & reſtera la figure *u a b c t* pour le troiſiéme tiers. Deſorte que la terre *a b c d e* aura été diviſée dans les trois parties égales *u a b c t*, *p u t o*, & *e p o d*, par les deux traits *p o* & *u t*, qui ſont paralleles au côté *e d*. Ce qu'il falloit faire

---

DEMONSTRATION
DE LA METH. DE DIVISER LES FIGURES PENTAGONES, EN PLUSIEURS PARTIES EGALES,
par des lignes Paralleles à un de leurs côtez.

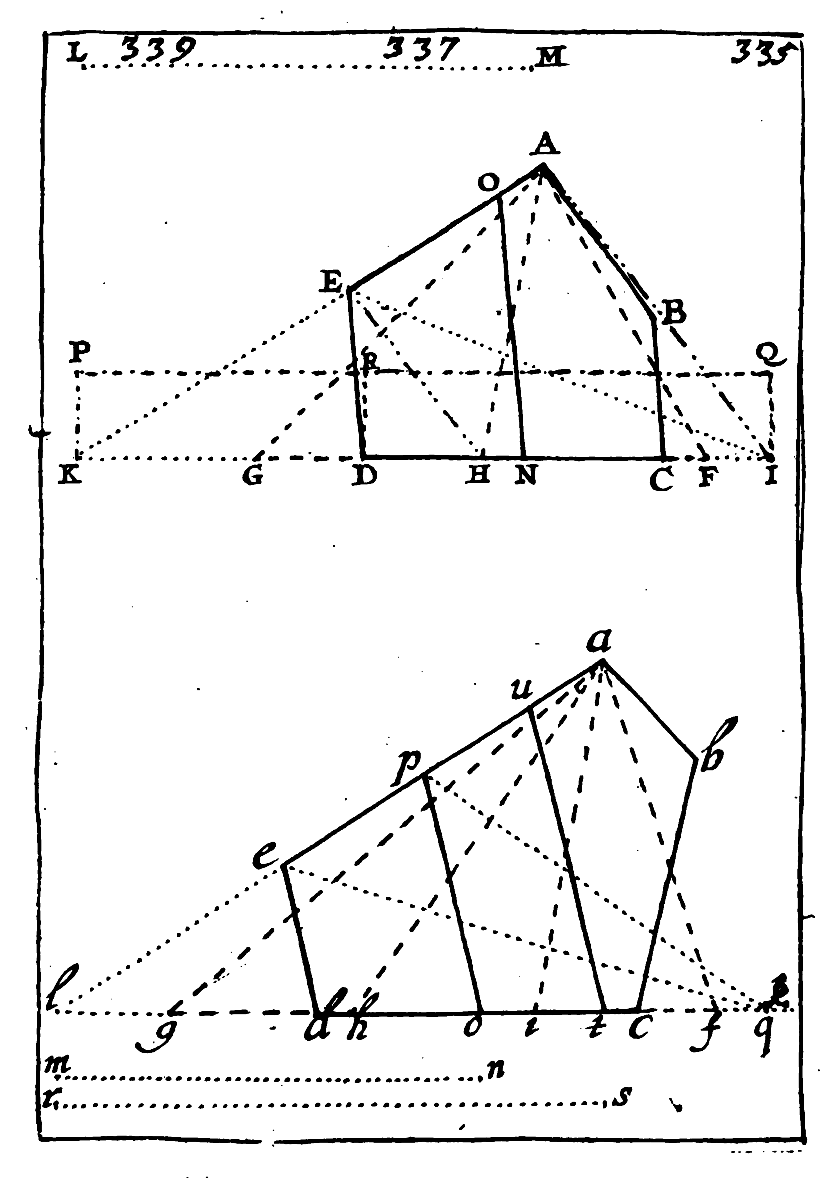
POUR prouver (par Euclide) que le pentagone irregulier A B C D E de la page precedente, a été diviſé dans les deux parties égales E O N D & OABCN, par le trait N O, qui eſt parallele au côté E D.

Reduiſez (ainſi qu'il a été enſeigné dans la page 218.) le triangle E I K dans le rectangle P Q I K ; & le triangle E D K, dans le rectangle P R D K.

Obſervez que les trois lignes K I, K N, & K D ſont (par la conſtruction) proportionnelles, & que par le corollaire de la 20. prop. du VI. Liv. d'Euclide *(s'il y a trois lignes proportionnelles, comme la premiere ſera à la troiſiéme, ainſi le poligone décrit ſur la premiere, ſera au poligone ſemblable, & ſemblablement décrit ſur la ſeconde : ou bien, ainſi le poligone décrit ſur la ſeconde ſera au poligone ſemblable & ſemblablement décrit ſur la troiſiéme.)* Ce qui fait que comme la ligne K I, premiere, eſt à la ligne K D, troiſiéme, ainſi le triangle ON K décrit ſur K N, ſeconde, eſt au triangle E D K ſemblable, & ſemblablement décrit ſur K D, troiſiéme.

Enſuite remarquez que les deux parallelogrammes P Q I K & P R D K,

PLANCHE CXLV.

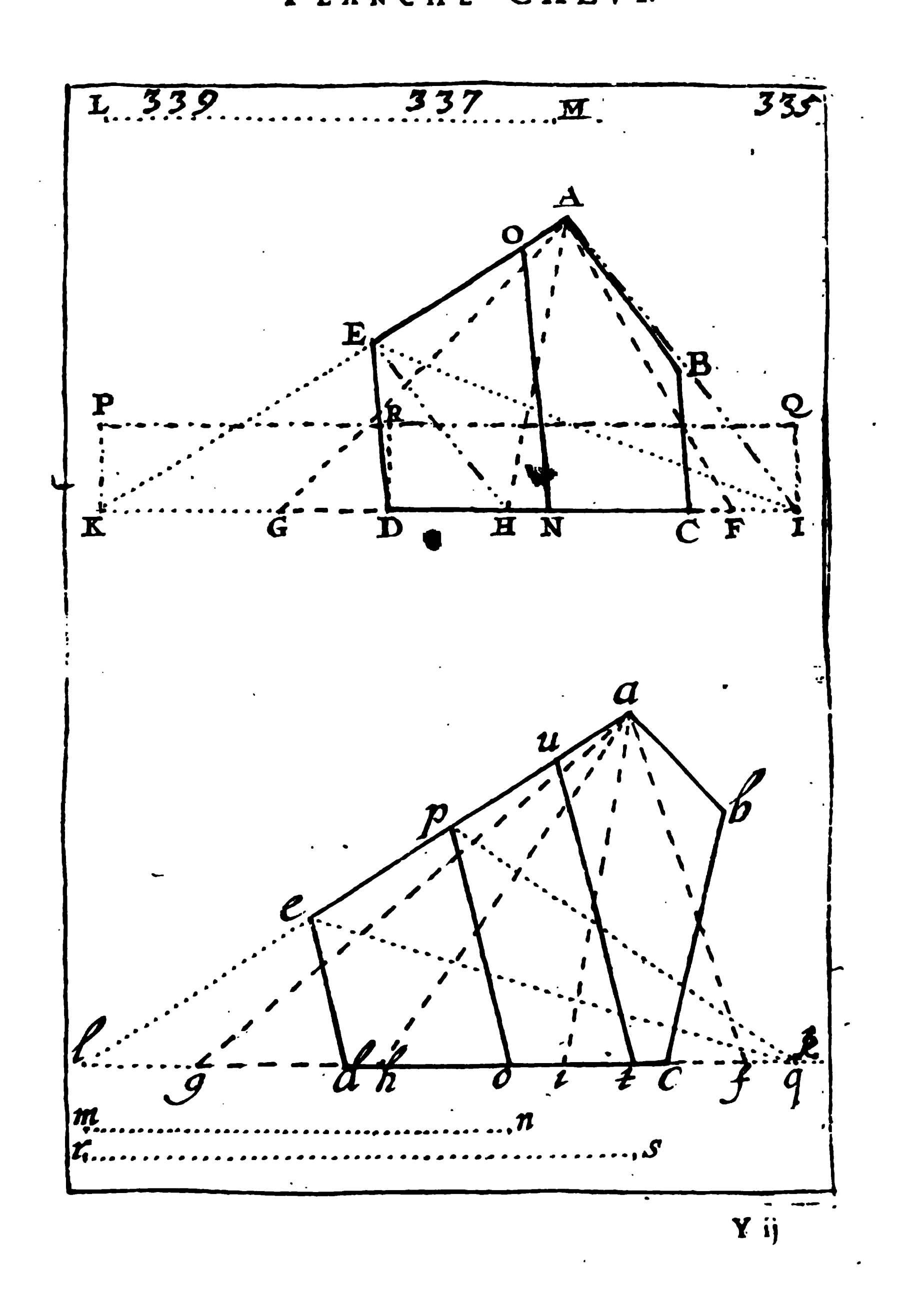


P R D K, étant de mesme hauteur, sont entr'eux comme leurs bases (par la 1. pro. du VI. Liv. d'Euc.) c'est-à-dire que comme la base K I est à la base K D, ainsi le parallegromme PQIK est au parallelogramme P R D K : mais on a aussi démontré que comme K I est à K D, ainsi le triangle O N K étoit au triangle E D K, d'où l'on conclura que le triangle O N K a mesme raison au triangle ED K, que le parallelogramme P Q I K au parallelogramme P R D K. Et (par proportion alterne de la 16. pro. du V. Liv. d'Euc.) comme le triangle O N K est au parallelogramme P Q I K, ainsi le triangle E D K est au parallelogramme P R D K; mais (par la construction) le triangle E D K & ce parallelogramme P R D K étant égaux, le triangle ONK & le parallelogramme P Q I K sont donc aussi égaux. Cela connu,

Observez que le pentagone irregulier A B C D E a été reduit dans le triangle A F G, & que ce triangle a eu sa base G F divisée en deux parties égales au point H, ce qui a partagé le pentagone irregulier A B C D E, dans les deux moitiez A B C H & A H D E, ainsi qu'il a été démontré ci-devant dans la page 318. à la Démonstration de la methode de diviser les figures pentagones, &c. Remarquez en mesme temps que cette figure A H D E (qui vaut la moitié du pentagone A B C D E,) a été reduite dans le triangle E I D, ce qui fait que ce triangle E I D vaut la moitié du pentagone A B C D E.

Alors si au triangle E I D (qu'on vient de prouver estre la moitié du pentagone A B C D E,) on ajoûte le triangle E D K, on aura le triangle E I K, qui vaut le triangle E D K & la moitié du pentagone A B C D E, puisqu'il contient le triangle E I D moitié de ce pentagone irregulier A B C D E. Mais remarquez que le triangle E I K est égal (par la construction) au parallelogramme P Q I K, & que le triangle O N K a été démontré égal au parallelogramme P Q I K, ce qui fait que les deux triangles E I K & O N K sont égaux entr'eux par le 1. Ax. du I. Liv. d'Euc. De sorte qu'en retranchant leur triangle commun E D K, restera la figure E O N D, qui est égale au triangle E I D, par le 3. Axiome du I. Liv. d'Euc. & comme le triangle E I D a été prouvé valoir la moitié du pentagone AB C D E, la figure EOND est donc aussi la moitié de ce pentagone A B C D E : restera la figure O A B C N pour l'autre moitié. Ce qui montre que le pentagone irregulier AB C D E a été divisé dans les deux parties égales E O N D, & O A B C N, par le trait N O, qui est (par la construction) parallele au côté E D. Ce qu'il falloit démontrer.

PLANCHE CXLVI.



METHODE DE DIVISER LES FIGURES EXAGONES, EN PLUSIEURS PARTIES EGALES, *qui aboutiſſent toutes à un de leurs Angles.*

PROPOSITION. On veut diviſer l'Exagone irregul. ABCDEF, en deux parties égales, qui viennent répondre à ſon angle A.

Régle. Il faut d'abord reduire cet exagone irregulier dans un pentagone, enſuite dans un trapezoïde, & enfin dans un triangle ; ainſi qu'il a été enſeigné ci-devant, dans la page 232. De ſorte que, pour reduire d'abord cet exagone A B C D E F, dans un pentagone, prolongez à volonté le côté D C, comme en I, puis tirez la droite A C, & tracez au point B, ſa parallele B K, afin de tirer la droite A K, qui reduira l'exagone A B C D E F, dans le pentagone A K D E F.

Ce pentagone AKDEF ſe reduira enſuite dans un trapezoïde, en prolongeant de part & d'autre le côté E D, pour tirer la droite AD, & au point K on tracera ſa parallele K G, qui donnera lieu de tirer la droite A G, qui formera le trapezoïde A G E F, égal au pentagone A K D E F, & partant à l'exagone A B C D E F. Cela fait,

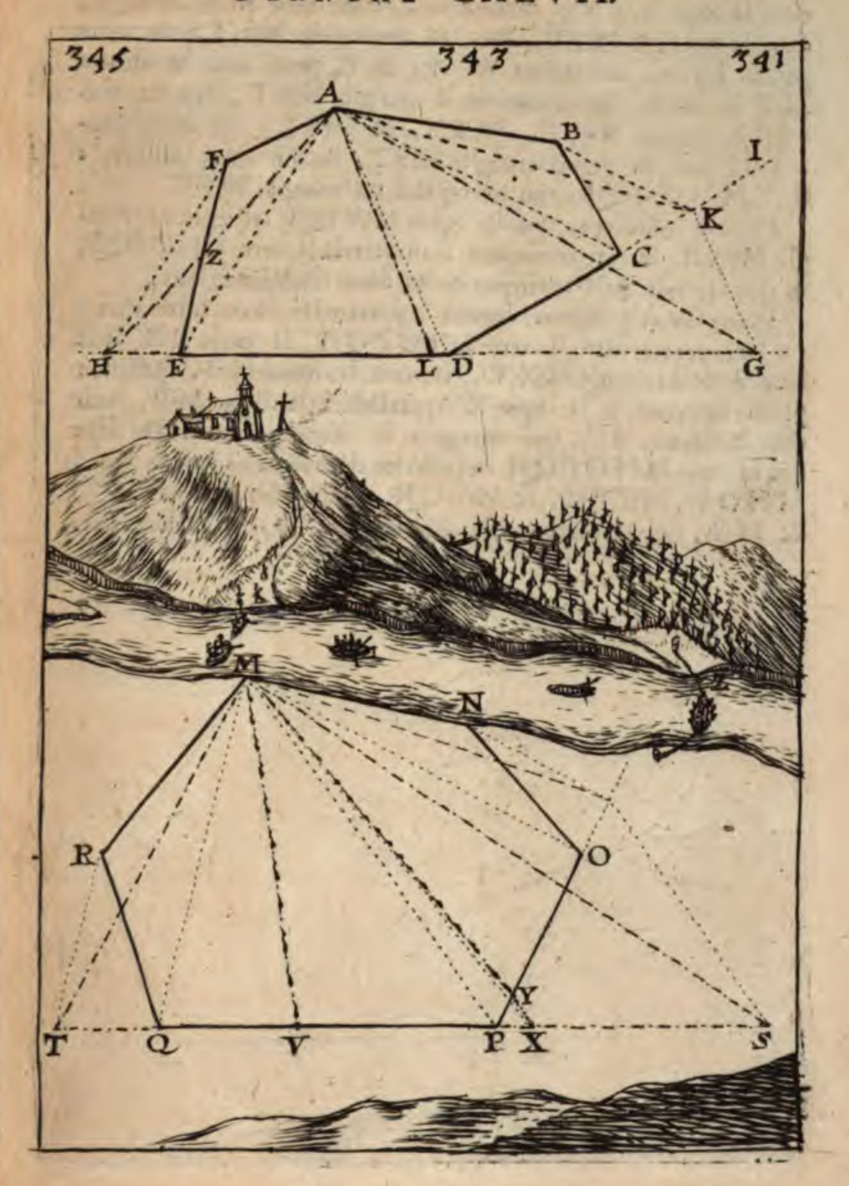
Reduiſez le trapezoïde A G E F, dans un triangle, en tirant du point A, la droite A E, pour tracer au point F, ſa parallele F H, qui donnera le moyen de tirer la droite A H, laquelle formera le triangle A G H, égal au trapezoïde A G E F, & par conſequent à l'exagone irregulier A B C D E F.

Alors diviſez la baſe H G du triangle A G H, en deux parties égales au point L, puis tirez la droite A L, qui coupera le triangle A G H, ou l'exagone irregulier A B C D E F dans les deux parties égales A B C D L & A L E F, qui aboutiront à l'angle propoſé A. *Euclide 37. propo. du I. & 1. propo. du VI.*

Exemple. Sur le bord d'une riviere s'éleve une montagne, qui porte ſur ſon ſommet une Chapelle dediée à la Paſſion de Nôtre Seigneur, où les peuples, par une devotion toute particuliere, vont en maniere de pelerinage : mais la plûpart, au lieu de paſſer la riviere au Bac marqué Z, coupent au travers de la terre MNOPQR, pour gagner la deſcente M, où ils trouvent des batelets qui les paſſent vis-à-vis la Chapelle.

Celui à qui appartient la terre M N O P Q R, ne la pouvant loüer à cauſe de ce paſſage, a reſolu d'y faire tracer deux chemins, qui répondent tous deux à la deſcente M, & qui diviſent ſa terre en trois parties égales.

PLANCHE CXLVII.

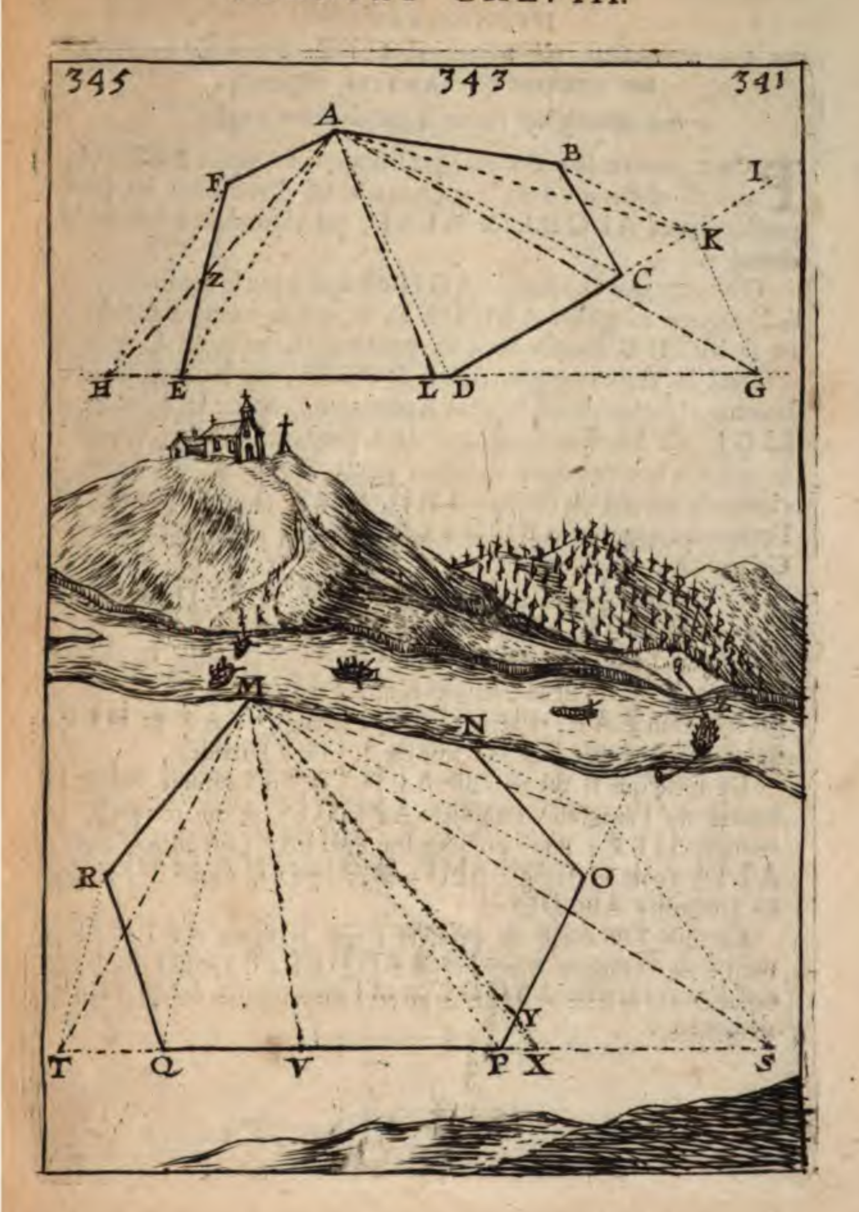


On fera ce partage, en reduiſant (comme il a été enſeigné dans la régle de la page precedente,) cette terre MNOPQR, dans le triangle MST, dont on diviſera la baſe TS en trois parties égales, aux points V, X, & S, pour tirer les droites MV & MX, qui diviſeront le triangle MST, dans les trois triangles égaux MVT, MXV, & MSX; qui étant chacun un tiers du grand triangle MST, le ſont donc auſſi de la terre MNOPQR, qui eſt égale à ce triangle MST.

Puis on obſervera, que la figure MVQR eſt égale au triangle MVT, & par conſequent à un tiers de la terre MNOPQR, & que le trait MV marque un des deux chemins à faire.

Pour avoir le ſecond chemin & partant les deux autres tiers; on fera rentrer dans la terre MNOPQR, la partie PX de la baſe VX du triangle MXV, en tirant la droite MP, & faiſant paſſer au point X, la ligne XY parallele à la droite MP, pour tirer la droite MY, qui marquera le ſecond chemin. De ſorte que la terre MNOPQR ſera diviſée dans les trois parties égales MNOY, MYPV, & MVQR, par les deux chemins MV, & MY, qui répondent à la deſcente M. Ce qu'il falloit faire.

PLANCHE CXLVIII.



DEMONSTRATION
DE LA METHODE DE DIVISER LES FIGURES EXAGONES, EN PLUSIEURS PARTIES EGALES,
qui aboutissent toutes à un de leurs angles.

POUR prouver (par Euclide) que l'exagone irregulier ABCDEF, donné ci-devant dans la page 341. a été divisé dans les deux parties égales ABCDL & ALEF, qui répondent à son angle donné A,

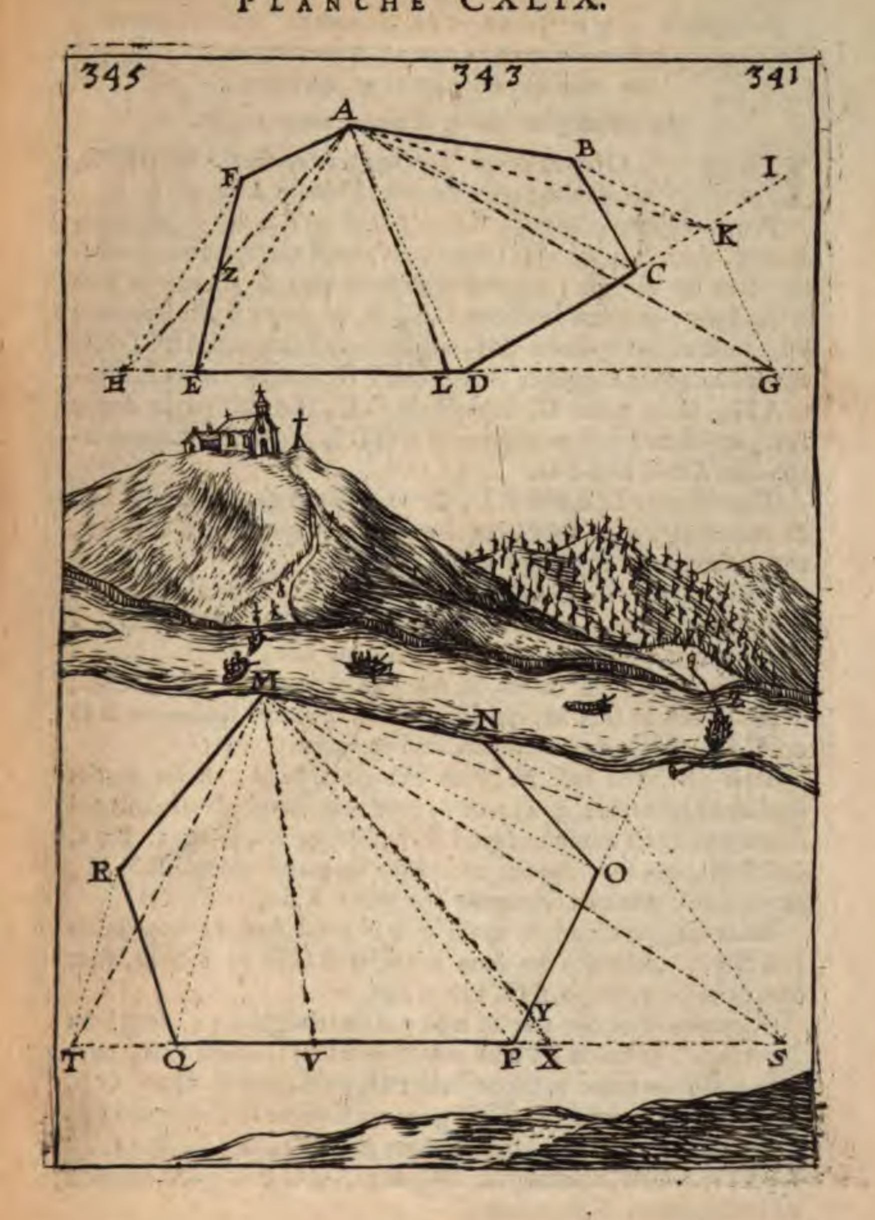
Observez que le triangle AGH est égal (par la construction) à l'exagone irregulier ABCDEF, & que ce triangle AGH a eu sa base HG divisée en deux parties égales au point L, ce qui a formé les deux triangles AGL & ALH, qui étant de mesme hauteur, (puisqu'ils ont le point A commun,) & sur les bases égales GL & LH, sont égaux (par la 1. prop. du VI. Liv. d'Euc.) ce qui fait que ces deux triangles égaux AGL & ALH sont chacun la moitié du triangle AGH, & aussi chacun la moitié de l'exagone irregulier ABCDEF, qui est égal au triangle AGH. Cela connu,

Remarquez que les deux triangles AEF & AEH, étant sur la mesme base AE, & entre les mesmes paralleles FH & AE, sont égaux (par la 37. propo. du I. Liv. d'Euc.) ce qui fait qu'en retranchant de ces deux triangles égaux AEF & AEH, le triangle commun ZAE, resteront les deux triangles FAZ & HEZ, qui sont égaux par le 3. Axiome du I. Liv. d'Euclide.

De sorte que si du triangle ALH (qu'on a prouvé valoir la moitié de l'exagone irregulier ABCDEF,) on retranche le triangle HEZ, pour prendre son égal FAZ, on aura la figure ALEF égale au triangle ALH, & partant à la moité de l'exagone irregulier ABCDEF.

Comme l'on vient de prouver, que la figure ALEF est la moitié de l'exagone irregulier ABCDEF, il s'ensuit donc nécessairement le reste ABCDL en est l'autre moitié. Ce qu'il falloit démontrer.

PLANCHE CXLIX.



METHODE DE DIVISER LES FIGURES MULTILARES QUI ONT DES ANGLES RENTRANS, EN PLUSIEURS PARTIES EGALES, *qui aboutissent toutes à un de leurs angles.*

EXEMPLE. On veut diviser l'eptagone irregulier ABCDEFG, en six parties égales, qui viennent répondre à l'angle B.

Pour faire cette pratique, il faut (ainsi qu'il a été enseigné ci-devant, dans la page 236.) reduire d'abord cet eptagone irregulier dans un triangle, en prolongeant de part & d'autre la base E D. Puis l'on tirera la droite G E, & au point F, sa parallele F H, pour mener la droite GH, qui formera l'exagone ABCDHG égal à l'eptagone irregulier A B C D E F G. Ensuite tracez la droite A H, & au point G, sa parallele G L, afin de tirer la droite A L, qui formera le pentagone A B C D L, égal à l'eptagone irregulier A B C D E F G.

Tirez encore la droite B L, & au point A sa parallele A M, & tracez la droite B M, qui formera le trapezoïde B C D M, égal à l'eptagone irregulier A B C D E F G.

Enfin tracez la droite B D, & au point C, sa parallele C N, & tirez la droite B N, qui donnera le triangle B N M, égal à l'eptagone irregulier A B C D E F G. Cela fait,

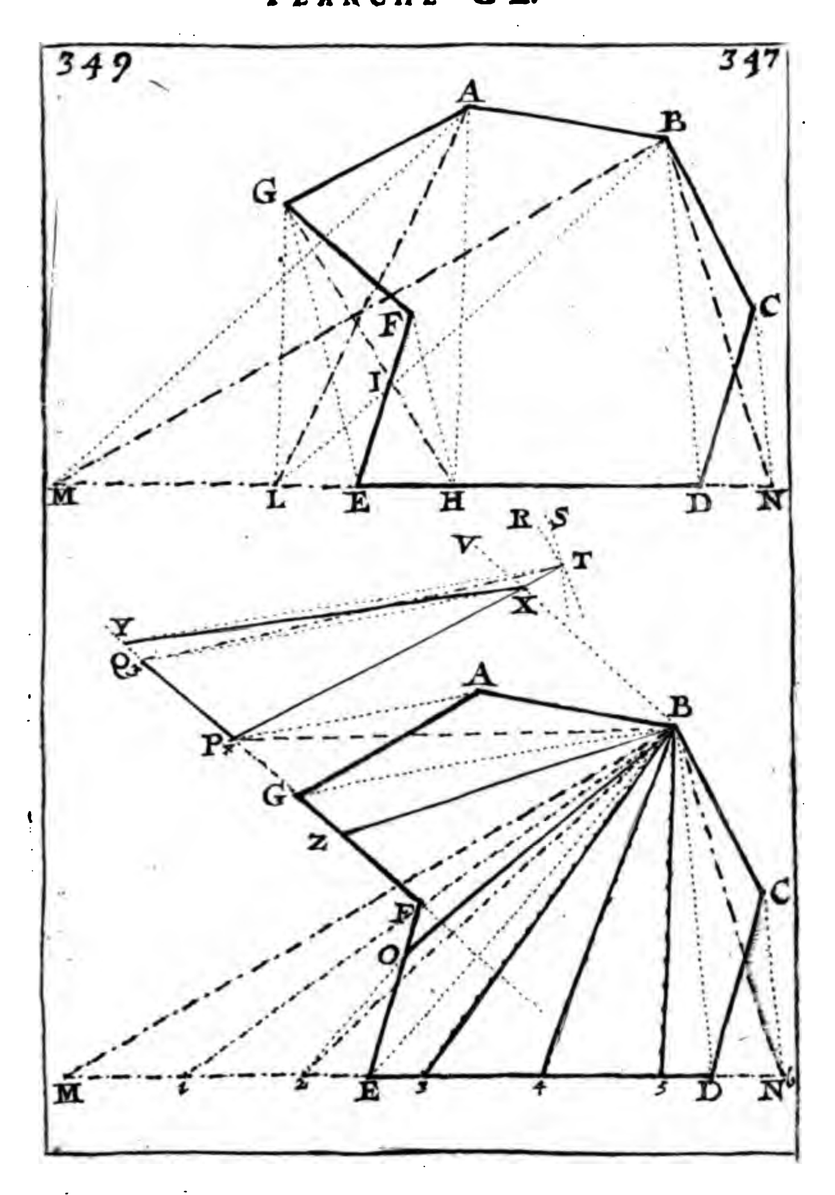
Transportez, au bas de la planche, l'eptagone ABCDEFG, avec le triangle B N M, qui lui est égal; & tracez seulement B D & C N, afin de moins embarasser l'eptagone.

Puis divisez la base M N du triangle B N M, en six parties égales aux points 1, 2, 3, 4, 5, & 6, pour tirer cinq lignes droites qui formeront les six triangles égaux B N 5, B 5 4, B 4 3, B 3 2, B 2 1, & B 1 M, qui sont chacun un sixiéme du grand triangle B N M, & par consequent de l'eptagone irregulier A B C D E F G.

Mais observez que le triangle B N 5 est égal au trapezoïde B C D 5, à cause que les deux triangles B C D & B N D, sont égaux par la 37. propo. du I. Liv. d'Euc.

Remarquez encore que la base 3 2 du triangle B 3 2, sort hors l'eptagone, & qu'on l'y fera rentrer en tirant la droite E B, pour faire passer au point 2, sa parallele 2 O, puis tirez la droite O B, qui donnera la figure B 3 E O pour un sixiéme de l'eptagone: Et comme on a déja les quatre sixiémes B C D 5, B 5 4, B 4 3, & B 3 E O, restera le pentagone irregulier A B O F G pour les deux autres sixiémes. Cela connu,

PLANCHE CL.



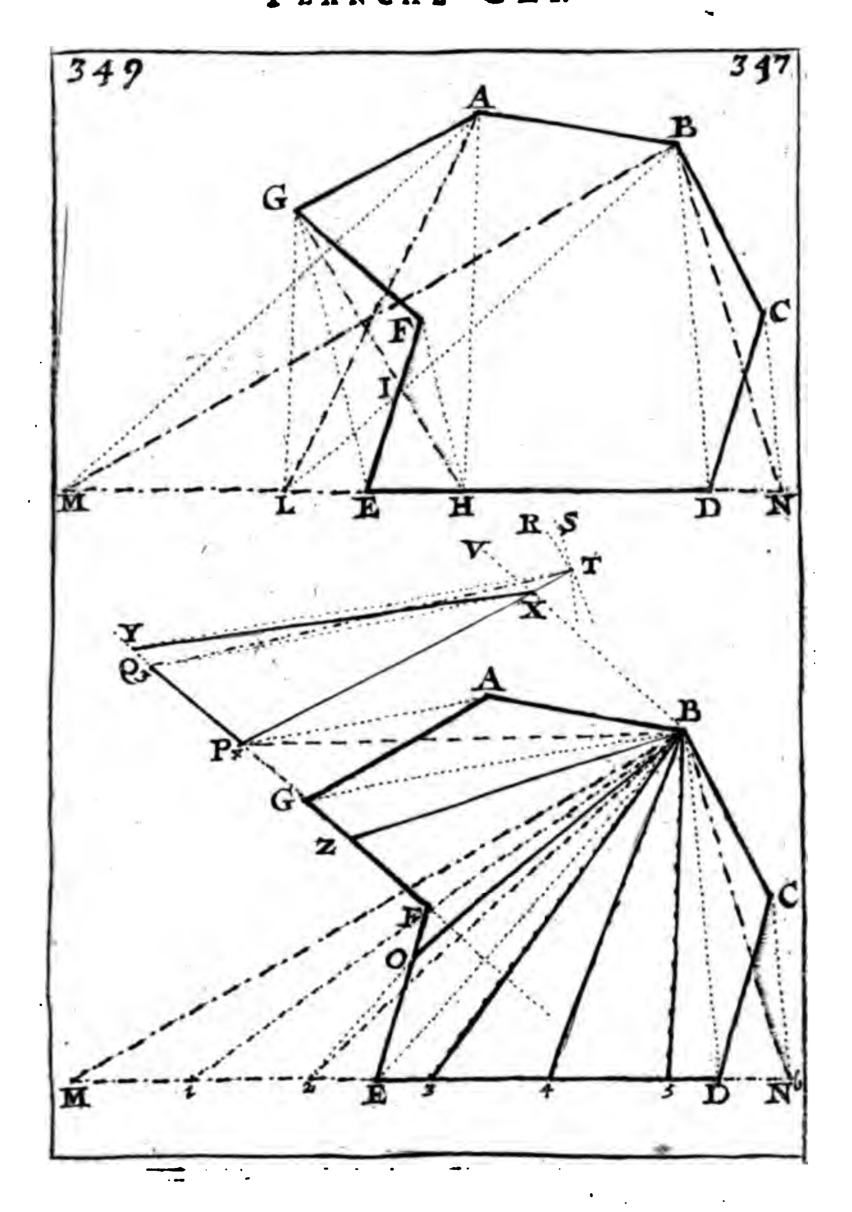
Reduiſez ce pentagone A B O F G, dans le trapezoïde BOFP, en prolongeant à gauche la ligne F G, & traçant du point G la droite G B, & du point A la droite A P parallele à G B, pour tirer la droite P B. Enſuite portez ſur la baſe prolongée F G, de P en Q, la baſe d'un des ſix triangles du grand triangle B N M, comme celle de 4 3 du triangle B 4 3, dont on prendra auſſi la longueur de ſon côté 4 B, pour décrire du point P, l'arc R : & l'on prendra auſſi la longueur de ſon autre côté 3 B, afin de tracer du point Q, le ſecond arc S, qui coupera le premier arc R en T : alors tirez les deux lignes Q T & P T, qui formeront le triangle T P Q égal au triangle B 4 3, & par conſequent à un ſixiéme de l'eptagone A B C D E F G.

Enſuite faites paſſer du point B, une parallele à la ligne F Q, comme eſt la parallele B V, qui coupera le côté P T du triangle T P Q, en X ; alors on abaiſſera (ainſi qu'il a été enſeigné dans la page 224.) le triangle T P Q, au point X ; & on aura le triangle X P Y égal au triangle T P Q, & par conſequent à un ſixiéme de l'eptagone A B C D E F G. De ſorte que ſi l'on porte la baſe Y P, de P en Z, & que l'on trace la droite Z B, on aura les deux triangles B Z P & X P Y égaux par la 37. propoſition du I. Liv. d'Euclide.

Ce qui fait que le triangle B Z P, étant égal au triangle X P Y, eſt donc égal à un ſixiéme de l'eptagone A B C D E F G.

Mais obſervez, que les triangles B G A & B G P étant égaux (par la 37. prop. du I. Liv. d'Euc.) ſi au triangle B Z G on ajoûte le triangle B G P, on aura le triangle B Z P, qui vaut un ſixiéme de l'eptagone : & ſi au triangle B Z G on ajoûte le triangle B G A (qui eſt égal au triangle B G P,) on aura le trapezoïde B Z G A égal au triangle B Z P, & par conſequent à un ſixiéme de l'eptagone A B C D E F G. Reſtera le trapezoïde B O F Z pour le dernier ſixiéme : ainſi l'eptagone irregulier A B C D E F G aura été diviſé dans les ſix parties égales B C D 5, B 5 4, B 4 3, B 3 E O, B O F Z, & B Z G A, qui viennent toutes répondre à l'angle B. Ce qu'il falloit faire.

PLANCHE CLI.



METHODE DE DIVISER LES FIGURES, *ſelon les diviſions marquées ſur les Plans, qu'on en a levez.*

PROPOSITION. On ſouhaite diviſer la figure A B C D, en trois parties, qui ſoient ſemblables aux trois diviſions, qu'on a marquées ſur le plan E F G H de cette figure.

Régle. Obſervez d'abord combien la longueur E I du plan E F G H, contient de parties ſur ſon échelle K, (dont les diviſions ſont ici évaluées en toiſes,) comme 45. parties (ſelon cette propoſition ;) pour compter à la figure A B C D, 45. toiſes de A en L. Puis prenez, avec un Rapporteur, au plan E F G H, l'ouverture de l'angle E I M 105. degrez, afin de former à la figure A B C D, ſur ſon côté A B au point L, (par le moyen d'un demicercle, ou d'une équerre d'Arpenteur diviſée en 360. deg. & chargée d'une Alhidade) l'angle A L N auſſi de 105. deg. Cela fait,

Remarquez ſur le plan E F G H, combien la longueur F O a de parties de ſon échelle K, comme 40. pour compter 40. toiſes de B en P, & faire à ce point P, l'angle B P Q égal à l'angle F O M. Enſuite ayant trouvé au plan E F G H, que la diſtance G R vaut 70. parties, comptez le meſme nombre de toiſes à la figure A B C D, de C en S, ayant ſoin de faire à ce point S, l'angle C S T égal à l'angle G R M du plan E F G H. Enfin obſervez à la figure A B C D, que les traits L N, P Q, & S T, qui ſe ſont croiſez en V, ont marqué dans la figure A B C D des diviſions, qui ſont ſemblables à celles que les lignes I M, O M, & R M forment ſur ſon plan E F G H.

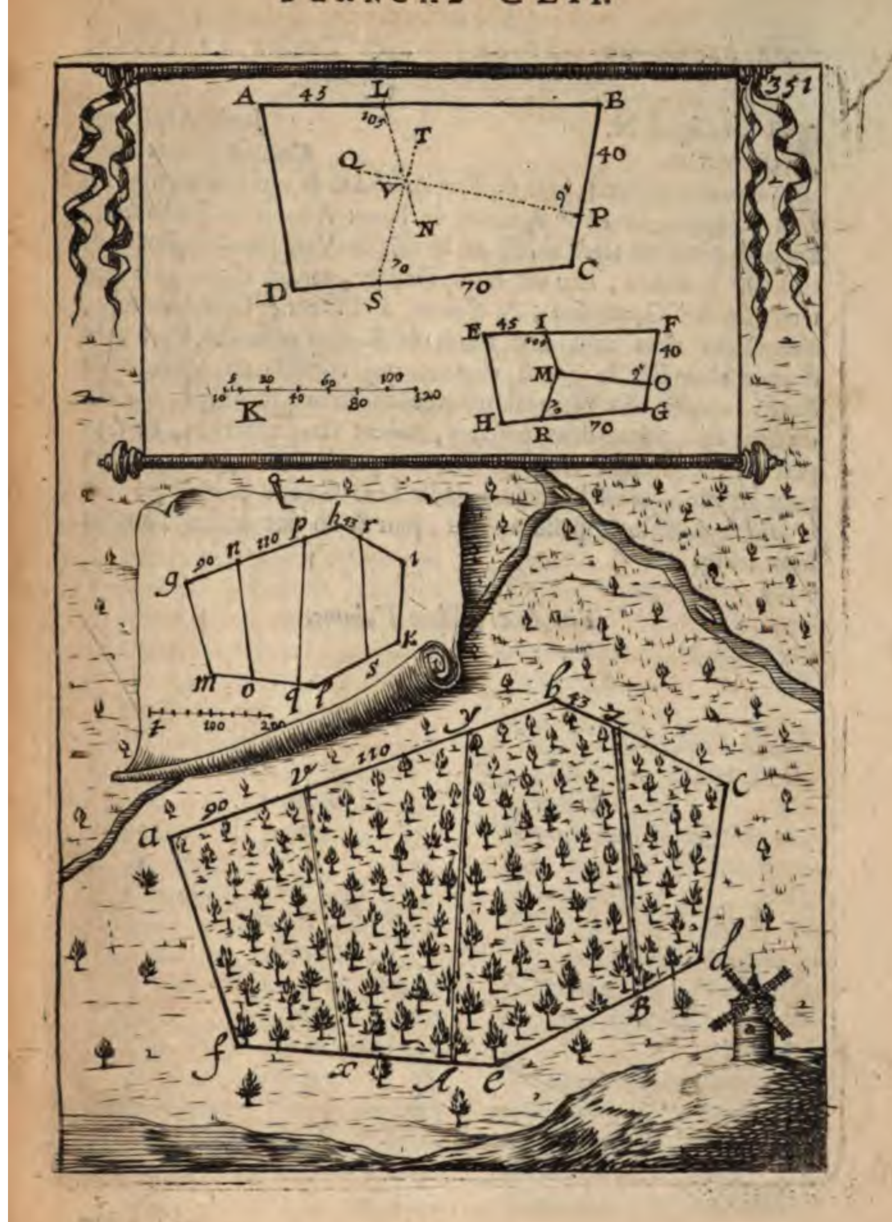
Exemple. Un Prince veut faire tracer dans une de ſes Foreſts, (comme eſt la marquée *a b c d e f*,) des routes qui ſoient éloignées les unes des autres, comme ſont les lignes *n o*, *p q* & *r s*, qu'il a tracées lui-meſme ſur le plan *g h i k l m* de cette Foreſt.

Pour reſoudre cette pratique, il faut (ſuivant la régle ci-deſſus donnée) obſerver que les diviſions de l'échelle X de ce plan *g h i k l m*, ſont évaluées pour de petites perches.

Puis on remarquera à ce plan que le point *n* de la premiere route *n o*, eſt éloigné du point *g*, de 90. parties priſes ſur l'échelle X, afin de compter ſur le côté *a b* de la Foreſt, 90. perches de *a* en *u*; & à ce point *u* on fera l'angle *a u x* égal à l'angle *g n o*. Alors le trait *u x* marquera dans la Foreſt la premiere route.

Pour avoir les ſeconde & troiſiéme routes, il n'y a qu'à voir combien les points *p* & *r* ſont éloignez des points *n* & *h*, pour compter un égal nombre de perches de *u* en *y*, & de *b* en *z*, & pour faire à ces points *y* & *z*, des angles égaux à ceux de *n p q* & *h r s* : Alors les droites *y A* & *z B* marqueront les deux autres routes demandées. Ce qu'il falloit faire.

PLANCHE CLII.



MODELLE
POUR FAIRE UN RAPPORT D'UNE TERRE ARPENTEE,
exprimé ſelon le ſtile ordinaire.

JE ſouſſigné N. Juré Arpenteur demeurant Certifie à tous qu'il appartiendra que ce 5. jour de Fevrier 1702. je me ſuis tranſporté à la Requeſte de M^tre Antoine le Roux Avocat en Parlement, ſur une piece de terre ſituée au terroir de Vaugirard appartenant audit S^r le Roux, lieu dit le Cailloüage, tenant d'une part aux terres de Ste Geneviéve, & d'autre à Eſtienne Gentilhomme, aboutiſſant d'un bout aux terres de S. Germain des Prez, & d'autre bout ſur le grand chemin qui conduit au Village de Seve, laquelle dite piece ai trouvée contenir (ſuivant la meſure du lieu) cent trente-deux perches, valant cinq quartiers, & ſept perches, comptant vingt pieds pour perches, & cent perches pour arpent, qui eſt la meſure dudit lieu. Ce que je verifierai où beſoin ſera. Fait & paſſé au lieu, jour & an que deſſus. Témoin mon ſeing.

Fin du troiſiéme Volume.



TABLE ALPHABETIQUE
DU TROISIE'ME TOME
DE LA GEOMETRIE PRATIQUE.

R

S

T

Fautes à corriger.

PAGE *16. ligne 26. lisez*, avec leurs largeurs.
Page 20. ligne 2. lisez, du Poligone.
Page 22. ligne 34. lisez, ils recommencent.
Page 38. ligne. 13. lisez, Pour les deux cordeaux FH, & FI. dont
Page 112. ligne 12. lisez, 1485.
Page 126. ligne 34. lisez, si on additionne.
Page 136. ligne 34. lisez, lignes sur pieds.
Page 138. ligne 17. , sont égaux, *ôtez la virgule qui est devant* sont, *& mettez-la aprés* égaux.
Page 148. ligne 27. lisez, $\left\{ \begin{matrix} 72 \\ 24 \end{matrix} \right\}$
Page 198. ligne 16. lisez, & 72. pouces quarrez.
Page 202. ligne 24. lisez, du Diametre EC,
Page 210. ligne 25. lisez, on aura son.
Page 218. ligne 11. lisez, sera un rectangle.
Page 218. ligne 23. lisez, qu'autant qu'il en abandonnera du triangle MNO.
Page 238. ligne 11. lisez, (par la 37. proposition.

